文章编号:1001-506X(2009)10-2399-05

基于联系数的三角模糊数多属性决策新模型

刘秀梅[1],赵克勤[2],王传斌[1]
(1. 连云港师范高等专科学校数学系,江苏 连云港 222006;
2. 浙江诸暨联系数学研究所,浙江 诸暨 311811)

摘 要:针对属性值和属性权重都用三角模糊数表示的多属性决策问题,提出了一种基于联系数的三角模糊数多属性决策评价模型。通过运用集对分析的不确定性系统理论,利用三角模糊数的中值及上下确界所限定的取值区间,将三角模糊数转化为联系数,建立了联系数决策模型,并给出决策步骤,基于此可以对多属性决策评价问题进行排序。该模型的建立既考虑了三角模糊数的中值,又兼顾了三角模糊数的上下确界,即联系数的差异度,更具有客观性。通过对实例的运用和分析表明,该方法算理清晰,计算简便,结论合理。

关键词:多属性决策;三角模糊数;联系数;集对分析
中图分类号:O 223;O 1-0;C 934 **文献标志码**:A

New multiple attribute decision-making model with triangular fuzzy numbers based on connection numbers

LIU Xiu-mei[1], ZHAO Ke-qin[2], WANG Chuan-bin[1]
*(1. Dept. of Mathematics, Lianyungang Teacher's Coll., Lianyungang 222006, China;
2. Zhuji Inst. of Connection Mathematics, Zhuji 311811, China)*

Abstract: To study the fuzzy multiple attribute decision-making problem that the attribute weights and the attribute values are both indicated in the forms of triangular fuzzy numbers, a method to solve fuzzy multi-attribute decision-making problem denoted by triangular fuzzy numbers based on connection number is presented. By applying the uncertainty systems theory in the set-pair-analysis, the median, and the interval of values prescribed by supremum and infimum of the triangular fuzzy numbers, the triangular fuzzy numbers are transformed into connection numbers, and the program of making is given. The median and the supremum and infimum of the triangular fuzzy numbers are used in the model, it is more objective. A practical example indicates the method is simple and credible.

Keywords: multiple attribute decision-making; triangular fuzzy number; connection number; set pair analysis

0 引 言

三角模糊数的多属性决策问题是一个新课题,已受到许多研究人员的关注。文献[1]研究了决策者对方案有偏好、属性值以三角模糊数形式给出、属性权重信息不能完全确知的三角模糊数多属性决策问题;文献[2]对于带三角模糊数的多目标决策问题采用格序决策理论方法进行了研究;文献[3]对区间数按照某种定义方式转化成三参数模糊数,再进行决策评价;文献[4]讨论了部分权重信息下的三角模糊数型多属性决策问题;文献[5]研究了属性权重和属性值均以三角模糊数形式给出的模糊多指标决策问题;文献[6]针对方案的属性评估信息和属性权重是模糊语言形式的多属性群决策问题,利用三角模糊数的性质,构造了集结决策者权威性和意见一致性的组合一致性指标,并在此基础上提出了解决模糊多属性群决策问题的方法。

基于文献[7-8]的集对分析不确定性系统理论,文献[9-12]将联系数引入到区间数多属性决策问题中,通过区间数与联系数之间的转换,建立了基于联系数的区间数多属性决策模型,从一个新的角度提供了新的决策方法。本文受上述文献的启发,并注意到三角模糊数在中值上的取值相对确定,在三角模糊数上下确界中间取中值以外的其它值相对不确定这一特点,试把三角模糊数转换为集对分析(set pair analysis, SPA)理论中的 $a+bi$ 联系数[7-8],在此

收稿日期:2008-08-12; **修回日期**:2009-03-16。
基金项目:连云港师范高等专科学校校级课题
作者简介:刘秀梅(1963-),女,副教授,主要研究方向为联系数学。E-mail:lyglxm21@163.com

基础上建立基于 $a+bi$ 联系数的三角模糊数多属性决策评价模型。研究和实例应用表明,该模型把决策数据中的相对确定性信息与相对不确定性信息有机结合,算理清晰,操作简便,所得结果客观合理。

