第23卷第2期 模糊系统与数学 Vol 23, No. 2
2009年4月 Fuzzy Systems and Mathematics Apr., 2009

文章编号: 1001-7402(2009)02-0167-08

基于SPA的D-U空间的区间数多属性决策模型及应用*

刘秀梅[1], **赵克勤**[2]

(1. 连云港师范高等专科学校 数学系, 江苏 连云港 222006;
2. 浙江诸暨联系数学研究所, 浙江 诸暨 311811)

摘 要: 区间数多属性决策既具有一定的确定性, 又具有一定的不确定性。利用集对分析(SPA)的不确定性系统理论, 将区间数映射到二维确定-不确定空间(D-U空间), 把区间数转换为向量, 建立区间数的模、幅角及三角函数表达式的概念, 进而建立区间数的综合(基本、一般、主值)决策模型。实例计算表明: 该模型能较为客观地反映出区间数多属性决策的确定性与不确定性, 同时, 更具有对不确定性分析的合理性。

关键词: 多属性决策; 区间数; 集对分析(SPA); 不确定性系统理论; 联系数; D-U空间
中图分类号: O223; O1-0 **文献标识码**: A

1 引言

区间数多属性决策是系统决策领域中广受关注的一类决策问题, 由于受种种条件的限制, 决策中涉及的属性权重与属性值常常带有一定程度的不确定性, 为此, 人们乐于采用区间数的形式表示属性权重与属性值, 但由于区间数不能象普通点实数那样比较大小和进行运算, 区间数多属性决策问题因而成为学者们研究的一个热点。例如文献[1]把灰色关联分析法引入到区间数多属性指标决策; 文献[2]引用TOPSIS法对区间数多属性对象进行了排序; 文献[3]把区间数化成区间中值和决策者风险态度的函数, 从而把问题转化成与风险态度有关的确定性多属性决策问题; 文献[4]把集对分析对论域作同异反三分的思想引入区间数多属性决策, 把区间数转换为联系数的形式, 在此基础上给出了新的排序准则, 所得结果与同一实例采用其他方法相同, 步骤更为简便; 文献[5]则在文献[4]的基础上再引用TOPSIS法, 在获得相同决策结果同时但方法步骤更为简洁。本文受文献[4]、[5]的启发, 并进一步从集对分析(Set Pair Analysis, 简称SPA)角度思考区间数的性质, 认为区间数既具有一定程度的确定性, 同时又具有一定程度的不确定性, 据此可以把区间数映射到基于SPA不确定性系统理论的二维确定—不确定(Determination-Uncertain)空间[6-7](简称D-U空间)。在该空间中建立区间数多属性决策模型, 算法表明, 该模型算法简便, 所得结果可信有效。

2 区间数及其在D-U空间中的运算

2.1 区间数

记R为实数域, 称闭区间$[x^-, x^+]$为区间数, 记为$\tilde{x}$, 即

* 收稿日期: 2008-07-11; 修订日期: 2008-10-20
基金项目: 连云港师范高等专科学校校级课题(LYGSZ2008)
作者简介: 刘秀梅(1963-), 女, 吉林永吉人, 连云港师范高等专科学校数学系副教授, 研究方向: 数学分析, 数学教育; 赵克勤(1950-), 男, 浙江省诸暨市联系数学研究所研究员, 中国人工智能学会理事, 人工智能基础专业委员会副主任, 集对分析联系数学专业筹备委员会主任, 研究方向: 集对分析联系数学。

$$\tilde{x} = [x^-, x^+] \tag{1}$$

其中, $x^-, x^+ \in R$, 且 $x^- \le x^+$, 当 $x^- = x^+$ 时, $\tilde{x}$ 就退化为点实数(如图 1)。

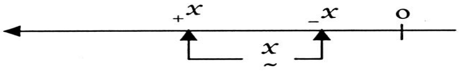

图 1 区间数 $\tilde{x}$

2.2 D-U 空间

D-U 空间是 SPA 中给出的一种具有不确定性的空间, 其特征是构成 n 维空间的 n 个坐标轴中至少有一维坐标轴是对不确定性测度的描述。例如, 在二维空间中, 若以 x 轴表示一个量的确定性测度, y 轴表示这个量的不确定性测度, 则此量称为确定-不确定量, 也简称为复合量, 由 x 轴与 y 轴构成的直角坐标系就是一个二维 D-U 空间(如图 2)。

