

激 光 原 理

光电信息科学系

南开大学物理科学学院

二〇〇六年三月

目 录

第一章 光辐射理论基础.....	1-1
1-1 电磁场（光波）的模.....	1-1
1-2 光量子态.....	1-3
1-3 光子简并度.....	1-7
1-4 光子发射和吸收.....	1-8
1-5 激发态平均寿命.....	1-12
1-6 光谱宽度.....	1-14
1-7 光通过介质时的吸收与增益.....	1-25
第二章 激光器一般工作原理.....	2-1
2-1 激光器组成和激光产生.....	2-1
2-2 粒子反转分布的激励条件.....	2-4
2-3 激光器振荡条件.....	2-9
2-4 几种激光器工作原理.....	2-14
第三章 光学谐振腔.....	3-1
3-1 引言.....	3-1
3-2 谐振腔——多光束干涉仪.....	3-1
3-3 腔稳定性.....	3-4
3-4 谐振腔损耗及有关参数.....	3-17
3-5 光学谐振腔的基本衍射理论.....	3-24
3-6 平行平面腔的模特性.....	3-29
3-7 共焦腔的模特性.....	3-33
3-8 传播圆.....	3-44
3-9 一般球面镜谐振腔的模特性.....	3-46
3-10 谐振腔的模体积.....	3-57
3-11 谐振腔的模选择.....	3-59
第四章 高斯束光学.....	4-1
4-1 高斯光束的特性和描写方法.....	4-1

4-2 高斯光束通过光学系统的基本变换关系.....	4-10
4-3 高斯光束的聚焦、准直和扩束.....	4-17
4-4 谐振腔的模匹配.....	4-23
第五章 激活介质特性.....	5-1
5-1 光放大和增益饱和.....	5-1
5-2 激光器的振荡频率特性.....	5-11
5-3 激光器的振荡阈值和输出功率特性.....	5-27
5-4 激光活介质的增益、损耗和输出功率的测量方法.....	5-36
第六章 激光的稳频、调 Q、锁模、放大技术基础.....	6-1
6-1 激光稳频原理.....	6-1
6-2 激光调 Q 原理.....	6-15
6-3 激光锁模原理.....	6-21
6-4 激光放大原理.....	6-26

第一章 光辐射理论基础

光在本质上表现出双重特性，一方面，它在传播特性方面表现出波动性。如反射、干涉、衍射、偏振、双折射等现象；另一方面，它在与物质相互作用时又表现出粒子性。如黑体辐射、光电效应中表现出的粒子所具有的动量和能量性质。这即为人们现在所熟知的光的波粒二象性。量子电动力学从理论上对光的二象性给出了统一的正确解释。在这个理论中，光波看作是由量子化的微粒——光子——组成的电磁场。并且电磁场可视为一系列单色平面波的线性迭加，或一系列独立的基本状态的线性迭加。每一个基本状态称为场的一个本征态或本征模式（或波型）。这一点与光的经典电磁理论的描述形式是相同的，但基本的不同点是，在电磁场的量子理论中，场的每一个本征态的能量和动量都是量子化的，即可表示为基元能量 $h\nu_l$ 和基元动量 $\hbar\vec{k}_l$ 的整数倍。而场的总能量和总动量可分别表示为各个本征态的能量和动量之和。这种具有基元能量 $h\nu_l$ 和基元动量 $\hbar\vec{k}_l$ 的物质单元被称库处于第 l 个本征态内的光子，具有相同能量和动量（严格说还应具有相同的偏振状态）的光子彼此不可区分，因而处于同一状态，每个状态内的光子数目不受限制。

我们这里不准备详细介绍光的量子电动力学理论，本章将按照上述的基本观点介绍某些与本课程后继内容有关的基本概念和处理方法。

1-1 电磁场（光波）的模

前面已讲过，按照量子电动力学的观点，光波的模式与光子的状态是等效的概念。光波模式在激光理论中是一个重要概念，这一节我们将按光的经典电磁理论导出模数的表达式。下一节将通过光子理论导出光子的状态数，那时就会清楚看出两者确是完全等价的。

在均匀的各向同性的介质中，描写经典电磁场的麦克斯韦方程组可简化为如下的波动方程：

$$\begin{aligned}\nabla^2 \vec{E} - \frac{\epsilon\mu}{c^2} \ddot{\vec{E}} &= 0 \\ \nabla^2 \vec{B} - \frac{\epsilon\mu}{c^2} \ddot{\vec{B}} &= 0\end{aligned}\tag{1.1.1}$$

(1.1.1)式的特解是沿某方向传播的单色平面波:

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \vec{E}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \theta)} \\ \vec{B} &= \vec{B}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \theta)}\end{aligned}\quad (1.1.2)$$

其中, ω 为角频率, θ 为初始位相, \vec{k} 为波矢,

$$\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{n}_0 \quad (1.1.3)$$

\vec{n}_0 为平面波传播方向上单位矢量, λ 为波长。由 (1.1.3) 可见, \vec{k} 为单色平面波的特征量, 或者说单色平面波以 \vec{k} 为标志。

(1.1.2) 式表示的特解, 在物理上代表着场的一个本征态或本征模式 (或波型), 而方程 (1.1.1) 的通解可表示为一系列特解的线性迭加, 在物理上还意味着在各向同性的均匀电介质中的任意电磁场可表示为具有各种可能频率和传播方向的单色平面波的迭加。

在自由空间, 具有任意 \vec{k} 的单色平面波都可以存在, 但是一个有边界条件限制的空间 V 内, 只能存在具有特定波矢 \vec{k} 的一系列独立的单色平面波。这些可能存在的单色平面波的数目, 就是被限制在体积 V 内的电磁场模数, 下面求解体积 V 内场的模数。

设 V 为边长为 L 的正方形。以 “ j ” 标记第 j 个单色平面波, \vec{k}_j 为它的波矢, 则在满足给定边界条件下具有稳定解的条件是: 波矢 \vec{k}_j 在坐标 x , y , z 三个方向的分量 k_{jx} 、 k_{jy} 、 k_{jz} 必须满足

$$\begin{aligned}k_{jx} &= \frac{\pi}{L} n_{jx} \\ k_{jy} &= \frac{\pi}{L} n_{jy} \\ k_{jz} &= \frac{\pi}{L} n_{jz}\end{aligned}\quad (1.1.4)$$

这里 n_{jx} 、 n_{jy} 、 n_{jz} 是任意正整数，则 \vec{E}_j 的绝对值为：

$$|\vec{k}_j|^2 = k_j^2 = \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 (n_{jx}^2 + n_{jy}^2 + n_{jz}^2) = \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 n_j^2 \quad (1.1.5)$$

若换成第 j 个本征态的频率，由 (1.1.5) 式有：

$$\nu_j^2 = \left(\frac{c}{2L}\right)^2 n_j^2 \quad (1.1.6)$$

因为 $L \gg \lambda_j$ 所以在体积 V 内， λ_j 或 ν_j 可视为连续变化，不必取分立值，即有：

$$\nu^2 = \left(\frac{c}{2L}\right)^2 n^2 \quad (1.1.7)$$

(1.1.7) 式表明在整数 n 空间一组整数 n_x 、 n_y 、 n_z 即对应一个本征模的频率。因此，频率区间 $\Delta\nu$ 内的本征模数，在数值上等于整数 n 空间内，数值半径由 $n \rightarrow n + \Delta n$ 范围内球壳体积的八分之一，即

$$g = 4\pi n^2 \cdot \Delta n \cdot \frac{1}{8} = 4\pi \left(\frac{L}{c}\right)^3 \nu^2 \Delta\nu = \frac{4\pi}{c^3} \cdot \nu^2 \cdot \Delta\nu \cdot V$$

又考虑到每一个频率为 ν 的单色平面波还存在着两个独立的相互垂直的偏振态，则频率间隔 $\Delta\nu$ 内的本征态数，即本征模数应为：

$$g_{\Delta\nu} = \frac{8\pi}{c^3} \nu^2 \Delta\nu V \quad (1.1.8)$$

如果电磁波不是均匀地在整个 4π 立体角内传播，而是集中在立体角 $\Delta\Omega$ 内传播，则此时 $\Delta\nu$ 内的本征模数为

$$g_{\Delta\nu\Delta\Omega} = \frac{2}{c^2} \nu^2 \Delta\nu \Delta\Omega V \quad (1.1.9)$$

(1.1.9) 式对于体积为 V 的任意形状的空间都成立。

1-2 光量子态

如上所述，按量子电动力学观点，光是一种粒子波，组成光的物质微粒——光子

依其不同特征（以动量、能量、偏振状态等为标志），分别处于不同状态，称为光子态。光子是全同性粒子，是自旋为 h 的玻色子。在宏观上遵从玻色——爱因斯坦统计规律，处于同一状态的光子数不受限制，并且彼此不可区分。下面将看出，光子与光波模式是两个等价的概念，它们在数目上是相等的。