1 三角模糊数的转换

1.1 三角模糊数及运算

定义 1 设 $\mathbf{R}$ 为实数集,若

$$\tilde{a} = [a^L, a^M, a^N] \quad (1)$$

式中,$0 < a^L < a^M < a^N \in \mathbf{R}$,则称 $\tilde{a}$ 是一个三角模糊数,并且把 a^L、a^N 称为三角模糊数的下确界和上确界,称 a^M 为三角模糊数的中值,称 $a^N - a^L$ 为三角模糊数的取值区间。

很显然,三角模糊数的中值 a^M 是确定的,而在三角模糊数的下确界 a^L 与上确界 a^N 之间的数是不确定的,a^L 与 a^N 给出了取值的范围。从这个角度上说,三角模糊数是确定与不确定的统一。

定义 2 (三角模糊数的运算) 设有两个三角模糊数 $\tilde{a} = [a^L, a^M, a^N]$,$\tilde{b} = [b^L, b^M, b^N]$,其中 $0 < a^L < a^M < a^N \in \mathbf{R}$,$0 < b^L < b^M < b^N \in \mathbf{R}$,定义运算如下:

加法运算

$$\tilde{a} + \tilde{b} = [a^L + b^L, a^M + b^M, a^N + b^N] \quad (2)$$

乘法运算

$$\tilde{a}\tilde{b} = [a^L b^L, a^M b^M, a^N b^N] \quad (3)$$

除法运算

$$\frac{\tilde{a}}{\tilde{b}} = \left[\frac{a^L}{b^N}, \frac{a^M}{b^M}, \frac{a^N}{b^L}\right] \quad (4)$$

数乘运算

$$\lambda\tilde{a} = [\lambda a^L, \lambda a^M, \lambda a^N] \quad (5)$$

1.2 联系数及其运算

1.2.1 $a+bi$ 型联系数

定义 3 设 $\mathbf{R}$ 为实数集,$0 < a, b \in \mathbf{R}$,$i \in [-1, 1]$,则称 $a+bi$ 为联系数。

若 $a+b=1$,称 $a+bi$ 为归一化联系数;若不满足上述要求,可转化为满足 $a+b=1$ 的形式

$$\mu = \frac{a}{a+b} + \frac{b}{a+b} i \quad (6)$$

如有一个投票决策问题:假设 10 人投票,其中有 7 人赞成,3 人弃权,就可用联系数表示为 $u = 7 + 3i$,也可表示为 $\mu = 0.7 + 0.3i$。其中,i 为不确定量的标记,必要的时候,可赋值。i 的取值可以按照特殊值来取,如取 $i=0$,$i=0.5$,$i=0.6$ 等,也可以用统计试验和其他方法来确定,参见文献[13-14]。

1.2.2 联系数的运算

定义 4 (加法) 设 $u_1 = a_1 + b_1 i$,$u_2 = a_2 + b_2 i$ 是两个联系数,定义两个联系数之和 $u_1 + u_2$ 为 $u = a + bi$,记作

$$u = u_1 + u_2 = a_1 + a_2 + (b_1 + b_2) i = a + bi \quad (7)$$

可以证明,联系数的加法运算满足交换律和结合律。

定义 5 (乘法) 设 $u_1 = a_1 + b_1 i$,$u_2 = a_2 + b_2 i$ 是两个联系数,则它们之积 $u_1 \times u_2$ 是一个联系数 $u = a + bi$,记作

$$u = u_1 \times u_2 = (a_1 + b_1 i) \times (a_2 + b_2 i) = a_1 a_2 + (a_1 b_2 + a_2 b_1 + b_1 b_2) i = a + bi \quad (8)$$

可以证明,联系数的乘法运算满足交换律。特别,当 u_1 为实数时,如 $u_1 = a_1$,则有

$$u = u_1 \times u_2 = a_1 (a_2 + b_2 i) = a_1 a_2 + a_1 b_2 i$$

1.3 三角模糊数向联系数的转换

根据三角模糊数的确定与不确定的特点,在三角模糊数中,将三角模糊数的中值与联系数的确定量相对应,即令 $a = a^M$;将三角模糊数的取值区间 $a^N - a^L$ 与联系数的不确定量相对应,即有 $b = a^N - a^L$,则三角模糊数 $\tilde{a}$ 可以转化为 $a+bi$ 型联系数,即