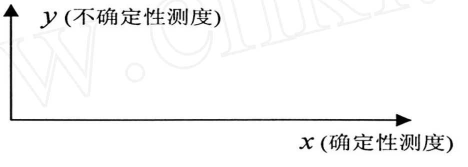

图 2 D-U 空间

2.3 区间数在 D-U 空间上的映射

由图 1 可见, 区间数 $\tilde{x}$ 的边界点 x^- 与 x^+ 是确定的, 但在 x^- 与 x^+ 之间的点是不确定的, 其不确定的测度可以由 $x^+ - x^-$ 确定, 借用 SPA 中的联系数

$$u = x + yi \tag{2}$$

$$x = x^- \tag{3}$$

$$y = x^+ - x^- \tag{4}$$

并用 $i \in [0, 1]$ 表示不确定性, 则给定一个区间数 $\tilde{x}$ 后, 即可以将其改写成联系数

$$\tilde{x}' = u = x + yi = x^- + (x^+ - x^-)i \tag{5}$$

并在图 2 所示的 D-U 空间上标出此联系数的向量 $\overrightarrow{OU}$, 如图 3。

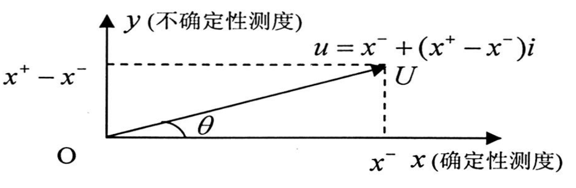

图 3 区间数在二维 D-U 空间上的映射

向量 $\overrightarrow{OU}$ 是区间数 $\tilde{x}$ 在 D-U 空间上的映像, 向量 $\overrightarrow{OU}$ 的长度(模) r 是区间数 $\tilde{x}$ 在 D-U 空间上映像的大小, θ 则表示区间数 $\tilde{x}$ 经映射后得到的向量 $\overrightarrow{OU}$ 与 x 轴正向的夹角。由图 3 易知,

$$x = r\cos\theta \tag{6}$$

$$y = r\sin\theta \tag{7}$$

于是, 有

$$\tilde{x} = r(\cos\theta + i\sin\theta) \tag{8}$$

式(8)为区间数 $\tilde{x}$ 在二维 D-U 空间上的三角函数表达式。

为明确起见,以下给出区间数$\tilde{x}$的模以及幅角的定义。

定义2.1　设有区间数$\tilde{x}=[x^-,x^+]$, $x^-,x^+\in R$,且$x^-\le x^+$,称

$$r=\sqrt{(x^-)^2+(x^+-x^-)^2} \tag{9}$$

为区间数$\tilde{x}$在二维D-U 空间中的模。称式(9)为区间数求模公式,记为

$$r=|\tilde{x}| \tag{10}$$

定义2.2　设有区间数$\tilde{x}=[x^-,x^+]$, $x^-,x^+\in R$,且$x^-\le x^+$,称

$$\theta=\arctan\frac{x^+-x^-}{x^-} \tag{11}$$

为区间数$\tilde{x}$在二维D-U 空间中的幅角,称式(11)为计算区间数的幅角公式,记为$\arg\tilde{x}$。

2.4　区间数在D-U 空间中的运算[8]

(1)加法运算

定义2.3　设有区间数$\tilde{x}_1=[x_1^-,x_1^+]$, $\tilde{x}_2=[x_2^-,x_2^+]$,把区间数改写成联系数的形式,有

$$\tilde{x}_1'=x_1^-+(x_1^+-x_1^-)i \tag{12}$$

$$\tilde{x}_2'=x_2^-+(x_2^+-x_2^-)i \tag{13}$$

所以

$$\begin{aligned}\tilde{x}_1+\tilde{x}_2&=\tilde{x}_1'+\tilde{x}_2'=x_1^-+(x_1^+-x_1^-)i+x_2^-+(x_2^+-x_2^-)i\\&=x_1^-+x_2^-+[(x_1^++x_2^+)-(x_1^-+x_2^-)]i\end{aligned} \tag{14}$$