我们规定光量子态按以下几个方面予以区分：

- 传播方向；
- 所处的几何空间；
- 频率（或动量）；
- 偏振态。

按照上述规定，处于同一几何空间内，并且具有相同的频率（动量）、相同的运动方向和相同的偏振态的光视之为处于同一状态。

我们先假定光子的运动方向按 4π 立体角均匀分布，那么光量子态的数目应与动量空间 $P \rightarrow P + \Delta P$ 的球壳体积和几何空间体积 V 相对应。换言之，光量子态数是与光子在由 P_x 、 P_y 、 P_z 、 x 、 y 、 z 组成的广义笛卡尔坐标的六维相空间中所占据的相体积 V 相对应，而每一个光量子态对应着由测不准关系所决定的相体积元 $\Delta V_{\text{相}}$

$$(\Delta V_{\text{相}} = \Delta P_x \Delta P_y \Delta P_z \Delta x \Delta y \Delta z)。$$

测不准关系给出

$$\begin{aligned} \Delta x \Delta P_x &\approx h \\ \Delta y \Delta P_y &\approx h \\ \Delta z \Delta P_z &\approx h \end{aligned} \quad (1.2.1)$$

$$\therefore \Delta V_{\text{相}} = \Delta x \Delta y \Delta z \Delta P_x \Delta P_y \Delta P_z \approx h^3 \quad (1.2.2)$$

$\Delta V_{\text{相}}$ 又叫相格，它是相空间的最小单元。处于同一相格中的全部光子被认为处于同一状态。

处于几何空间体积为 V 、动量由 $P \rightarrow P + \Delta P$ 的光子群所占据的相空间体积为：

$$V_{\text{相}} = 4\pi P^2 \cdot \Delta P \cdot V = 4\pi \frac{h^3}{c^3} \nu^2 \Delta \nu \cdot V \quad (1.2.3)$$

在考虑到两种可能的独立偏振状态后，在这个相空间体积中的光子态数应为：

$$g_{\Delta v V} = 2 \cdot \frac{V_{\text{相}}}{\Delta V_{\text{相}}} = \frac{8\pi}{c^3} v^2 \Delta v V \quad (1.2.4)$$

我们现在可清楚地看到，表示光量子态数的（1.2.4）式与表示光波场的本征模数的（1.1.8）式完全一样。因此，场的本征模式与光的量子态是完全等价的两个概念。

以上我们假定光子运动方向在 4π 立体角内均匀分布，如果光子的运动不是各向均匀分布，而是在某一立体角 $\Delta\Omega$ 内，则（1.2.4）变为：

$$g_{\Delta v \Delta \Omega} = \frac{2}{c^3} v^2 \Delta v \Delta \Omega V \quad (1.2.5)$$

如果光子群不是被限制在空间体积 V 内，而是以光子束方式传播，并且光束立体发散角为 $\Delta\Omega$ ，光束截面为 Δs ，则在时间 Δt 内通过 Δs 的光子所占据的体积为：

$$V = \Delta s \cdot c \cdot \Delta t$$

则（1.2.5）式可表示为：

$$g_{\Delta v \Delta \Omega \Delta s \Delta t} = \frac{2}{\lambda^2} \Delta v \Delta \Omega \Delta s \Delta t \quad (1.2.6)$$

又根据光的空间相干性理论，相干面积 $\Delta S_{\text{相干}}$ 与光束的立体角 $\Delta\Omega$ 之间满足以下关系：

$$\Delta S_{\text{相干}} = \frac{\lambda^2}{\Delta\Omega}$$

同时由光的时间相干性理论，相干时间 $\Delta t_{\text{相干}}$ 与光谱带宽 Δv 满足以下关系：

$$\Delta v \Delta t_{\text{相干}} = 1$$

考虑到这两个条件，并且 $\Delta L_{\text{相干}} = c \cdot \Delta t_{\text{相干}}$ 为相干长度，则（1.2.6）式就变为：

$$g_{\Delta v \Delta \Omega \Delta s \Delta t} = 2 \cdot \frac{1}{\Delta S_{\text{相干}}} \cdot \frac{V}{\Delta L_{\text{相干}}} = 2 \cdot \frac{V}{\Delta V_{\text{相干}}} \quad (1.2.7)$$

$\Delta V_{\text{相干}} = \Delta S_{\text{相干}} \cdot \Delta L_{\text{相干}}$ 被定义为“相干体积”，在波动光学里一般是用相干面积这个概念来描述光的空间相干性。那么，相干体积的含义是什么呢？（1.2.7）式清楚地表明，光量子态数等于空间体积 V 内所包含的相干体积数。因此，可以理解为处于相干

体积内 $\Delta V_{\text{相干}}$ 的光子是处于同一个量子态，并且它们彼此是相干的。

我们还可以进一步证明，一个相格所占据的几何空间体积就等于相干体积。前面讲过，相空间的体积元（相格） $\Delta V_{\text{相}} = \Delta P_x \Delta P_y \Delta P_z \Delta x \Delta y \Delta z$ 代表着一个光量子态。

一个相格占有的空间体积：

$$\Delta x \Delta y \Delta z = \frac{\Delta V_{\text{相}}}{\Delta P_x \Delta P_y \Delta P_z} = \frac{h^3}{\Delta P_x \Delta P_y \Delta P_z}$$

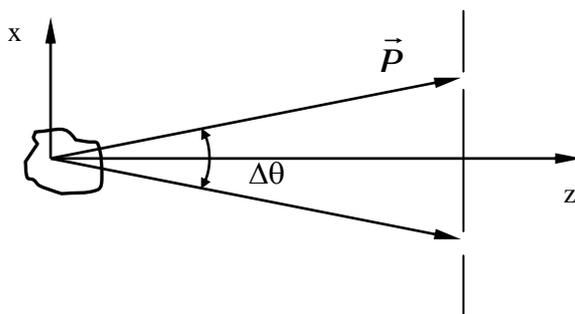


图 1-1 杨氏双狭缝干涉

由图 1-1，当 $\Delta\theta$ 很小时，

$$\Delta P_x = \Delta P_y \approx |\vec{P}| \Delta\theta = \frac{h\nu}{c} \Delta\theta$$

$$P_z = |\vec{P}|$$

$$\Delta P_z \approx \Delta |\vec{P}| = \frac{h}{c} \Delta\nu$$

由此得到

$$\Delta P_x \Delta P_y \Delta P_z = \frac{h^3}{c^3} \nu^2 \Delta\nu (\Delta\theta)^2 \tag{1.2.8}$$

$$\Delta x \Delta y \Delta z = \frac{c^3}{\nu^2 \Delta\nu (\Delta\theta)^2}$$

由相干面积的公式和相干体积的定义，

$$\Delta V_{\text{相干}} = \Delta S_{\text{相干}} \cdot \Delta L_{\text{相干}} = \frac{\lambda^2}{\Delta\Omega} \cdot \frac{1}{\Delta\nu} \cdot c = \frac{c^3}{\nu^2 \Delta\nu (\Delta\theta)^2} \tag{1.2.9}$$

比较 (1.2.8) 式和 (1.2.9) 式

$$\Delta x \Delta y \Delta z = \Delta V_{\text{相干}} \quad (1.2.10)$$

(1.2.10) 式清楚不过地表明, 相干体积对应着相空间的一个体积元 (因为 Δx 、 Δy 、 Δz 确定后, ΔP_x 、 ΔP_y 、 ΔP_z 亦即由测不准关系确定了), 亦即对应着一个光量子态。

综上所述, 所谓光波场的模、光量子态、相格、相干体积实际上是等价的概念, 只是从不同的角度描述光的物理本质而已, 同一个模式的光波或处于同一状态 (相格、相干体积) 的光子是相干的; 不同模式的光波或不同状态的光子是不相干的。

1-3 光子简并度

所谓光子简并度, 就是处于同一量子态的光子数。根据前节的叙述, 光子简并度可以有几种含义相同的不同表述: 同态光子数, 同一模式内的光子数, 处于同一相格内的光子数, 处于相干体积内的光子数。光子简并度是能够概括激光特性的一个重要概念, 激光最本质的特点是具有异常高的光子简并度。根据前面介绍的知识, 可以导出光子简并度。

设被考察的光波为准平行、准单色的光束, 光束截面为 ΔS , 发散角 (立体角) 为 $\Delta \Omega$, 带宽为 $\Delta \nu$, 平均功率为 P , 则在时间 Δt 内流过 ΔS 的光子数为:

$$N = \frac{P \cdot \Delta t}{h\nu}$$

而光子状态数由 (1.2.6) 式给出, 按定义, 光子简并度 n_j 为:

$$\bar{n}_j = \frac{N}{g} = \frac{P}{2h\nu / \lambda^2 \cdot \Delta \Omega \Delta S \Delta \nu} \quad (1.3.1)$$