$$\tilde{a} = a^M + (a^N - a^L) i \quad (9)$$

式(9)称为三角模糊数向联系数的转换式。$b = a^N - a^L$ 也称为联系数的差异度,i 的取值范围为

$$\left[\frac{a^L - a^M}{a^N - a^L}, \frac{a^N - a^M}{a^N - a^L}\right]$$

式(9)建立了三角模糊数与联系数之间的联系,有效地将三角模糊数转化为联系数,在联系数的基础上,可以进行三角模糊数的多属性问题的决策。

2 决策方法

2.1 问题描述

设方案集 S 由 $S_1, S_2, \cdots, S_m$ 共 m 个方案组成;每个方案各有 n 个属性,$Q_1, Q_2, \cdots, Q_n$ 组成属性集 Q;n 个属性的权重向量 $\tilde{w}_1, \tilde{w}_2, \cdots, \tilde{w}_n$ 都是三角模糊数,如 $\tilde{w}_t = [w_t^L, w_t^M, w_t^N]$ $(t = 1, 2, \cdots, n)$,权重向量组成权重向量集 W;$P = (\tilde{p}_{kt})_{m \times n}$ $(k = 1, 2, \cdots, m)$ 表示三角模糊数决策矩阵,其中 $\tilde{p}_{kt}$ 表示第 k 个方案在 t 个属性上的属性值三角模糊数,即 $\tilde{p}_{kt} = [p_{kt}^L, p_{kt}^M, p_{kt}^N]$ $(k = 1, 2, \cdots, m; t = 1, 2, \cdots, n)$。为简便起见,假定属性值 $\tilde{p}_{kt}$ 已通过规范化处理为越大越好型。

要求从 m 个方案中决策出最优方案,并对这些方案作出优劣的排序。

2.2 决策模型

2.2.1 三角模糊数多属性决策基本模型

设 $\tilde{w}_t$ 和已规范化的 $\tilde{p}_{kt}$ $(t = 1, 2, \cdots, n; k = 1, 2, \cdots, m)$ 为方案 S_k 的权重三角模糊数和属性值三角模糊数,方案 S_k 的综合评价结果为 $M(S_k)$,令

$$M(S_k) = \sum_{t=1}^{n} \tilde{w}_t \tilde{p}_{kt} \quad (10)$$

式(10)为三角模糊数多属性决策基本模型,简称基本模型,其值称为基本值。基于此模型,基本值 $M(S_k)$ 大的方案优先于基本值小的方案。

2.2.2 联系数决策模型

把式(10)中的权重三角模糊数 $\tilde{w}_t$ 与属性值三角模糊数 $\tilde{p}_{kt}$ 分别转换成式(9)所示的联系数,即

$$\tilde{w}_t = A_{\tilde{w}_t} + B_{\tilde{w}_t} i \tag{11}$$

$$\tilde{p}_{kt} = A_{\tilde{p}_{kt}} + B_{\tilde{p}_{kt}} i \tag{12}$$

并利用联系数的加法和乘法定义,得到

$$M(S_k) = \sum_{t=1}^{m} (A_{\tilde{w}_t} + B_{\tilde{w}_t} i)(A_{\tilde{p}_{kt}} + B_{\tilde{p}_{kt}} i) = A_k + B_k i \tag{13}$$

模型(13)称为基于联系数的三角模糊数多属性决策模型,简称联系数决策模型,其值称为联系数决策值。

在联系数决策模型(13)中,i 根据“i 的比例取值原理”取值

$$i = \frac{A_k}{A_k + B_k} \tag{14}$$

计算出最后的综合决策值,综合决策值大的方案优先于决策值小的方案。

2.3　决策步骤

步骤 1　规范化属性三角模糊数。

设规范化后的决策矩阵为 $(\tilde{p}_{kt}{}')$,其中 $\tilde{p}_{kt}{}' = [p_{kt}^{L}{}', p_{kt}^{M}{}', p_{kt}^{N}{}']$。

对效益型属性值,规范化公式为

$$\tilde{p}_{kt}{}' = \frac{\tilde{p}_{kt}}{\sum_{k=1}^{m} \tilde{p}_{kt}} \tag{15}$$

对成本型属性值,规范化公式为

$$\tilde{p}_{kt}{}' = \frac{\frac{1}{\tilde{p}_{kt}}}{\sum_{k=1}^{m} \frac{1}{\tilde{p}_{kt}}} \tag{16}$$