容易证明,上述加法运算满足交换律和结合律。

(2)乘法运算

定义2.4　设有区间数$\tilde{x}_1=[x_1^-,x_1^+]$, $\tilde{x}_2=[x_2^-,x_2^+]$,把区间数改写成三角函数表达式:

$$\tilde{x}_1'=r_1(\cos\theta_1+i\sin\theta_1) \tag{15}$$

$$\tilde{x}_2'=r_2(\cos\theta_2+i\sin\theta_2) \tag{16}$$

则定义两个区间数的乘积为

$$\tilde{x}_1'\tilde{x}_2'=r_1(\cos\theta_1+i\sin\theta_1)\cdot r_2(\cos\theta_2+i\sin\theta_2)=r_1r_2[\cos(\theta_1+\theta_2)+i\sin(\theta_1+\theta_2)] \tag{17}$$

容易证明,上述乘法满足交换律和结合律。

推论2.1　由定义2.4可推得

$$|\tilde{x}_1\tilde{x}_2|=|\tilde{x}_1||\tilde{x}_2| \tag{18}$$

$$\arg(\tilde{x}_1\tilde{x}_2)=\arg\tilde{x}_1+\arg\tilde{x}_2 \tag{19}$$

3　基于区间数D-U 空间转换的多属性决策方法

3.1　问题描述

设m个方案$S_1,S_2,\cdots,S_m$组成方案集S;每个方案各有n个属性$Q_1,Q_2,\cdots,Q_n$,组成属性集Q;n个属性的权重向量$\tilde{w}_1,\tilde{w}_2,\cdots,\tilde{w}_n$都是区间数,如$\tilde{w}_t=[w_t^-,w_t^+]$,权重向量组成权重向量集$W$,其中$0\le w_t^-\le w_t^+\le 1$,且$\sum_{t=1}^{n}w_t^-\le 1$, $\sum_{t=1}^{n}w_t^+\ge 1$; $P=(\tilde{p}_{kt})_{m\times n}$表示区间数决策矩阵,其中$\tilde{p}_{kt}$表示第$k$个方案在$t$个属性上的评价值区间数,即$\tilde{p}_{kt}=[p_{kt}^-,p_{kt}^+](k=1,2,\cdots,m)$。为简便起见,假定$\tilde{p}_{kt}$已通过规范化处理为越大越好型属性,且$p_{kt}^+\ge p_{kt}^-\in[0,1]$, $t=1,2,\cdots,n$。

要求对m个方案中决策出最优方案,并对这些方案作出从优到劣的排序。

3.2　决策模型

(1)基本模型

设方案 $S_k(k=1,2,\cdots,m)$，权重区间数 $\tilde{w}_t$ 与评价值区间数 $\tilde{p}_{kt}(t=1,2,\cdots,n)$，其综合评价结果为 $M(S_k)$，则有

$$M(S_k)=\sum_{t=1}^{n}\tilde{w}_t\tilde{p}_{kt} \tag{20}$$

此模型称为基于SPA 的D-U 空间的区间数多属性决策综合基本模型，其值称为综合基本决策值，简称综合基本值或基本值。

由综合基本值 $M(S_k)(k=1,2,\cdots,m)$ 构成的矩阵

$$\overline{M}(S_k)=(M(S_1)\quad M(S_2)\quad M(S_3)\quad\cdots\quad M(S_k))^T$$

称为方案的综合基本值决策矩阵，有时不加区分也用 $M(S_k)$ 表示，以下类同。

(2) 一般模型

把式(20)中的权重区间数 $\tilde{w}_t$ 与评价值区间数 $\tilde{p}_{kt}$ 各自转换成三角函数表达式:

$$\tilde{w}_t=r_{w_t}(\cos\theta_{w_t}+i\sin\theta_{w_t})$$
$$\tilde{p}_{kt}=r_{p_{kt}}(\cos\theta_{p_{kt}}+i\sin\theta_{p_{kt}})$$

其中，区间数的模和幅角由式(9)、式(11)确定，则有

$$M(S_k)=\sum_{t=1}^{n}r_{w_t}r_{p_{kt}}[\cos(\theta_{w_t}+\theta_{p_{kt}})+i\sin(\theta_{w_t}+\theta_{p_{kt}})] \tag{21}$$

此模型称为基于SPA 的D-U 空间的区间数多属性决策一般综合模型，计算得到的值称为一般综合决策值，简称一般综合值。称式

$$r_{w_t}r_{p_{kt}}[\cos(\theta_{w_t}+\theta_{p_{kt}})+i\sin(\theta_{w_t}+\theta_{p_{kt}})] \tag{22}$$