我们以 He-Ne 激光器的 6328Å 谱线为例, 利用 (1.3.1) 式将各个量值代入公式, 可以得到:

$$\bar{n}_j = 10^{15}$$

即是说在一个量子态内大约有 10^{15} 个光子。普通光源的光子简并度又怎样呢? 在辐射源与周围环境处于热平衡状态 (因而辐射体本身也处于热平衡状态), 每个模的能量

由黑体辐射公式给出。

$$\bar{E} = \frac{h\nu}{e^{kT} - 1}$$

那么对于黑体辐射源的光子简并度为：

$$\bar{n} = \frac{\bar{E}}{h\nu} = \frac{1}{e^{kT} - 1} \quad (1.3.2)$$

当取 $T \sim 6000^\circ\text{C}$ ， $\nu \sim 10^{14}\text{Hz}$ 时，代入 (1.3.2) 式，得到：

$$\bar{n} \sim 10^{-5}$$

就是说平均 100000 个量子态中才只有一个光子，激光与普通光源的光子简并度竟相差 20 个数量级！这是个极大的飞跃，一个物理量有这样大的跃变，这在光学发展史上是空前的，这也就是激光所具有的许多优异特性的内在原因。

1-4 光的发射和吸收

光的发射和吸收是光场与物质（原子或分子）作用的结果，光场与物质的相互作用，使得组成物质的原子（或分子）可以从一个本征态（能级）跃迁到另一个本征态，与此同时伴随着光场某一波型内增加或减少一个光子，这就是单个原子（或分子）对光的发射和吸收行为，这种行为包括三种基本过程，即受激吸收、自发辐射和受激辐射。

为了讨论问题的方便，我们只考虑原子的两个能级 E_1 和 E_2 ($E_2 > E_1$)（因为对于给定的辐射跃迁总是发生在某两个能级间），并假定两个能级符合跃迁的选择定则。

（一）自发辐射

处于高能态 E_2 的原子，在不受外界作用的情况下，自发地向低能态 E_1 跃迁，并发射一个能量为 $h\nu_{21}$ 的光子，这个过程称为自发辐射跃迁。如图 1.2 所示。

$$h\nu_{21} = E_2 - E_1 \quad (1.4.1)$$

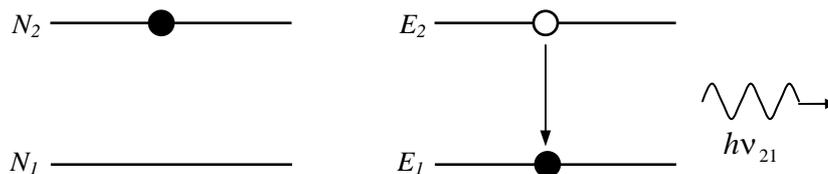


图 1.2 光的自发辐射过程

每个原子的自发辐射过程都是独立进行的，新发射的光子虽然频率相同，但其运动方向和初位相是杂乱无章的，因而自发辐射产生的光是非相干光。

自发辐射过程用自发跃迁几率 A_{21} 描述。设在某一时刻 t 处在能级 E_2 上的原子数密度（即单位体积内的原子数）为 N_2 ， A_{21} 定义为单位时间内 N_2 个粒子中发生自发辐射跃迁的百分数，则在由 $t \rightarrow t + dt$ 的时间内产生自发辐射的原子数应为：

$$dN_{21} = A_{21}N_2 dt \quad (1.4.3)$$

A_{21} 又称爱因斯坦自发辐射系数，它因不同原子不同跃迁能级而异。一般地说，原子的自发辐射爱因斯坦系数 A_{21} 的量级为 $10^7 \sim 10^9 \text{ 秒}^{-1}$ 。

（二）受激辐射过程

处于能态 E_2 上的原子，受到频率 ν_{21} 的外来光场的作用（ ν_{21} 满足 (1.4.1) 式），则这个原子可能受到外来光子的激励而从能态 E_2 跃迁到能态 E_1 ，同时放射出一个频率为 ν_{21} 的光子，如图 1.3 所示。

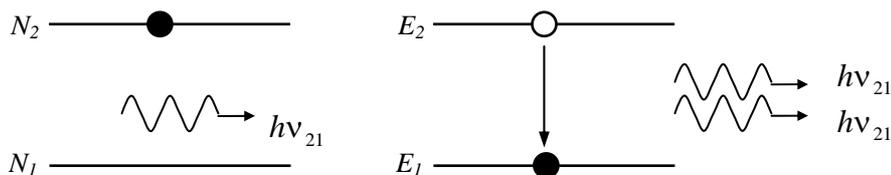


图 1.3 光的受激辐射过程

原子的这种发光过程叫受激辐射，受激辐射产生的光子与外来激励光子的状态完全相同，即两者不但同频率，而且同位相，同偏振，同传播方向，因而受激辐射场与入射光属于同一模式，这样，当有大量原子处于 E_2 态时，就会发生雪崩式的连锁反应而产生大量的受激辐射光子，这些光子是相干的，受激辐射的这一重要特性是激光的基础，这一特性只有用量子动力学才能得到严格证明。下面我们引出受激辐射爱因斯坦系数 B_{21} 。

设外来光子的能量密度是 $\rho(\nu_{21}, T)$ ， T 是绝对温度， $\rho(\nu_{21}, T)$ 表示单位体积、单位频率间隔内光的能量，若在时刻 t ，能级 E_2 上的原子数密度是 N_2 ，在 $t \rightarrow t + dt$ 的时间内，单位体积中有 dN_{21} 个原子，由于受激辐射，而从能级 E_2 跃迁到能级 E_1 ，则有

$$dN_{21} = B_{21} N_2 \rho(\nu_{21}, T) dt \quad (1.4.3)$$

B_{21} 因不同原子的不同跃迁能级而异。

(1.4.3) 表明，受激辐射的速率（单位时间产生受激辐射的原子数密度）与 $\rho(\nu_{21}, T)$ 成正比，而 $\rho(\nu_{21}, T)$ ，会因受激辐射的产生而加大，因而受激辐射过程是一种连锁反应式的光放大过程。

（三）受激吸收过程

处于能态 E_1 上的原子，在受到外来频率为 ν_{21} 的光的作用下，并且 ν_{21} 满足 (1.4.1) 式，则原子可能吸收外来的光子而从 E_1 态跃迁到 E_2 态，这个过程称为受激吸收过程。如图 1.4 所示。

受激吸收过程只要求外来光子的频率满足 (1.4.1) 式，而对其偏振和运动方向没有特殊要求，受激吸收也称共振吸收。

设外来光子的能量密度为 $\rho(\nu_{21}, T)$ ，在时刻 t ，处在能级 E_1 上的原子数为 N_1 ，在 $t \rightarrow t + dt$ 的时间内，单位体积中有 dN_1 个原子，由于受激吸收作用，从 E_1 跃迁到

E_2 ，则有：

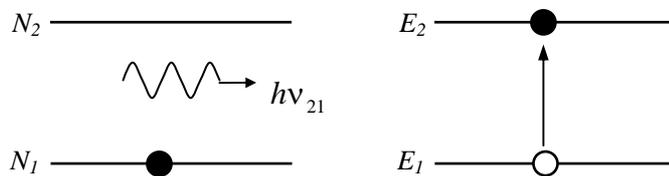


图 1.4 光的受激吸收过程

$$dN_{12} = B_{12}N_1\rho(\nu_{21}, T)dt \quad (1.4.4)$$

B_{12} 称受激吸收爱因斯坦系数。

(四) A_{21} , B_{21} , B_{12}

在光场与物质相互作用的过程中，上述三种过程是同时发生的，在系统处于热平衡态时，能级 E_2 和 E_1 上的粒子数密度 N_2 和 N_1 应保持不变。换言之，从能级 E_2 跃迁到能级 E_1 的原子数目应等于从 E_1 跃迁到 E_2 的数目，即有：

$$A_{21}N_2 + B_{21}\rho(\nu_{21}, T)N_2 = B_{12}N_1\rho(\nu_{21}, T)$$

由此有

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{B_{12}\rho(\nu_{21}, T)}{A_{21} + B_{21}\rho(\nu_{21}, T)} \quad (1.4.5)$$

