第 17卷第 5期　　淮 阴 工 学 院 学 报　　Vol 17 No. 5
2008年 10月　　Journal of Huaiyin Institute of Technology　　Oct 2008

基于联系数的三角模糊数多指标评价方法

刘秀梅
(连云港师范高等专科学校 数学系 ,江苏 连云港 222006)

摘要: 三角模糊数具有确定不确定的特点 ,运用集对分析的理论可以把三角模糊数转换为联系数 ,通过建立联系数多指标评价决策模型 ,可以对多属性评价问题进行决策及排序。实例运算表明:该方法算理简单 ,计算操作易行 ,结论具有可信性。

关键词: 多属性决策;三角模糊数;联系数
中图分类号: O223　　**文献标识码**: A　　**文章编号**: 1009 - 7961(2008)05 - 0030 - 04

Multiple Attribute Decision Making and Its Applications Based on the Connection Number with Triangular Fuzzy Numbers

LIU Xiu - mei
(Department of Mathematics, Lianyungang Teachers College, Lianyungang Jiangsu 222006, China)

Abstract: The triangular fuzzy number has both certain determination and uncertain determination. Based on the SET PAIR ANALYSIS (SPA) theory, we can transform the triangular fuzzy number into the connection number, and then establish multiple attribute decision making through the connection number multiple index evaluation decision making. The example indicates that the model method is simple and can be easily handled and the conclusion is credible and rational.

Key words: multiple attribute decision making; triangular fuzzy number; connection number

0 引言

三角模糊数的多属性评价决策问题越来越受到决策者们的关注 ,文献 [1]讨论了部分权重信息下的三角模糊数型多属性决策问题 ,给出了逼近理想点法;文献 [2]针对方案的属性评估信息和属性权重是模糊语言形式的多属性群决策问题 ,提出了一种新的解决模糊多属性群决策问题的方法;文献 [3]研究了属性权重和属性值均以三角模糊数形式给出的模糊多指标决策问题 ,给出了三角模糊数多指标决策问题的理想点法;文献 [4]给出了三参数区间数的概念 ,构造了项目决策评价方法 ,等等。

由于三角模糊数带有确定 [5]不确定的特点 ,例如在三角模糊数的中值上取值是确定的 ,而在三角模糊数的上下确界中间取值是不确定的 ,本文试从集对分析理论的联系数角度思考三角模糊数的性质 ,在此基础上建立一种基于联系数的三角模糊数多属性决策评价模型 ,具有创新性。算例表明 ,该模型算理简便 ,所得结果可信有效。

1 三角模糊数与联系数的转换

1.1 三角模糊数及其运算

1.1.1 三角模糊数的概念

定义 1 设 R为实数集 ,若 $\tilde{a} = [a^L, a^M, a^N]$,其中 $0 < a^L < a^M < a^N \in R$,则称 $\tilde{a}$是一个三角模糊数,

收稿日期: 2008 - 09 - 23
基金项目: 连云港师范高等专科学校校级科研课题 (LYGSZTD04; LYGSZ2008).
作者简介: 刘秀梅 (1963 -),女 ,吉林永吉人 ,副教授 ,主要从事数学分析、数学建模教学与研究。

其特征函数(隶属函数)可表示为

$$\mu_a(x)=\begin{cases}0, & [0, a^L) \\ \dfrac{x-a^L}{a^M-a^L}, & [a^L, a^M) \\ \dfrac{x-a^N}{a^M-a^N}, & [a^M, a^N) \\ 0, & [a^N, +\infty)\end{cases} \tag{1}$$

称 a^L、a^N 为三角模糊数的下确界和上确界,称 a^M 为三角模糊数的中值。

1.1.2　三角模糊数运算

定义 2　(三角模糊数的加法运算)设有两个三角模糊数 $\tilde{a}=[a^L, a^M, a^N]$, $\tilde{b}=[b^L, b^M, b^N]$其中 $0<a^L<a^M<a^N\in R$, $0<b^L<b^M<b^N\in R$,加法运算定义如下:

$$\tilde{a}+\tilde{b}=[a^L+b^L, a^M+b^M, a^L+b^L] \tag{2}$$

1.2　联系数及其运算

1.2.1　联系数

联系数是集对分析理论中给出的一个数学概念,主要用于刻画和分析事物的同异反确定与不确定联系,已在许多领域得到应用。联系数的一般形式是:

$$U=A+Bi+Cj \tag{3}$$

其中 $A, B, C\in R^+$, $j=-1$, $i=[-1, 1]$。

令 $N=A+B+C$, $\mu=U/N$, $a=A/N$,

$b=B/N$, $c=C/N$,则得联系数:

$$\mu=a+bi+cj \tag{4}$$

(4)式具有 $a+b+c=1$, $a, b, c\in[0, 1]$的特点。

当联系数的一般形式中缺乏第三项时,则有 $U=A+Bi$或 $\mu=a+bi$,称为确定不确定联系数,本文专指此种形式的联系数。

1.2.2　联系数的运算

定义 1(加法):设 $u_1=a_1+b_1i$, $u_2=a_2+b_2i$是两个联系数,定义两个联系数之和 u_1+u_2为 $u=a+bi$,记作

$$u=u_1+u_2=a_1+a_2+(b_1+b_2)i=a+bi \tag{5}$$

可以证明,联系数的加法运算满足交换律和结合律。

定义 2(乘法):设 $u_1=a_1+b_1i u_2=a_2+b_2i$是两个联系数,则它们之积 $u_1\times u_2$是一个联系数 $u=a+bi$,记作