对效益型属性值,可进一步求得

$$p_{kt}^{L}{}' = \frac{p_{kt}^{L}}{\sum_{k=1}^{m} p_{kt}^{N}},\ p_{kt}^{M}{}' = \frac{p_{kt}^{M}}{\sum_{k=1}^{m} p_{kt}^{M}},\ p_{kt}^{N}{}' = \frac{p_{kt}^{N}}{\sum_{k=1}^{m} p_{kt}^{L}} \tag{17}$$

对成本型属性值,有

$$p_{kt}^{L}{}' = \frac{\frac{1}{p_{kt}^{N}}}{\sum_{k=1}^{m} \frac{1}{p_{kt}^{L}}},\ p_{kt}^{M}{}' = \frac{\frac{1}{p_{kt}^{M}}}{\sum_{k=1}^{m} \frac{1}{p_{kt}^{M}}},\ p_{kt}^{N}{}' = \frac{\frac{1}{p_{kt}^{L}}}{\sum_{k=1}^{m} \frac{1}{p_{kt}^{N}}} \tag{18}$$

步骤 2　根据式(9),把规范化后得到的各属性三角模糊数与权重三角模糊数分别转换成属性值联系数 $A_{\tilde{p}_{kt}} + B_{\tilde{p}_{kt}} i$ 和权重联系数 $A_{\tilde{w}_t} + B_{\tilde{w}_t} i$,其中

$$A_{\tilde{p}_{kt}} = p_{kt}^{M}{}',\ B_{\tilde{p}_{kt}} = p_{kt}^{N}{}' - p_{kt}^{L}{}' \tag{19}$$

$$A_{\tilde{w}_t} = w_t^{M},\ B_{\tilde{w}_t} = w_t^{N} - w_t^{L} \tag{20}$$

步骤 3　利用联系数决策模型计算各方案的综合决策值,根据综合决策值的大小作出方案的优劣排序,综合决策值大的方案优于决策值小的方案。

步骤 4　稳定性检验。取 i 在区间 $\left[\min_i \frac{a^L - a^M}{a^N - a^L}, \max_i \frac{a^N - a^M}{a^N - a^L}\right] \subseteq [-1, 1]$ 内的其他值,检验前述排序的稳定性。

3　应用分析

为便于比较,采用文献[5]中的例子说明本文所述决策方法的应用。

某单位在对干部进行考核选拔时,制定了 6 项考核指标(属性):思想品德(Q_1)、工作态度(Q_2)、工作作风(Q_3)、文化水平和知识结构(Q_4)、领导能力(Q_5)和开拓能力(Q_6),通过群众推荐和评议,对各项指标分别打分,再进行统计处理,从中确定了 5 名候选人 S_1、S_2、S_3、S_4 和 S_5。由于群众对同一候选人所给出的指标值(属性值)并不完全相同,因此经过统计处理后的每个候选人在各指标(属性)下的属性值是以三角模糊数形式给出的,属性值均为越大越好的效益型,具体的属性值表示为决策矩阵 P

$$P = (\tilde{p}_{kt})_{5\times 6} = \begin{bmatrix}
[0.80,0.85,0.90] & [0.90,0.92,0.95] & [0.91,0.94,0.95] & [0.93,0.96,0.99] & [0.90,0.91,0.92] & [0.95,0.97,0.99] \\
[0.90,0.95,1.00] & [0.89,0.90,0.93] & [0.90,0.92,0.95] & [0.90,0.92,0.95] & [0.94,0.97,0.98] & [0.90,0.93,0.95] \\
[0.88,0.91,0.95] & [0.84,0.86,0.90] & [0.91,0.94,0.97] & [0.91,0.94,0.96] & [0.86,0.89,0.92] & [0.91,0.92,0.94] \\
[0.85,0.87,0.90] & [0.91,0.93,0.95] & [0.85,0.88,0.90] & [0.86,0.89,0.93] & [0.87,0.90,0.94] & [0.92,0.93,0.96] \\
[0.86,0.89,0.95] & [0.90,0.92,0.95] & [0.90,0.95,0.97] & [0.91,0.93,0.95] & [0.90,0.92,0.96] & [0.85,0.87,0.90]
\end{bmatrix}$$