另一方面，系统处于热平衡状态时，原子数密度按能级的分布遵从麦克斯韦——波尔兹曼分布律，即

$$N_1 = g_1 A e^{-E_1/kT}$$

$$N_2 = g_2 A e^{-E_2/kT}$$

其中 g_1 , g_2 分别为能级 E_1 和 E_2 的统计权重（或称简并度）， A 为与能量无关的比例常数。上面两式相除

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{g_1}{g_2} e^{-(E_2-E_1)/kT} \quad (1.4.6)$$

比较 (1.4.5) 和 (1.4.6), 就可得到

$$\rho(\nu_{21}, T) = \frac{A_{21}}{B_{21}} \cdot \frac{1}{\frac{B_{12}g_1}{B_{21}g_2} e^{\frac{h\nu_{21}}{kT}} - 1} \quad (1.4.7)$$

此外, 热平衡状态下的黑体辐射给出

$$\rho(\nu_{21}, T) = \frac{8\pi h\nu_{21}^3}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h\nu_{21}}{kT}} - 1} \quad (1.4.8)$$

比较 (1.4.7) 和 (1.4.8) 式, 欲使两式右边相等, 必须保证:

$$\frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{8\pi h\nu_{21}^3}{c^3} = \frac{8\pi h}{\lambda_{21}^3} \quad (1.4.9)$$

$$B_{12}g_1 = B_{21}g_2 \quad (1.4.10)$$

(1.4.9) 和 (1.4.10) 式称为爱因斯坦关系式, 大量的实践证明, 上述关系在热平衡条件下也成立。

(1.4.9) 式表明, 自发辐射系数与受激辐射系数之比反比于波长的三次方, 因此光辐射的波长越长, 对受激辐射越有利, 这就是为什么受激辐射放大器首先在微波段辐射的氨 (NH_2) 蒸汽中实现 (辐射波长是 1.25cm) 的原因。

最后需要指出的是, 在本节 (1.4) 的全部讨论中, 我们都没有考虑原子能级 E_2 与 E_1 具有一定宽度, 即实际上是假定了能级是无限窄的, 因而认为辐射是单色的 (谱线宽度是无限窄的)。然而实际情况并非如此, 由于各种原因 (这在以后会讲到), 辐射并不是单色的, 光谱线是有一定宽度的, 基于这个原因本节的有关公式还需要进行必要的修正, 这以后再讲。

1-5 激发态的平均寿命

处于激发态的原子, 在没有外界扰动的情况下, 由于自发辐射总是要由高能态跃迁到低能态, 但处在激发态的原子会有一个平均停留时间, 这个时间就称为激发态的

平均寿命，用 τ 来表示，很容易证明 $\tau = 1/A_{21}$ 。

若在 dt 时间内，由于自发辐射，激发态能级 E_2 上的原子数密度由 N_2 变为 $N_2 + dN_2$ ，利用 (1.4.2) 式，有

$$dN_2 = -A_{21}N_2 dt$$

由此得到

$$N_2 = N_{20}e^{-A_{21}t} \quad (1.5.1)$$

其中 N_{20} 为 $t = 0$ 时能级的原子数密度。

从寿命的角度看，(1.4.2) 式表明，这 dN_{21} 个原子已经在能级 E_2 上停留了（或者说活了） t 秒钟，则它们的总寿命为：

$$T' = \int_0^t t \cdot A_{21}N_2 dt \quad (1.5.2)$$

如果 $t \rightarrow \infty$ ，那么 (1.5.1) 表明，所有的 N_{20} 个原子全部由 E_2 跃迁到了 E_1 ，则 N_{20} 个原子的总寿命应为：

$$T = \int_0^{\infty} t \cdot A_{21}N_2 dt = \int_0^{\infty} t \cdot A_{21}(N_{20}e^{-A_{21}t}) dt = \frac{N_{20}}{A_{21}} \quad (1.5.3)$$

所以每个原子的平均寿命为：

$$\tau = \frac{T}{N_{20}} = \frac{1}{A_{21}} \quad (1.5.4)$$

如果激发态 E_n 下面不只有一个能级，而是有 m 个能级，并且 E_n 与下面的 m 个能级间都满足跃迁的选择定则，则激发态 E_n 的平均寿命应为：

$$\tau = \frac{1}{\sum_m A_{nm}} \quad (1.5.5)$$

利用 (1.5.4) 式，(1.5.1) 式可改写为：

$$N_2 = N_{20} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (1.5.6)$$

可以想到，能级 E_2 与 E_1 间的自发辐射的强度应正比于 N_2 ，用 I 表示辐射强度，则：

$$I \propto N_2$$

$$\rightarrow I = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (1.5.7)$$

I_0 为 $t = 0$ 时的辐射强度，由 (1.5.7) 可知，只要测出辐射强度衰减为初始强度的 $1/e$ 的时间，我们即测得了平均寿命 τ 。

一般原子的激发态的寿命为 $10^{-7} \sim 10^{-8}$ 秒，但亚稳态的平均寿命要长得多，约为 10^{-8} 秒~1 秒，这是因为稳态向低能级的跃迁是禁戒的。

1-6 光谱线的宽度

严格的实验和理论都说明光谱线都有一定的宽度，称为光谱线宽或带宽。这在讨论光与物质的相互作用，比如讨论激光器的振荡机理时是必须考虑的。有三个方面的因素决定了光谱具有一定宽度，下面我们分别加以讨论。

(一) 自然展宽 (均匀展宽)

按照量子力学理论，当对原子各个状态的能量进行测量时，其能量 E 的测量精度 ΔE 与测量时间精度 Δt 满足以下的测不准关系：

$$\Delta E \cdot \Delta t \approx h \quad (1.6.1)$$

ΔE 称作能级的自然宽度，并且用脚码 “ N ” 来标志，记作 ΔE_N 。测量时间的精度受激发态能级寿命 τ 的限制，所以 (1.6.1) 可以改写成：

$$\Delta E_N \cdot \Delta t \sim h \quad (1.6.2)$$

(1.6.2) 表明，能级的自然宽度与激发态能级的平均寿命成反比。

由于能级有自然宽度 ΔE_N ，当考察两个能级 E_2 与 E_1 间的跃迁时，则辐射频率

不再是 (1.4.1) 式给出的单一频率 ν_{21} ，而是以 ν_{21} 为中心进行展宽，将此宽度记作

$\Delta\nu_N$ ，则 $\Delta\nu_N$ 应为：

$$\Delta\nu_N = \frac{\Delta E_{2N} + \Delta E_{1N}}{h}$$

根据 (1.6.2) 式可得：

$$\Delta\nu_N \sim \left(\frac{1}{\tau_2} + \frac{1}{\tau_1} \right) \quad (1.6.3)$$

$\Delta\nu_N$ 称为谱线的自然宽度， $\Delta\nu_N$ 也可以改作用波长表示：

$$\Delta\lambda_N \sim \frac{\lambda_{21}^2}{c} \left(\frac{1}{\tau_2} + \frac{1}{\tau_1} \right) \quad (1.6.4)$$

由于原子激发态平均寿命一般约为 $10^{-7} \sim 10^{-8}$ 秒，因此由 (1.6.3) 式可算出，谱线的自然宽度约为几兆至几十兆赫兹。

下面我们进一步讨论在只有自然展宽时光谱线的形状。(1.5.7) 式给出，光的自发辐射强度随时间按指数衰减：

$$I = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

因而辐射场的振幅应为：

$$A(t) = A_0 e^{-\frac{t}{2\tau} + i\omega_0 t} \quad (1.6.5)$$

(1.6.5) 表示的实际上是一个阻尼谐振子， ω_0 为光辐射频率，亦即把辐射源视为谐振子时的振动频率。(1.6.5) 式表示的光辐射不是单色波，对 $A(t)$ 作傅里叶变换，又得到光辐射场振幅的函数形式。

$$A(\omega) = \int_0^{\infty} A(t) e^{-i\omega t} dt = \int_0^{\infty} A_0 e^{-\frac{t}{2\tau} + i(\omega_0 - \omega)t} dt = \frac{A_0}{\frac{1}{2\tau} + i(\omega - \omega_0)}$$

以光辐射强度作为频率的函数其形式为：

$$I(\omega) = A(\omega)A^*(\omega) = \frac{A_0^2}{(\omega - \omega_0)^2 + \left(\frac{1}{2\tau}\right)^2} = \frac{A_0^2}{4\pi^2(\nu - \nu_0)^2 + \left(\frac{1}{2\tau}\right)^2} \quad (1.6.6)$$

自 (1.6.6) 式, 频率由 $\nu \rightarrow \nu + d\nu$ 区间光辐射强度为:

$$I(\nu)d\nu = \frac{A_0^2}{4\pi^2(\nu - \nu_0)^2 + \left(\frac{1}{2\tau}\right)^2} d\nu \quad (1.6.7)$$