$$u=u_1\times u_2=a_1a_2+(a_1b_2+a_2b_1+b_1b_2)i=a+bi \tag{6}$$

可以证明,联系数的乘法运算满足交换律。

1.3　三角模糊数向三元联系数的转换

在三角模糊数中,令 $a=\dfrac{(a^L+a^M+a^N)}{3}$, $b=a^N-a^L$,则三角模糊数可以转化为形如 $a+bi$型联系数,即

$$\tilde{a}=\frac{(a^L+a^M+a^N)}{3}+(a^N-a^L)i \tag{7}$$

(7)式称为三角模糊数向联系数的转换式。

2　基于三元联系数的三角模糊数多属性评价决策

2.1　问题描述

设有 m个方案:$S_1, S_2, \cdots, S_m$;每个方案各有 n个属性:$Q_1, Q_2, \cdots, Q_n$,每个属性的权重向量 $\tilde{w}_t(t=1,$

$2, \cdots, n$)都是三角模糊数,即 $\tilde{w}_t = [w_t^L, w_t^M, w_t^N]$,第 k个方案第 t个属性的评价值为 p_{kt}($k = 1, 2, \cdots, m$),用三角模糊数 $\tilde{p}_{kt} = [p_{kt}^L, p_{kt}^M, p_{kt}^N]$表示,评价矩阵为 $p = (\tilde{p}_{kt})_{m \times n}$,($k = 1, 2, \cdots, m$, $t = 1, 2, \cdots, n$)。为简便起见,假定属性 $\tilde{p}_{kt}$已通过规范化处理为越大越好型。

要求对 m个方案中决策出最优方案,并对这些方案作出从优到劣的排序。

2 2 决策模型

2 2 1 三角模糊数多属性决策基本模型

设方案 S_k($k = 1, 2, \cdots, m$)的综合评价结果为 $M(S_k)$,则

$$M(S_k) = \sum_{t=1}^{n} \tilde{w}_t \tilde{p}_{kt} \tag{8}$$

称(8)式为三角模糊数多属性决策基本模型,简称基本模型,其值称为基本值。基于此模型,基本值 $M(S_k)$大的方案优先于基本值小的方案。

2 2 2 联系数决策模型

把(8)式中的权重区间数 $\tilde{w}_t$与评价值 $\tilde{p}_{kt}$各自转换成(7)式所示的联系数,并利用联系数的加法和乘法定义,即得到

$$M(S_k) = \sum_{t=1}^{n} (A_{w_t} + B_{w_t} i)(A_{p_{kt}} + B_{p_{kt}} i) = A_k + B_k i \tag{9}$$

(9)式中的 i根据“的比例取值原理”取:

$$i = \frac{A_k}{A_k + B_k} \tag{10}$$

此模型称为基于联系数的区间数多属性决策模型,简称联系数决策模型,其值称为决策值。决策值大的方案优先于决策值小的方案。

2 3 决策步骤

第 1步 规范化属性三角模糊数。

设规范化后的决策矩阵为(p'_{kt}),其中 $p'_{kt} = [p_{kt}^{L\prime}, p_{kt}^{M\prime}, p_{kt}^{N\prime}]$。

对于越大越好的效益型属性,规范化公式为:

$$p_{kt}^{L\prime} = \frac{p_{kt}^L}{\max_k p_{kt}^N},\ p_{kt}^{M\prime} = \frac{p_{kt}^M}{\max_k p_{kt}^N},\ p_{kt}^{N\prime} = \frac{p_{kt}^N}{\max_k p_{kt}^N} \tag{11}$$

对于越小越好的成本型属性,规范化公式为:

$$p_{kt}^{N\prime} = \frac{\min_k p_{kt}^L}{p_{kt}^L},\ p_{kt}^{M\prime} = \frac{\min_k p_{kt}^L}{p_{kt}^M},\ p_{kt}^{L\prime} = \frac{\min_k p_{kt}^L}{p_{kt}^N}, \tag{12}$$

第 2步 根据(3)式,把经规范化后得到的各属性区间数与权重区间数分别转换成属性联系数($A_{p_{kt}} + B_{p_{kt}} i$)和权重联系数($Aw_t + B_{w_t} i$);其中

$$A_{p_{kt}} = \frac{p_{kt}^{L\prime} + p_{kt}^{M\prime} + p_{kt}^{N\prime}}{3}, B_{p_{kt}} = p_{kt}^{N\prime} - p_{kt}^{L\prime}, \tag{13}$$

$$A_{w_t} = \frac{p_t^{L\prime} + p_t^{M\prime} + p_t^{N\prime}}{3}, B_{w_t} = w_t^{N\prime} - w_t^{L\prime}, \tag{14}$$