权重值也用三角模糊数表示,分别为 $\tilde{w}_1 = [0.10, 0.15, 0.20]$,$\tilde{w}_2 = [0.05, 0.10, 0.15]$,$\tilde{w}_3 = [0.20, 0.25, 0.30]$,$\tilde{w}_4 = [0.05, 0.10, 0.15]$,$\tilde{w}_5 = [0.15, 0.20, 0.25]$,$\tilde{w}_6 = [0.10, 0.15, 0.20]$,试决策出最优候选人。

步骤 1　将决策矩阵规范化

$$P' = (\tilde{p}_{kt}{}')_{5\times 6} = \begin{bmatrix}
[0.17,0.19,0.21] & [0.19,0.20,0.21] & [0.19,0.20,0.21] & [0.19,0.21,0.22] & [0.19,0.20,0.21] & [0.20,0.21,0.22] \\
[0.19,0.21,0.23] & [0.19,0.20,0.21] & [0.19,0.20,0.21] & [0.19,0.20,0.21] & [0.20,0.21,0.22] & [0.19,0.20,0.21] \\
[0.19,0.20,0.22] & [0.18,0.19,0.20] & [0.19,0.20,0.22] & [0.19,0.20,0.21] & [0.18,0.19,0.21] & [0.19,0.20,0.21] \\
[0.18,0.19,0.21] & [0.19,0.21,0.21] & [0.18,0.19,0.20] & [0.18,0.19,0.21] & [0.18,0.20,0.21] & [0.19,0.20,0.21] \\
[0.18,0.20,0.22] & [0.19,0.20,0.21] & [0.19,0.20,0.22] & [0.19,0.20,0.21] & [0.19,0.20,0.21] & [0.18,0.19,0.20]
\end{bmatrix}$$

步骤 2　将规范化后的决策矩阵和权重改写成联系数的形式,得到联系数矩阵 A 和 W 如下

$$A' = \begin{bmatrix} 0.19+0.04i & 0.20+0.02i & 0.20+0.02i & 0.21+0.03i & 0.20+0.02i & 0.21+0.02i \\ 0.21+0.04i & 0.20+0.02i & 0.20+0.02i & 0.20+0.02i & 0.21+0.02i & 0.20+0.02i \\ 0.20+0.03i & 0.19+0.02i & 0.20+0.03i & 0.20+0.02i & 0.19+0.03i & 0.20+0.02i \\ 0.19+0.03i & 0.21+0.02i & 0.19+0.02i & 0.19+0.03i & 0.20+0.03i & 0.20+0.02i \\ 0.20+0.04i & 0.20+0.02i & 0.20+0.03i & 0.20+0.02i & 0.20+0.02i & 0.19+0.02i \end{bmatrix}$$

$$W' = \begin{pmatrix} w'_1 \\ w'_2 \\ w'_3 \\ w'_4 \\ w'_5 \\ w'_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.15+0.10i \\ 0.10+0.10i \\ 0.25+0.05i \\ 0.10+0.10i \\ 0.20+0.10i \\ 0.15+0.10i \end{pmatrix}$$

步骤 3　根据式(5)计算联系数模型决策值

$$M(S_1) = \sum_{t=1}^{n}(A_{\tilde{w}_t} + B_{\tilde{w}_t} i)(A_{\tilde{p}_{kt}} + B_{\tilde{p}_{kt}} i) = 0.191 + 0.148i$$

同理,可计算出

$$M(S_2) = 0.194 + 0.147i,\ M(S_3) = 0.187 + 0.147i$$

$$M(S_4) = 0.186 + 0.146i,\ M(S_5) = 0.189 + 0.147i$$

根据式(14),按照"i 的比例取值原理"取值,即 $i = \frac{A_k}{A_k + B_k}$,计算出综合决策值,如表 1 所示。

表 1　各方案的综合决策值及排序

$M(S_k)$	决策值	i 取值	综合决策值	排序
$M(S_1)$	$0.191 + 0.148i$	0.563 4	0.274 4	2
$M(S_2)$	$0.194 + 0.147i$	0.568 9	0.277 6	1
$M(S_3)$	$0.187 + 0.147i$	0.559 9	0.269 3	4
$M(S_4)$	$0.186 + 0.146i$	0.560 2	0.267 8	5
$M(S_5)$	$0.189 + 0.147i$	0.562 5	0.271 7	3