光辐射的总强度为:

$$I = \int_0^\infty \frac{A_0^2}{4\pi^2(\nu - \nu_0)^2 + \left(\frac{1}{2\tau}\right)^2} d\nu \quad (1.6.8)$$

我们定义一个所谓自然展宽线型函数 $g_N(\nu, \nu_0)$, 令

$$g_N(\nu, \nu_0) = \frac{I(\nu)}{I_0(\nu)}$$

再由 (1.6.6) — (1.6.8) 式, 则有:

$$g_N(\nu, \nu_0) = \frac{1}{\left[4\pi^2(\nu - \nu_0)^2 + \left(\frac{1}{2\tau}\right)^2\right] \int_0^\infty \frac{d\nu}{4\pi^2(\nu - \nu_0)^2 + \left(\frac{1}{2\tau}\right)^2}} \quad (1.6.9)$$

$g_N(\nu, \nu_0)$ 应满足以下归一化条件:

$$\begin{aligned} & \int_0^\infty g_N(\nu, \nu_0) d\nu \\ &= \int_0^\infty \frac{d\nu}{\left[4\pi^2(\nu - \nu_0)^2 + \left(\frac{1}{2\tau}\right)^2\right] \int_0^\infty \frac{d\nu}{4\pi^2(\nu - \nu_0)^2 + \left(\frac{1}{2\tau}\right)^2}} = 1 \end{aligned} \quad (1.6.10)$$

分母中的积分为常数, 令其为 C , 由归一化条件 (1.6.10) 可得到:

$$C = \int_0^\infty \frac{d\nu}{4\pi^2(\nu - \nu_0)^2 + \left(\frac{1}{2\tau}\right)^2} = \tau \text{ 和}$$

$$g_N(\nu, \nu_0) = \frac{1}{C} \cdot \frac{1}{4\pi^2(\nu - \nu_0)^2 + \left(\frac{1}{2\tau}\right)^2} = \frac{1}{\tau} \cdot \frac{1}{4\pi^2(\nu - \nu_0)^2 + \left(\frac{1}{2\tau}\right)^2} \quad (1.6.11)$$

由 (1.6.10) 式还可看出, $g_N(\nu, \nu_0)$ 代表发出频率为 ν 的辐射的几率。

$g_N(\nu, \nu_0)$ 反应了自然辐射的光谱线作为辐射频率的函数的形式, 即光谱线的形状或线型, 我们称 (1.6.11) 式所表示的谱线分布形式为洛仑兹型分布。

当 $\nu = \nu_0$ 时, $g_N(\nu, \nu_0)$ 有极大值, 此时

$$g_N(\nu, \nu_0)|_{\nu=\nu_0} = g_N(\nu_0, \nu_0) = 4\tau$$

我们定义 $g_N(\nu, \nu_0) = \frac{1}{2} g_N(\nu_0, \nu_0)$ 所对应的谱线宽度 $\Delta\nu_N$ 为半强度带宽, 则我

们很容易求得:

$$\Delta\nu_N = \frac{1}{2\pi\tau} \quad (1.6.12)$$

(1.6.11) 可用 $\Delta\nu_N$ 表示, 则有:

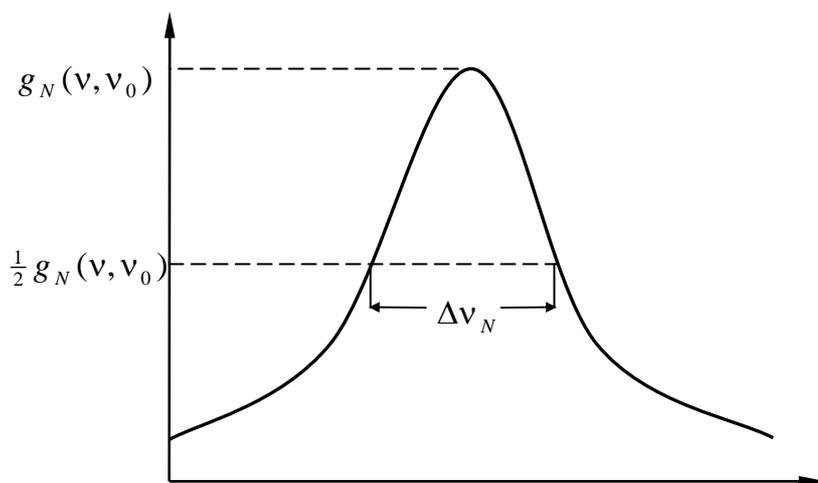


图 1.5 谱线的自然加宽线型

$$g_N(\nu, \nu_0) = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\Delta\nu_N}{(\nu - \nu_0)^2 + \left(\frac{\Delta\nu_N}{2}\right)^2} \quad (1.6.13)$$

(二) 碰撞展宽 (均匀展宽)

处在无规则热运动中的原子，它们之间的互相作用或原子与容器壁的作用，这些都会改变原子的运动状态。例如处于激发态的原子，在上述相互作用中把自己的内能转移给其他原子或器壁而使能级进一步展宽。因此，光谱线除了原有的自然展宽外，由于碰撞作用而进一步加宽了，而且这种展宽仍保持着自然展宽形式。

由于原子间的相互作用较复杂，理论处理较困难，我们只讨论气压不很高的气体激光器中的情况，在这种情况下，原子间发生作用的时间比相邻两次碰撞间的时间间隔要小得多，因此我们可以不必考虑原子间相互作用的具体情况，而视为每一次相互作用，碰撞时光辐射中断一瞬间，而碰撞后仍恢复同一频率的辐射。但碰撞前后光辐射的位相和振幅有了变化，这就相当于前一波列被中断，而重新发出一新的波列，因此原子间相互作用的结果，使光辐射不再是一个无限长的波列（一个无限长的波列相当于一个单一频率的正弦波），而是由一系列有限长的波列所组成，波列的持续时间，也即是相邻两次碰撞的时间间隔，显然也即是由碰撞引起的原子能级的寿命，我们用 τ' 表示，同时我们用 $g_c(\nu, \nu_0)$ 和 $\Delta\nu_c$ 分别表示碰撞展宽的线型函数和谱线宽度，根据前面的分析，碰撞展宽的形式应该与自然展宽相同。于是我们得出：

$$g_c(\nu, \nu_0) = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\Delta\nu_c}{(\nu - \nu_0)^2 + \left(\frac{\Delta\nu_c}{2}\right)^2} \quad (1.6.14)$$

$$\Delta\nu_c = \frac{1}{2\pi\tau'} \quad (1.6.15)$$

一般地 τ' 要比能级的自发辐射寿命 τ 小得多，因而 $\Delta\nu_c$ 要比 $\Delta\nu_N$ 大得多。

在气压较低的情况下， $\tau' \approx 1/P$ ， P 为气压，所以：

$$\Delta\nu_c = aP \quad (1.6.16)$$

其中 a 为一常数，可以通过实验测得，对于 He 和 Ne 的混合气体 (7:1)，测得 Ne 的

6328Å 谱线 $a \sim 96$ 兆赫/托，对 CO₂ 的 10.6 μm 谱线，测得 $a \sim 6.5$ 兆赫/托。

(三) 多普勒展宽 (非均匀展宽)

我们先复习一下声学中的多普勒效应，设声音的传播速度为 V ，那么在一个周期 T 内传播的距离为 $\lambda_0 = VT$ 。如果声源以速度 u 向接收器运动，那么当声音到达接收器时，声波实际走的距离等于 $\lambda_0 - uT = (V - u)T$ ，因而对接收器来说，接收到的表观波长不是 λ_0 而是 $\lambda = (V - u)T$ ，相应地接收器接收的声波的表现频率为：

$$\nu = \frac{V}{\lambda} = \frac{V}{(V - u)T} = \nu_0 \frac{1}{1 - u/V}$$

当 $u \ll V$ 时，上式又简化为：

$$\nu = \nu_0 \left(1 + \frac{u}{V}\right) \quad (1.6.17)$$

同时我们规定声源向着接收器运动时， $u > 0$ ；反之， $u < 0$ 。

实验表明，光波也有类似于 (1.6.17) 式所表示的多普勒效应，只要将 V 换成光速 c 就可以了，于是有：

$$\nu = \nu_0 \left(1 + \frac{u}{c}\right) \quad (1.6.18)$$

多普勒效应的存在，将引起光谱线的展宽，例如人们用图 1-6 所示装置观测原子某一激发态能级 E_2 跃迁的光辐射。各个原子以不同的速度 \vec{V} 做热运动， \vec{V} 在 x 轴方向的分量为 u ，那么 (1.6.18) 式表明，光谱仪收到的光辐射的频率随 u 变化，对 $u = 0$ 的原子，辐射频率为 ν_0 ，这就是说，对于同一个光辐射（例如从 $E_2 \rightarrow E_1$ 的跃迁），由于原子运动速度（大小和方向）的不同，光谱仪将收到不同频率的光，所以辐射频率以 ν_0 为中心被展宽了。