第 3步 利用(5)式和(6)式计算各方案的决策值,根据决策值的大小作出方案的优劣排序,决策值大的方案优于决策值小的方案。

3 应用实例

设有一个多属性决策问题,有 S_1, S_2, S_3, S_4共 4个被选方案,其 5个属性值用三角模糊数表示,决策矩阵为

$$P = (\tilde{p}_{kt})_{4 \times 5} =$$

$$\begin{bmatrix} [3.5,4.2,4.6] & [4.3,4.7,5.2] & [8.4,8.8,9.4] & [4.5,5.1,6.5] & [8.3,8.9,9.5] \\ [1.3,1.5,1.7] & [5.5,5.9,6.5] & [6.2,7.0,7.5] & [3.2,4.0,4.8] & [12.2,13.4,14.8] \\ [2.9,3.2,3.4] & [6.5,7.0,8.2] & [7.6,7.9,8.2] & [5.5,6.2,7.0] & [7.5,8.2,8.8] \\ [2.4,2.8,3.2] & [4.1,4.6,5.4] & [5.0,6.3,7.2] & [4.2,6.2,7.3] & [8.2,9.6,10.5] \end{bmatrix},$$

权重值为 $w_1 = [0.12,0.13,0.15]$, $w_2 = [0.23,0.30,0.35]$, $w_3 = [0.10,0.12,0.15]$, $w_4 = [0.32,0.36,0.40]$, $w_5 = [0.10,0.15,0.18]$,**试决策出最优方案并给出 4个方案的优劣排序。**

第 1步:将决策矩阵规范化 $P' = (p_{kt})_{4\times5} =$

$$\begin{matrix} [0.76,0.91,1.00] & [0.52,0.57,0.63] & [0.89,0.94,1.00] & [0.62,0.70,0.89] & [0.56,0.60,0.64] \\ [0.28,0.33,0.37] & [0.67,0.72,0.79] & [0.66,0.74,0.80] & [0.44,0.55,0.66] & [0.82,0.91,1.00] \\ [0.63,0.70,0.74] & [0.79,0.85,1.00] & [0.81,0.84,0.87] & [0.75,0.85,0.96] & [0.51,0.55,0.59] \\ [0.52,0.61,0.70] & [0.50,0.56,0.66] & [0.53,0.67,0.77] & [0.58,0.85,1.00] & [0.55,0.65,0.71] \end{matrix}$$

第 2步:将规范化后的决策矩阵和权重改写成联系数的形式,得到联系数矩阵 A **和** W,**如下:**

$$A' = \begin{bmatrix} 0.89+0.24i & 0.57+0.11i & 0.94+0.11i & 0.74+0.27i & 0.60+0.08i \\ 0.33+0.09i & 0.73+0.12i & 0.73+0.14i & 0.55+0.22i & 0.91+0.18i \\ 0.69+0.11i & 0.88+0.21i & 0.84+0.06i & 0.85+0.21i & 0.55+0.08i \\ 0.61+0.08i & 0.57+0.16i & 0.57+0.16i & 0.81+0.42i & 0.64+0.16i \end{bmatrix}$$

$w_1' = 0.13+0.03i$　$w_2' = 0.29+0.12i$　$w_3' = 0.12+0.05i$　$w_4' = 0.36+0.08i$　$w_5' = 0.14+0.08i$

第 3步:根据(5)式计算决策值

$$M(S_1) = \sum_{t=1}^{n}(A_{w_t}+B_{w_t}i)(A_{p_{1t}}+B_{p_{1t}}i) = 0.7442+0.4879i$$

取 $i = \dfrac{0.7442}{0.7442+0.4879} \approx 0.6040$,

则 $M(S_1) = 1.0389$

同理,可计算 $M(S_2) = 0.9774$, $M(S_3) = 1.1422$, $M(S_4) = 1.0079$,**比较后,有** $S_3 \succ S_1 \succ S_4 \succ S_2$ (**符号** $\succ$ **表示"优于"**).

即 S_3 **为最优方案,以上排序结果与文献所得排序结果完全相同。**

4　结论

从以上实例可以看出,用联系数决策模型,计算简单,结果可靠,具有实用性。

参考文献:

[1] 曾三云,曾玲,龙君. 部分权重信息下的三角模糊数型多属性决策方法[J]. 桂林电子工业学院学报, 2006, 26(1): 64-67.
[2] 陈晓红,阳熹. 一种基于三角模糊数的多属性群决策方法[J]. 系统工程与电子技术, 2008, 30(2): 278-282.
[3] 许叶军,达庆利. 基于理想点的三角模糊数多指标决策法[J]. 系统工程与电子技术, 2007, 29(9): 1469-1471.
[4] 戴勇,范明,姚胜. 引入三参数区间数的多属性项目决策方法研究[J]. 扬州大学学报, 2006, 8(3): 20-23.
[5] 赵克勤. 集对分析及其初步应用[M]. 杭州:浙江科技出版社, 2000.
[6] 赵克勤. 集对分析中的不确定系统理论在 AI中的应用[J]. 智能系统学报, 2006, 1(2): 16-25.

(责任编辑:毛善成)