经过比较,S_2 为最优方案,S_4 为最劣方案,与文献[5]所得最优最劣方案相同。

步骤 4　稳定性检验

当 $i = 0$ 时,有

$$\begin{array}{l} M(S_1) \\ M(S_2) \\ M(S_3) \\ M(S_4) \\ M(S_5) \end{array} \begin{pmatrix} 0.191 + 0.148i = 0.191 \\ 0.194 + 0.147i = 0.194 \\ 0.187 + 0.147i = 0.187 \\ 0.186 + 0.146i = 0.186 \\ 0.189 + 0.147i = 0.189 \end{pmatrix} \begin{array}{c} 2 \\ 1 \\ 4 \\ 5 \\ 3 \end{array}$$

当 $i = 0.5$ 时,有

$$\begin{array}{l} M(S_1) \\ M(S_2) \\ M(S_3) \\ M(S_4) \\ M(S_5) \end{array} \begin{pmatrix} 0.191 + 0.148i = 0.265 \\ 0.194 + 0.147i = 0.268 \\ 0.187 + 0.147i = 0.261 \\ 0.186 + 0.146i = 0.259 \\ 0.189 + 0.147i = 0.263 \end{pmatrix} \begin{array}{c} 2 \\ 1 \\ 4 \\ 5 \\ 3 \end{array}$$

当 $i = 0.6$ 时,有

$$\begin{array}{l} M(S_1) \\ M(S_2) \\ M(S_3) \\ M(S_4) \\ M(S_5) \end{array} \begin{pmatrix} 0.191 + 0.148i = 0.279\,8 \\ 0.194 + 0.147i = 0.282\,2 \\ 0.187 + 0.147i = 0.275\,2 \\ 0.186 + 0.146i = 0.273\,6 \\ 0.189 + 0.147i = 0.277\,2 \end{pmatrix} \begin{array}{c} 2 \\ 1 \\ 4 \\ 5 \\ 3 \end{array}$$

可见,当 i 取以上不同值时,排序结果相同。

需要讨论的是,本文得到的排序与文献[5]的排序并不完全一致,文献[5]的排序是 $S_2 \succ S_5 \succ S_3 \succ S_1 \succ S_4$($\succ$表示优于),本文排序是 $S_2 \succ S_1 \succ S_5 \succ S_3 \succ S_4$。那么,方案 S_1 和 S_5 究竟哪一个该排序在前?

为此,观察方案 S_1 和 S_5 的规范化后的决策矩阵 A 的各属性值。可以看到,在第 2 个属性和第 5 个属性值上,两个方案是相同的;第 3 个属性的中值和下确界是相同的;其他 3 个属性值在第 1 个方案中有 2 个(第 4 个和第 6 个)的中值和上下确界都不低于第 5 个方案,而且中值均高,仅第 1 个属性的中值略低于第 5 个方案,但差异度是相同的。详见表 2 和表 3。

表 2　方案 S_1 与 S_5 的各属性的中值、确界与差异度

	属性 1		属性 2		属性 3		属性 4		属性 5		属性 6	
方案	S_1	S_5	S_1	S_5	S_1	S_5	S_1	S_5	S_1	S_5	S_1	S_5
中值	0.19	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	0.21	0.20	0.20	0.20	0.21	0.19
上确界	0.21	0.22	0.21	0.21	0.21	0.22	0.22	0.21	0.21	0.21	0.22	0.20
下确界	0.17	0.18	0.19	0.19	0.19	0.19	0.19	0.19	0.19	0.19	0.20	0.18
差异度	0.04	0.04	0.02	0.02	0.02	0.03	0.03	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02

表 3　方案 S_1 与 S_5 的各属性比较

	属性 1	属性 2	属性 3	属性 4	属性 5	属性 6
中值	低 0.01	相同	相同	高 0.01	相同	高 0.02
上确界	低 0.01	相同	低 0.01	高 0.01	相同	高 0.02
下确界	低 0.01	相同	相同	相同	相同	高 0.02
差异度	相同	相同	低 0.01	高 0.01	相同	相同

从表 2 和表 3 可以看到,在中值和上下确界数值中,方案 S_1 有 5 项为高,有 4 项为低,而且高的属性值占优势。由于都是效益型指标,方案 S_1 排在 S_5 之前也是合理的。

4　结束语

在文献[12]中,已利用区间数与联系数 $a + bi$ 的等价性给出了基于联系数复运算的区间数多属性决策方法。本文把三角模糊数看成是突出地表示最可能取中值的一种区