下面我们求出多普勒展宽的线型函数。根据统计物理学中的知识，在 x 轴上速度分量处于 $u \rightarrow u + du$ 之间的原子数占原子总数（两者均指处在激发态 E_2 上的原子）

的百分比为：

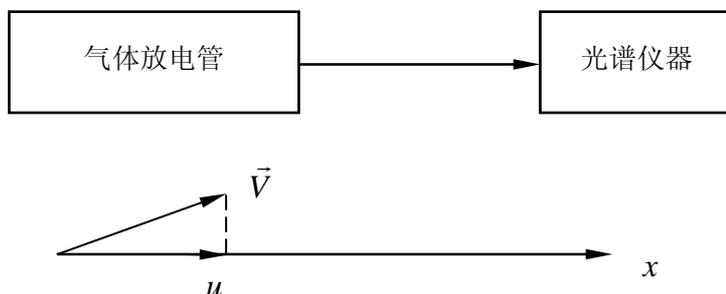


图 1-6 观察光的多普勒效应

$$P(u)du = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} e^{-mu^2/2kT} du \quad (1.6.19)$$

式中 m 为原子的质量， k 为玻尔兹曼常数， T 为绝对温度，上式称为麦克斯韦速度分布率，严格说来，它只适用于热平衡状态，在气体激光器中，原子虽不处于热平衡态，但对 (1.6.19) 式偏离不大，因而仍可以近似引用该式。如前述，由于频率 ν 与速度 u 相对应，因而可以将 (1.6.19) 式改成以 ν 为自变量，令 $g_D(\nu)$ 代表辐射频率为 ν 的原子占原子中数（同样均指处于 E_2 态上的原子）的百分比，则下式成立：

$$g_D(\nu)d\nu = P(u)d(u)$$

再由 (1.6.18) 式，将 u 用 $\nu - \nu_0$ 代换，则有

$$g_D(\nu)d\nu = \frac{c}{\nu_0} \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \cdot e^{-mc^2(\nu-\nu_0)^2/2kT\nu_0^2} d\nu \quad (1.6.20)$$

(1.6.20) 式中的 $g_D(\nu)$ 显然是多普勒展宽的线型函数。

$$g_D(\nu) = \frac{c}{\nu_0} \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \cdot e^{-mc^2(\nu-\nu_0)^2/2kT\nu_0^2} \quad (1.6.21)$$

通常把 (1.6.21) 所表示的分布函数称为高斯函数，函数曲线画在图 1-7 中。

由 (1.6.21) 式很容易看出, 当 $\nu = \nu_0$ 时, 函数有极大值 $g_D(\nu_0)$

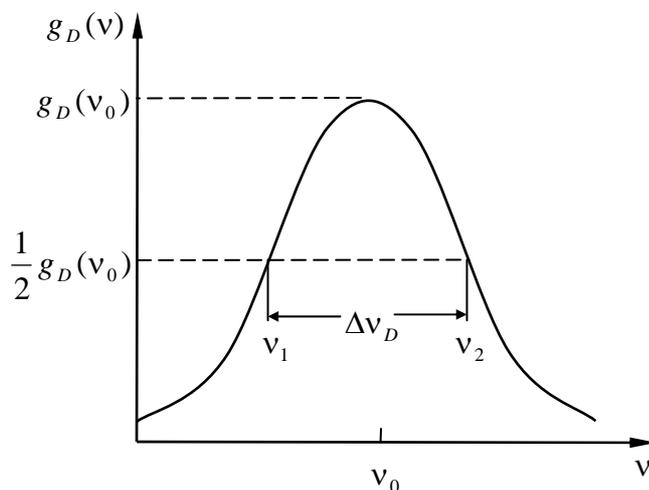


图 1-7 光谱线的高斯线型函数

$$g_D(\nu_0) = \frac{c}{\nu_0} \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}}$$

我们定义谱线的多普勒宽度 $\Delta\nu_D$ 是 $g_D(\nu) = \frac{1}{2} g_D(\nu_0)$ 时线型函数曲线占据的宽度,

即

$$\Delta\nu_D = \nu_2 - \nu_1$$

这样我们就得到:

$$\Delta\nu_D = 2\nu_0 \left(\frac{2kT}{mc^2} \ln 2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.6.22)$$

将 (1.6.22) 式代入 (1.6.21) 式, 即得到线型函数的另一种形式:

$$g_D(\nu) = \frac{2}{\Delta\nu_D} \left(\frac{\ln 2}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} e^{\left[\frac{-4 \ln 2 (\nu - \nu_0)^2}{\Delta\nu_D^2} \right]} \quad (1.6.23)$$

为了方便地计算 $\Delta\nu_D$, 通常引入原子的原子量 (或分子的分子量) M 去代替它们的

质量 m , 已知 $m = 1.66 \times 10^{-24} M$ 克, 并把其他常数代入, 可得:

$$\Delta v_D = 7.16 \times 10^{-7} v_0 \sqrt{\frac{T}{M}} \quad (1.6.24)$$

下面我们证明 (1.6.23) 式给出的 $g_D(v)$ 是满足归一化条件的:

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} g_D(v) dv &= \frac{2}{\Delta v_D} \left(\frac{\ln 2}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \int_0^{\infty} e^{-\left[\frac{-4 \ln 2 (v-v_0)^2}{\Delta v_D^2} \right]} dv \\ &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\left[\frac{2\sqrt{\ln 2} (v-v_0)}{\Delta v_D} \right]^2} d \left[\frac{2\sqrt{\ln 2} (v-v_0)}{\Delta v_D} \right] \\ &= 1 \end{aligned}$$

(四) 综合展宽

以上我们讨论了光谱线展宽的三种原因及展宽的形式, 而就其本质来看, 谱线的展宽可以分为两种类型。

一类为均匀展宽, 其含义是, 各个原子, 即所有原子 (当然是指处于激发态 E_2 上的原子) 对谱线展宽范围内每一频率处的强度都有贡献, 对各个频率的贡献服从 $g_N(v, v_0)$ 和 $g_c(v, v_0)$ 所表示的几率分布, 而这个几率分布对所有原子都是相同的, 自然展宽和碰撞展宽均属于均匀展宽。因此, 总的均匀展宽度 Δv_h 应为两者之和。

$$\Delta v_h = \Delta v_N + \Delta v_c \quad (1.6.25)$$

我们用 $g_h(v, v_0)$ 表示均匀展宽的线型函数, 它应该是罗伦兹型的, 即:

$$g_h(v, v_0) = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\Delta v_h}{(v - v_0)^2 + \left(\frac{\Delta v_h}{2} \right)^2} \quad (1.6.26)$$

前面已讲过, 一般情况下碰撞展宽比自然展宽大, 前者为几百兆赫, 后者为几兆赫至几十兆赫。

另一类是非均匀展宽, 其含义是, 处于激发态 E_2 上的各个原子依照其运动速度

(大小和方向)的不同而对谱线轮廓内每一个频率处的强度的贡献不同,即某一速度(以在 x 轴上的分量 u 为标志)的原子只对谱线轮廓内某一特定频率的辐射强度有贡献,因而谓之非均匀展宽,多普勒展宽就属于这种情况。非均匀展宽的线型函数是(1.6.23)所表示的形式,即

$$g_i(\nu, \nu_0) = \frac{2}{\Delta\nu_i} \sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}} \cdot e^{-\frac{4 \ln 2 (\nu - \nu_0)^2}{\Delta\nu_i^2}} \quad (1.6.27)$$

对于实际的光辐射,均匀展宽和非均匀展宽是同时存在的,所以实际的光谱线的线型是两种类型的展宽的迭加,称为综合线型。我们将导出综合线型的线型函数的表达式。

我们假定速度分量为 u' 的原子发射频率为 ν' 的光,发射几率为 $g_i(\nu, \nu_0)$ 。同时还要以 ν' 为中心进行均匀展宽,因而这些原子对位于均匀展宽范围内的某一频率 ν 的光有贡献,其几率应是均匀展宽的线型函数 $g_h(\nu, \nu')$, 见图 1-8 所示。