为一般综合值的分量，称 $\overline{M}(S_k)$ 为方案的综合一般值决策矩阵。

(3) 主值模型

当式(21)中的 $[\cos(\theta_{w_t}+\theta_{p_{kt}})+i\sin(\theta_{w_t}+\theta_{p_{kt}})]=1$ 时，则得

$$M(S_k)=\sum_{t=1}^{n}r_{w_t}r_{p_{kt}} \tag{23}$$

称式(22)为基于SPA 的D-U 空间的区间数多属性决策综合主值模型，简称综合主值决策模型或主值模型。其值称为综合决策主值，简称综合主值或主值。称 $r_{w_t}r_{p_{kt}}$ 为综合主值的分量，$\overline{M}(S_k)$ 为方案的综合主值决策矩阵。

(4) 决策步骤

①先利用模及幅角的计算公式把决策问题的属性值区间数与权重区间数改写成三角函数表达式;

②利用D-U 空间的综合主值决策模型式(23)，计算各方案的综合主值，主值大的方案优先于主值小的方案;

③利用一般综合决策模型式(21)计算各决策方案的一般综合值，其中的 i 可按比例取值原理取值，计算公式为:

$$i=\frac{\cos(\theta_{w_t}+\theta_{p_{kt}})}{\cos(\theta_{w_t}+\theta_{p_{kt}})+\sin(\theta_{w_t}+\theta_{p_{kt}})} \tag{24}$$

也可取特殊值 $i=0, i=0.5, i=1$，以考察一般综合值的变化及对决策方案排序的影响。

4 应用实例

为便于比较，这里采用文献[9]中一个例子说明本文所述决策方法的应用。

设有一个多属性决策问题，有 S_1,S_2,S_3,S_4,S_5 共5 个被选方案，构成方案集 $S=(S_1,S_2,S_3,S_4,S_5)^T$，决策者对方案进行了两两比较，并采用0.1～0.9 标度法对比较的结果作出标度，得到如下的用区

间数表示的决策矩阵

$$A=\begin{bmatrix} [0.5,0.5] & [0.3,0.5] & [0.6,0.7] & [0.5,0.6] & [0.6,0.7] \\ [0.5,0.7] & [0.5,0.5] & [0.4,0.7] & [0.5,0.7] & [0.6,0.8] \\ [0.3,0.4] & [0.3,0.6] & [0.5,0.5] & [0.2,0.5] & [0.3,0.4] \\ [0.4,0.5] & [0.3,0.5] & [0.5,0.8] & [0.5,0.5] & [0.4,0.6] \\ [0.3,0.4] & [0.2,0.4] & [0.6,0.8] & [0.4,0.6] & [0.5,0.5] \end{bmatrix}$$

相应的区间数权重向量为

$$W=\begin{pmatrix} \tilde{w}_1 \\ \tilde{w}_2 \\ \tilde{w}_3 \\ \tilde{w}_4 \\ \tilde{w}_5 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} [0.1761,0.2778] \\ [0.1761,1.3148] \\ [0.1127,0.2222] \\ [0.1549,0.2593] \\ [0.1408,0.2407] \end{pmatrix}$$

试决策出最优方案并给出5 个方案的优劣排序。

处理思路: 在基本模型的基础上, 分别采用综合主值模型和综合一般模型进行决策, 并与文献[9]的结果进行比较。

办法一: 利用综合主值决策模型进行决策。

第一步: 将A 与W 中的区间数改写成联系数的形式, 得到联系数矩阵A'和W'如下:

$$A'=\begin{bmatrix} 0.5+0i & 0.3+0.2i & 0.6+0.1i & 0.5+0.1i & 0.6+0.1i \\ 0.5+0.2i & 0.5+0i & 0.4+0.3i & 0.5+0.2i & 0.6+0.2i \\ 0.3+0.1i & 0.3+0.3i & 0.5+0i & 0.2+0.3i & 0.3+0.1i \\ 0.4+0.1i & 0.3+0.2i & 0.5+0.3i & 0.5+0i & 0.4+0.2i \\ 0.3+0.1i & 0.2+0.2i & 0.6+0.2i & 0.4+0.2i & 0.5+0i \end{bmatrix}$$

$$W'=\begin{pmatrix} w'_1 \\ w'_2 \\ w'_3 \\ w'_4 \\ w'_5 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0.1761+0.1017i \\ 0.1761+0.1387i \\ 0.1127+0.1095i \\ 0.1549+0.1044i \\ 0.1408+0.0999i \end{pmatrix}$$