间数,三角模糊数中值的相对确定性与三角模糊数上下确界中间取中值以外其他值的相对不确定性,决定了三角模糊数这种特殊的区间数也可以与普通区间数一样转换成联系数,从而建立起基于联系数的三角模糊数多属性决策新模型。这不仅简化了计算过程,而且充分利用了三角模糊数提供的中值信息,又通过 i 在$[-1,1]$的子区间的不同取值体现出三角模糊数除中值以外取其他值的相对不确定性,并把两者有机地结合在一个决策模型中。

当然,在保持联系数决策模型通用性的同时,也需要注意其不同点,一是把一个区间数转换成联系数 $a+bi$ 时的 i 在$[0,1]$取值,把一个三角模糊数转换成联系数 $a+bi$ 时的 i 在$[-1,1]$的某个子区间取值;二是联系数的复运算是否可以应用于三角模糊数多属性决策还需要另行研究。另外,本文给出的决策模型是否适用于对方案有偏好[1]、或决策信息不完全时的三角模糊数多属性决策,也需作进一步的研究。

参考文献:

[1] 徐泽水. 对方案有偏好的三角模糊数型多属性决策方法研究[J]. 系统工程与电子技术,2002,24(8):9-12. (Xu Zeshui. Study on method for triangular fuzzy number-based multi-attribute decision making with preference information on alternatives [J]. *Systems Engineering and Electronics*,2002,24*(8)*:9-12.)

[2] 夏国恩,金宏,金炜东. 具有三角模糊数的多属性格序决策方法[J]. 统计与决策,2006(1):22-23.

[3] 戴勇,范明,姚胜. 引入三参数区间数的多属性项目决策方法研究[J]. 扬州大学学报(自然科学版),2006,8(3):20-23.

[4] 曾三云,曾玲,龙君. 部分权重信息下的三角模糊数型多属性决策方法[J]. 桂林电子工业学院学报,2006,26(1):64-67.

[5] 许叶军,达庆利. 基于理想点的三角模糊数多指标决策法[J]. 系统工程与电子技术,2007,29(9):1469-1471. (Xu Yejun, Da Qingli. Method for triangular fuzzy number multiple attribute decision making based on ideal solution[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2007,29*(9)*:1469-1471.)

[6] 陈晓红,阳熹. 一种基于三角模糊数的多属性群决策方法[J]. 系统工程与电子技术,2008,30(2):278-282. (Chen Xiaohong, Yang Xi. Multiple attributive group decision making method based on triangular fuzzy numbers[J]. *Systems Engineering and Electronics*,2008,30*(2)*:278-282.)

[7] 赵克勤. 集对分析及其初步应用[M]. 浙江:浙江科学技术出版社,2000:44-64.

[8] 赵克勤. 集对分析中的不确定系统理论在 AI 中的应用[J]. 智能系统学报,2006,1(2):16-25.

[9] 汪新凡,杨小娟. 基于联系数贴近度的区间数多属性决策方法[J]. 数学的实践与认识,2008,38(3):18-24.

[10] 汪新凡. 基于三元联系数的不确定多属性决策方法[J]. 系统工程与电子技术,2007,29(12):2068-2071. (Wang Xinfan. Uncentain multiple attribute decision making methods based on three-unit connection number [J]. *Systems Engineering and Electronics*,2007,29*(12)*:2068-2071.)

[11] 叶跃祥,糜仲麦,王宏宇,等. 一种基于集对分析的区间数多属性决策方法[J]. 系统工程与电子技术,2006,28(9):1344-1347. (Ye Yuexiang, Mi Zhongmai, Wang Hongyu, et al. Set-pair-analysis-based method for multiple attributes decision-making with intervals[J]. *Systems Engineering and Electronics*,2006,28*(9)*:1344-1347.)

[12] 刘秀梅,赵克勤. 基于联系数复运算的区间数多属性决策方法及应用[J]. 数学的实践与认识,2008,38(3):57-64.

[13] 朱兵,王文圣,王红芳,等. 集对分析中差异不确定系数 i 的探讨[J]. 四川大学学报(工程科学版),2008,40(1):5-9.

[14] 余国祥. 对联系数中的不确定数 i 的研究[J]. 辽宁师范大学学报(自然科学版),2002,25(4):349-352.