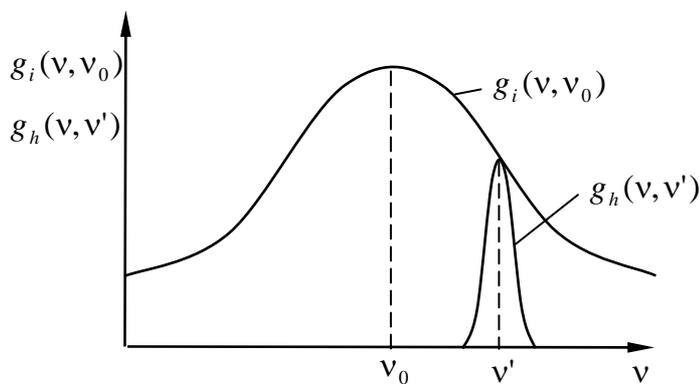


图 1-8 谱线综合展宽示意图

因此,速度分量为 u' 的原子发射频率为 ν 的光的几率为:

$$g(\nu, \nu') = g_i(\nu', \nu_0) \cdot g_h(\nu, \nu')$$

如果具有各种不同速度分量为 u' 的原子均能发射频率为 ν 的光,则发射频率为 ν 的总几率应对 ν' 积分,即

$$g(\nu, \nu') = \int_0^{\infty} g_i(\nu', \nu_0) \cdot g_h(\nu, \nu') d\nu'$$

$$= \frac{1}{\pi} \frac{\Delta v_h}{\Delta v_i} \sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}} \int_0^\infty \frac{\frac{4 \ln 2 (v' - v_0)^2}{\Delta v_i^2}}{(v - v')^2 + \left(\frac{\Delta v_h}{2}\right)^2} dv' \quad (1.6.28)$$

我们分三种情况对 (1.6.28) 式进行讨论:

1. $\Delta v_h \ll \Delta v_i$

这时只有具有这个速度——这个速度的原子的发射频率 $v' \approx v$ (v' 与 v 的含义同上) ——的原子才对频率为 v (记住 v 是以 v' 为中心的均匀展宽范围内的某一频率) 的光强有贡献, 从数学上看, 即只当 $v' \approx v$ 时, 才有:

$$\int_0^\infty g_i(v', v_0) \cdot g_h(v, v') dv' \neq 0$$

所以 $g_i(v', v_0)$ 可用常数 $g_i(v, v_0)$ 代替而提出积分号, 于是得到:

$$g(v', v_0) = g_i(v, v_0) \int_0^\infty g_h(v, v') dv' = g_i(v, v_0)$$

就是说, 当 $\Delta v_h \ll \Delta v_i$ 时, 综合展宽近似为非均匀展宽。

2. $\Delta v_i \ll \Delta v_h$

根据类似的分析, 可以得到:

$$g(v, v_0) = g_h(v, v_0)$$

即当 $\Delta v_i \ll \Delta v_h$ 时, 综合展宽线型近似为均匀展宽线型。

3. Δv_h 与 Δv_i 相比拟

这时综合线型不能简化, 只能严格按 (1.6.28) 式计算。为此我们以下参量变换,

$$\text{令 } t = \frac{v' - v_0}{\frac{\Delta v_i}{2\sqrt{\ln 2}}}$$

$$\xi = \frac{v - v_0}{\frac{\Delta v_i}{2\sqrt{\ln 2}}}$$

$$\eta = \frac{\Delta\nu_h}{\frac{\Delta\nu_i}{2\sqrt{\ln 2}}}$$

代入 (1.6.28) 式, 得到

$$\begin{aligned} g(\nu, \nu_0) &= \frac{1}{\pi} \frac{\Delta\nu_h}{\Delta\nu_i} \sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}} \int_0^\infty \frac{e^{-\frac{4\ln 2(\nu'-\nu_0)^2}{\Delta\nu_i^2}}}{(\nu-\nu')^2 + \left(\frac{\Delta\nu_h}{2}\right)^2} d\nu' \\ &= \frac{1}{\pi} \frac{1}{\Delta\nu_i} \frac{\ln 2}{\pi} \int_{-\infty}^\infty \frac{\eta e^{-t^2}}{(\xi-t)^2 + \eta^2} dt \end{aligned} \quad (1.6.29)$$

(1.6.29) 式中的积分

$$\int_{-\infty}^\infty \frac{\eta e^{-t^2}}{(\xi-t)^2 + \eta^2} dt = \pi \operatorname{Re} W(\xi + i\eta) \quad (1.6.30)$$

(1.6.30) 式中的 $W(\xi + i\eta)$ 叫复变量误差函数。 $\operatorname{Re} W(\xi + i\eta)$ 表示 $(\xi + i\eta)$ 的实部, 最后得到:

$$g(\nu, \nu_0) = \frac{2}{\Delta\nu_i} \sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}} \operatorname{Re} W(\xi + i\eta) \quad (1.6.31)$$

若已知 $\Delta\nu_h$ 和 $\Delta\nu_i$ (参量 η 即被确定了), 可以从误差函数表查到 $\operatorname{Re} W(\xi + i\eta) \sim \xi$ 的关系。

按照上述分析方法得到的谱线的综合线型只用于气体和蒸汽激光器, 对于固体激光器谱线加宽主要是晶格振动引起的均匀加宽和晶格缺陷引起的非均匀加宽。很难从理论上求得线型函数的具体形式, 一般是通过实验测得谱线宽度。

1-7 光通过介质时的吸收与增益

在 1-4 我们讲过光与物质相互作用时的三过程: 受激吸收、自发辐射和受激辐射, 并且给出了相应的三个系数 B_{12} 、 A_{21} 、 B_{21} 。本节我们将导出介质受激吸收的吸收系数和受激辐射使得光放大的所谓增益系数。

我们假定介质由均匀的同类粒子（原子、分子、或离子）组成，并且只考虑粒子的两个能级 E_2 和 E_1 ($E_2 > E_1$)，它们满足跃迁选择定则，设有光强为 $I_0(\nu)$ 的一束平行光入射上述介质中。如图 1-9 所示，并设在坐标 x 处的光强为 $I(\nu, x)$ ，经 dt 时间后，光传播到 $x + dx$ ，相应的光强变为 $I(\nu, x) + dI(\nu, x)$ 。

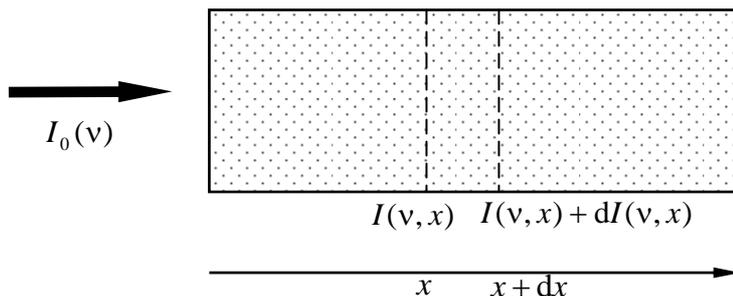


图 1-9 光通过介质的吸收与增益

在一般情况下，自发辐射对光强变化的影响很微弱。于是下面的讨论中，将忽略自发辐射过程。

设 E_1 和 E_2 能级上的原子数密度为 N_1 和 N_2 ，介质中光的能量密度（单位体积、单位频率间隔内光的能量）为 $\rho(\nu, x)$ ，则在 dt 时间内，由于受激辐射作用，在单位体积中将有 dN_{21} 个原子从能级 E_2 跃迁到能级 E_1 ，并且

$$dN_{21} = B_{21}N_2\rho(\nu, x)dt$$

这 dN_{21} 个原子发出的光能量密度为：

$$d\rho_1(\nu, x) = dN_{21} \cdot g(\nu) \cdot h\nu = B_{21}N_2\rho(\nu, x)g(\nu) \cdot h\nu \cdot dt$$

其中 $g(\nu)$ 为发射频率为 ν 的原子在 dN_{21} 个原子中所占的百分数，即谱线的线型函数，与此同时，由于受激吸收作用而吸收的光能量密度为：

$$d\rho_2(\nu, x) = B_{12}N_1\rho(\nu, x)g(\nu) \cdot h\nu \cdot dt$$

那么经过 dt 时间后，光能量密度的净增加量为：

$$\begin{aligned} d\rho(v, x) &= d\rho_1(v, x) - d\rho_2(v, x) \\ &= (B_{21}N_2 - B_{12}N_1)\rho(v, x)g(v) \cdot hv \cdot dt \end{aligned} \quad (1.7.1)$$

光辐射强度 I 的定义是，单位时间通过单位面积单位频率间隔内的光能量，所以

$$I = \frac{c}{n}\rho$$

$$dI = \frac{c}{n}d\rho$$

式中 c 为光速， n 为介质折射率， ρ 为光的能量密度，并且光在 dt 内传播距离为

$$dx = \frac{c}{n}dt$$

将上面三个式子代入 (1.7.1) 式，得到

$$\begin{aligned} dI(v, x) &= (B_{21}N_2 - B_{12}N_1)I(v, x)g(v)hv \frac{n}{c}dx \\ &= (B_{21}N_2 - B_{12}N_1)I(v, x)g(v)h \frac{1}{\lambda_n}dx \end{aligned}$$