第二步: 分别计算联系数矩阵A'与W'的各数据的模, 得到每个区间数的模构成的矩阵R_A 与R_w 如下:

$$R_A=(r_{a_{ij}})_{5\times5}=\begin{bmatrix} 0.50 & 0.36 & 0.61 & 0.51 & 0.61 \\ 0.54 & 0.50 & 0.50 & 0.54 & 0.63 \\ 0.32 & 0.42 & 0.50 & 0.36 & 0.32 \\ 0.41 & 0.36 & 0.58 & 0.50 & 0.45 \\ 0.32 & 0.28 & 0.63 & 0.45 & 0.50 \end{bmatrix}$$

$$R_w=\begin{pmatrix} r_{w_1} \\ r_{w_2} \\ r_{w_3} \\ r_{w_4} \\ r_{w_5} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0.203 \\ 0.224 \\ 0.157 \\ 0.187 \\ 0.173 \end{pmatrix}$$

第三步: 根据综合主值决策模型式(23), 计算综合主值$M(S_k)$, 并求出综合主值决策矩阵

$\overline{M}(S_k)$ (计算最后结果保留小数点后四位), 进行排序。

根据主值模型式(23)先计算综合主值的分量 $r_{a_{kt}} r_{w_t}$, 以第1行数据为例, 此时 $k=1$,

$t=1$ 时, $r_{a_{11}} \cdot r_{w_1} = 0.50 \times 0.203 = 0.1015$

$t=2$ 时, $r_{a_{12}} \cdot r_{w_2} = 0.36 \times 0.224 = 0.0806$

$t=3$ 时, $r_{a_{13}} \cdot r_{w_3} = 0.61 \times 0.157 = 0.0958$

$t=4$ 时, $r_{a_{14}} \cdot r_{w_4} = 0.51 \times 0.187 = 0.0954$

$t=5$ 时, $r_{a_{15}} \cdot r_{w_5} = 0.61 \times 0.173 = 0.1055$

其他个数据计算方法类似, 得到如下矩阵:

$$\begin{array}{c} \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} t=1 & t=2 & t=3 & t=4 & t=5 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0.1015 & 0.0806 & 0.0958 & 0.0954 & 0.1055 \\ 0.1096 & 0.1120 & 0.0785 & 0.1010 & 0.1090 \\ 0.0650 & 0.0941 & 0.0785 & 0.0673 & 0.0554 \\ 0.0832 & 0.0806 & 0.0911 & 0.0935 & 0.0779 \\ 0.0650 & 0.0627 & 0.0989 & 0.0842 & 0.0865 \end{bmatrix} \end{array}$$

将各行数据相加, 得到综合主值, 并进行排序(最右一列为排序), 得到方案的综合主值决策矩阵 $\overline{M}(S_k)$ 为:

$$\overline{M}(S_k) = \begin{pmatrix} M(S_1) \\ M(S_2) \\ M(S_3) \\ M(S_4) \\ M(S_5) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.4788 \\ 0.5101 \\ 0.3602 \\ 0.4063 \\ 0.3973 \end{pmatrix} \begin{matrix} (2) \\ (1) \\ (5) \\ (3) \\ (4) \end{matrix}$$

显然, 对方案集 $S=(S_1, S_2, S_3, S_4, S_5)^T$, 有 $S_2 \succ S_1 \succ S_4 \succ S_5 \succ S_3$ (符号 $\succ$ 表示"优于"), 即 S_2 为最优方案, 以上排序结果与文献[9]所得排序结果相同。

办法二: 用一般综合决策模型进行决策。

思路: 按一般综合决策模型式(21), $M(S_k) = \sum_{t=1}^{n} r_{w_t} r_{a_{kt}} [\cos(\theta_{w_t} + \theta_{a_{kt}}) + i\sin(\theta_{w_t} + \theta_{a_{kt}})]$, 分别取 $i=1, i=0.5, i=0$, 计算各方案的一般综合值 $M(S_k)$, 求出一般综合值决策矩阵 $\overline{M}(S_k)$ 并进行比较。

先取 $i=1$, 计算一般综合值 $M(S_k)$。

以第1行数据为例, 此时 $k=1$, 计算 $M(S_1)$ 的各项值, 步骤如下:

第一步: 根据式(11) $\theta = \arctan \dfrac{x^+ - x^-}{x^-}$, 计算各区间数的幅角:

$$\theta_{a_{11}} = \arctan \frac{0.5 - 0.5}{0.5} = 0$$

$$\theta_{w_1} = \arctan \frac{0.2778 - 0.1761}{0.1761} \approx 0.5237$$

第二步: 取 $t=1$, 由一般综合值公式, 计算一般综合值的分量:

$r_{w_1} r_{a_{11}} [\cos(\theta_{w_1} + \theta_{a_{11}}) + i\sin(\theta_{w_1} + \theta_{a_{11}})] = 0.203 \times 0.5 \times [\cos(0 + 0.5237) + 1 \cdot \sin(0 + 0.5237)] = 0.1015 \times 1.3661 \approx 0.1386$

类似, 当 $t=2$ 时,

$$\theta_{a_{12}} = \arctan \frac{0.5 - 0.3}{0.3} \approx 0.5880$$

$$\theta_{w_2} = \arctan \frac{0.3148 - 0.1761}{0.1761} \approx 0.6671$$

$r_{w_2} r_{a_{12}}[\cos(\theta_{w_2}+\theta_{a_{12}})+i\sin(\theta_{w_2}+\theta_{a_{12}})]=0.224\times0.36\times[\cos(0.6671+0.5880)+1\cdot\sin(0.6671+0.5880)]=0.0806\times1.2610\approx0.1016$

类似可得, $t=3$ 时分量值为0.1339, $t=4$ 时分量值为0.1349 和 $t=5$ 时分量值为0.1492。借助于电子表格计算, 得出下列决策矩阵和排序, 右边两列为最后一般综合值和排序。

$$\overline{M}(S_k)_{i=1}=\begin{bmatrix}0.1387 & 0.1016 & 0.1339 & 0.1349 & 0.1492\\ 0.1539 & 0.1573 & 0.0898 & 0.1403 & 0.1523\\ 0.0918 & 0.1045 & 0.1110 & 0.0670 & 0.0774\\ 0.1176 & 0.1016 & 0.1114 & 0.1298 & 0.1053\\ 0.0918 & 0.0697 & 0.1333 & 0.1145 & 0.1206\end{bmatrix}\begin{matrix}0.6583 & (2)\\ 0.6936 & (1)\\ 0.4517 & (5)\\ 0.5658 & (3)\\ 0.5300 & (4)\end{matrix}$$

当取 $i=0.5$ 时, 同理可以得到

$$\overline{M}(S_k)_{i=0.5}=\begin{bmatrix}0.1133 & 0.0633 & 0.0954 & 0.1010 & 0.1120\\ 0.1108 & 0.1226 & 0.0510 & 0.0986 & 0.1084\\ 0.0674 & 0.0578 & 0.0837 & 0.0333 & 0.0551\\ 0.0887 & 0.0633 & 0.0674 & 0.1037 & 0.0710\\ 0.0674 & 0.0385 & 0.0894 & 0.0781 & 0.0956\end{bmatrix}\begin{matrix}0.4850 & (2)\\ 0.4914 & (1)\\ 0.2973 & (5)\\ 0.3941 & (3)\\ 0.3690 & (4)\end{matrix}$$

当取 $i=0$ 时, 同理可以得到

$$\overline{M}(S_k)_{i=0}=\begin{bmatrix}0.0879 & 0.0250 & 0.0568 & 0.0671 & 0.0748\\ 0.0678 & 0.0880 & 0.0122 & 0.0568 & 0.0644\\ 0.0431 & 0.0111 & 0.0563 & -0.0003 & 0.0327\\ 0.0598 & 0.0250 & 0.0234 & 0.0775 & 0.0367\\ 0.0431 & 0.0074 & 0.0455 & 0.0414 & 0.0705\end{bmatrix}\begin{matrix}0.3117 & (1)\\ 0.2892 & (2)\\ 0.1429 & (5)\\ 0.2224 & (3)\\ 0.2080 & (4)\end{matrix}$$

由上可见, 当取 $i=1$, $i=0.5$ 时, 5 个方案的排序与主值的排序一致; 但是当取 $i=0$ 时, 方案的排序有很大改变, 原来的最优方案 S_2 改变了次序, 列居第2; 原来排名第2 的方案 S_1 成为最优方案。由此说明, 区间数的不确定性有可能影响排序的结果, 决定排序的顺序。因此, 我们在进行区间数多属性决策时, 必须充分考虑区间数不确定性的影响。

值得指出的是, 文献[9]仅仅给出了一种排序结果, 与本文的基本模型和主值模型的排序结果一致, 但是没有指出区间数不确定性的影响。

5 结语

区间数具有确定-不确定特点, 确定是指区间数具有上下界(区间端点), 不确定是指变量在给定区间内取值可以随时变化; 为了客观地处理区间数的这种确定性与不确定性, 可以根据集对分析(SPA)的不确定性系统理论, 把区间数通过联系数映射到SPA 的D-U 空间中, 转化为D-U 空间中的向量, 写出区间数的三角函数表达式, 方便地建立起区间数多属性综合基本决策模型、一般决策模型和主值决策模型, 实例计算表明:

①使用综合基本决策模型和综合主值决策模型的区间数多属性决策方法具有实用性, 保持了原有结论, 而且易于计算。

②通过一般综合决策模型的计算, 可以得出这样的结论: 区间数的不确定性对决策结果可能会有重大影响, 在决策时必须充分考虑到这种影响。

③基于SPA 的D-U 空间的区间数多属性决策, 较好地处理了区间数的确定性与不确定性以及它们之间的相互联系, 有其优越性和合理性, 避免了将区间数多属性决策问题完全转化为确定性来处理时, 其结论易存在一定的不合理性的缺点[10]。

至于集对分析(SPA)D-U 空间的区间数多属性决策模型在其它决策问题中的应用, 将另作深入研

究。

参考文献:

[1] 卫贵武. 区间数多指标决策问题的新灰色关联分析法[J]. 系统工程与电子技术, 2006, 28(9): 1358~1359, 1383.
[2] 尤天慧, 樊治平. 区间数多指标决策的一种TOPSIS方法[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2002, (9): 840~843.
[3] 尤天慧, 樊治平. 一种基于决策者风险态度的区间数多属性决策方法[J]. 运筹与管理, 2002, 11(5): 1~4.
[4] 叶跃祥, 糜仲春, 王宏宇, 梁晓艳. 一种基于集对分析的区间数多属性决策方法[J]. 系统工程与电子技术, 2006, 28(9): 1344~1347.
[5] 汪新凡, 杨小娟. 基于联系数贴近度的区间数多属性决策方法[J]. 数学的实践与认识, 2008, 38(3): 18~24.
[6] 赵克勤. 集对分析及其初步应用[M]. 杭州: 浙江科技出版社, 2000.
[7] 赵克勤. 集对分析中的不确定系统理论在AI中的应用[J]. 智能系统学报, 2006, 1(2): 16~25.
[8] 王霞. 基于复数理论的同异型联系数及其应用[J]. 数学的实践与认识, 2005, 35(8): 127~131.
[9] 黄松, 黄卫来. 区间数互补判断矩阵的拓扑排序方法[J]. 模糊系统与数学, 2006, 20(5): 84~89.
[10] 吴江, 黄登仕. 区间数排序方法研究综述[J]. 系统工程, 2004, 22(8): 1~3.
[11] 张斌. 不确定性信息处理的集对论思想与方法[J]. 模糊系统与数学, 2001, 15(2): 89~93.
[12] 张海东, 舒兰. 限制容差关系下的集对变精度粗糙集模型[J]. 模糊系统与数学, 2007, 21(5): 125~129.

Multiple Attribute Decision Making and Its Applications with Interval Numbers Based on D-U space of SPA

LIU Xiu-mei[1], ZHAO Ke-qin[2]
(1. Department of Mathematics, Lianyungang Teachers College, Lianyungang 222006, China;
2. Zhuji Institute of Connection Mathematics, Zhuji 311811, China)

Abstract: The multi-objective decision making with the interval number has both the determination and uncertainty. Based on the uncertainty system theory of SET PAIR ANALYSIS (SPA), we can transform the interval number into the vector and establishe the concept of the norm of the interval number and the expression of trigonometric function of the interval number, and then establishe the comprehensive decision making with the interval number in the two-dimension determination-uncertainty space (the D-U space), which includes fundamental model, general model, principal-value model. The example indicates the model can objectively reflect the nature of the determination and uncertainty in the multi-objective decision making with the interval number, simultaneously, it has rationality about the uncertainty analysis.

Key words: Multiple Attribute Decision Making; Interval Number; Set Pair Analysis (SPA); Uncertain System Theory; Connection Number; D-U Space