其中 $\lambda_n = \frac{c}{nv}$ 是介质中的波长。

我们用 A_{21} 来代替 B_{21} 和 B_{12} ，根据 (1.4.9) 和 (1.4.10) 两式，可得：

$$dI(v, x) = (N_2 - \frac{g_2}{g_1}N_1) \frac{\lambda_n^2}{8\pi} A_{21}g(v)I(v, x)dx \quad (1.7.2)$$

因为 $\frac{\lambda_n^2}{8\pi} A_{21}g(v)I(v, x)$ 总大于零，因而 $dI(v, x)$ 的正、负取决于 $(N_2 - \frac{g_2}{g_1}N_1)$ 的正

负，亦即光在介质中传播，光强是增加还是减弱，取决于能级 E_2 与 E_1 间原子数分布状况，下面分三种情况进行讨论。

$$1、(N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1) < 0, \text{ 即 } \frac{N_2}{g_2} < \frac{N_1}{g_1} \quad (1.7.3)$$

在热平衡时，每个能级上的粒子数分布服从麦克斯韦——玻尔兹曼分布，因而

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2}{g_1} e^{-\frac{E_2-E_1}{kT}}$$

因为 $E_2 > E_1$ ， $k > 0$ ， $T > 0$ ，所以有：

$$\frac{N_2}{N_1} < \frac{g_2}{g_1}$$

这就是说，(1.7.3) 式表示的是热平衡状态下两能级间粒子数的分布状态，换言之，在热平衡状态下必然有 $dI < 0$ ，亦即光通过介质时光强逐渐减弱，我们将 (1.7.2) 式写成：

$$\frac{dI(\nu, x)}{I(\nu, x)} = -k(\nu)dx \quad (1.7.4)$$

其中 $k(\nu) = (\frac{g_2}{g_1} N_1 - N_2) \frac{\lambda_n^2}{8\pi} A_{21} g(\nu)$ ，对 (1.7.4) 式积分得到：

$$I(\nu, x) = I_0(\nu, x) e^{-k(\nu)x} \quad (1.7.5)$$

(1.7.5) 表明两能级间粒子在正常分布状态下，光通过介质时，随着传播距离增加光强呈指数衰减状态， $k(\nu)$ 称介质的吸收系数，其函数形式与线型函数 $g(\nu)$ 同。

$$2、(N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1) = 0, \text{ 即 } \frac{N_2}{g_2} = \frac{N_1}{g_1} \quad (1.7.6)$$

此时 $dI = 0$ ，表明受激吸收与受激辐射相当，表现为一种所谓“饱和吸收”现象，这只有在入射光很强的条件下才出现，是一种强光效应，介质达到饱和吸收时，好似变为“透明”的。

$$3、(N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1) > 0, \text{ 即 } \frac{N_2}{g_2} > \frac{N_1}{g_1} \quad (1.7.7)$$

这种状态已打破了热平衡状态下两能级间的粒子数分布状态，而称为粒子数“反

转分布”状态。单靠加热办法不能造成粒子数的反转分布，必须采用另外的激励方法，如电激励、光激励、化学激励等。

粒子数反转分布又称“负温度”状态，因为如果此时粒子数分布仍服从麦克斯韦——玻尔兹曼分布，即

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2}{g_1} e^{-\frac{E_2-E_1}{kT}}$$

那么当 $\frac{N_2}{g_2} > \frac{N_1}{g_1}$ 时，必导致 $T < 0$ （负温度），然而热力学定律告诉我们，绝对温度

不可能等于和小于零，故“负温度”的叫法只是表明粒子数反转状态已不是热平衡状态。

在此种状态下， $dI > 0$ ，我们取

$$G(\nu) = (N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1) \frac{\lambda_n^2}{8\pi} A_{21} g(\nu)$$

显然 $G(\nu) > 0$ ，将 (1.7.2) 改写为：

$$\frac{dI(\nu, x)}{I(\nu, x)} = G(\nu) dx$$

则

$$I(\nu, x) = I_0(\nu, x) e^{G(\nu)x} \quad (1.7.9)$$

(1.7.9) 表明，在粒子数反转状态下，光通过介质时，其强度随传播距离的增加呈指数增加。 $G(\nu)$ 叫介质的增益系数，其函数形式与谱线的线型函数相同。

第二章 激光器的一般工作原理

激光器是利用受激光辐射过程产生光和放大的一种器件，从它发出的光具有极好的相干性、单色性、方向性和极高的亮度，便于人们控制它和利用它。因而这种光源具有更大的实用价值。激光器是人们在长期改进光源的实践和对光的本性不断深入认识的基础上产生的一种新型光源，激光器的出现标志着人类在对光的认识和利用上的一个飞跃。

自二十世纪六十年代初第一台红宝石激光器问世后，很快地就出现了一个迅速发展的激光技术领域。在各种应用的推动下，激光器的发展是很迅速的。到目前为止，已研制成功的激光器不下数百种，产生激光振荡的谱线已有几千条（不包括调谐激光器所产生的连续可调的激光谱线），从最短的 116.1\AA 真空紫外谱线到最长的 774 微米亚毫米波，最大连续输出功率已达几十万瓦，最高的脉冲激光输出已达百兆瓦。尽管如此，新的激光器仍在不断地出现。新的激光振荡谱线仍在不断地增加。可以预期在今后一个相当的时期内，开发新型激光器的工作仍将是激光技术发展工作中的一个重要方面。

本章扼要介绍各种激光器的共同性的工作原理，使我们初步了解激光器的组成，产生激光的过程和必要条件，并列举一些典型激光器的工作原理。

2-1 激光器的组成和激光的产生

（一）激光器的组成

激光器由三部分组成：工作物质、谐振腔和激励源。如图 2-1 所示。

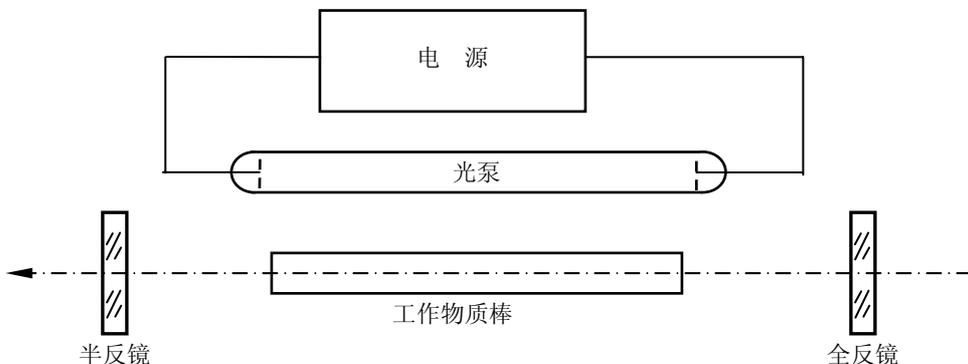


图 2-1 激光器结构示意图

1. 工作物质

前一章我们已经了解到，要使受激辐射过程成为发生于某一介质中的主导过程，必要条件是在介质中造成粒子数反转分布，即使介质激活。实验证明，有各种各样的物质，在一定的外界激励条件下，都有可能成为激活介质，因而可能产生激光。它们有固体、气体、液体和半导体。这样的一些能产生激光的物质叫激光工作物质。如红宝石激光器的工作物质是掺铬离子的氧化铝晶体。选择合适的激光工作物质是构成一台激光器的首要物质前提。

为了选择激光工作物质，必须对物质作能谱分析。在此基础上根据不同的需要进行选择。这是一个比较复杂的问题，需要考虑的问题很多，最重要的问题是一种物质是否有合适的跃迁能级，即在某两能级之间可以实现粒子数反转分布。一般要求上能级 E_2 的自发辐射寿命大于下能级 E_1 的自发辐射寿命，而且根据跃迁选择定则，该两能级之间的辐射跃迁是被允许的，同时辐射的频率 ($\nu = (E_2 - E_1)/h$) 适合我们的要求。

激光工作物质的特性是激光物理的重要内容，关于这一些我们将在第五章进行较详细的讨论。

2. 泵浦源

要使激光工作物质成为激活，需要有外界的激励作用。激励方法有光激励、电激励和化学激励等，而每种激励都需要有外加的激励源，即泵浦源。它的作用就是使介质中处于基态能级的粒子不断地被提升到较高的一些激发态能级上（这叫做抽运过程）使介质造成粒子数反转分布。当然，所谓粒子数反转分布并非所有的较高能级的粒子数都较低能级上的粒子数多。一般地，粒子数反转分布只出现在某一（或某几个）较高能级和某一（或某几个）较低能级之间。而其他能级的粒子数分布仍为正常分布。

激励源的选择取决于工作物质的特点。因而不同工作物质往往需要不同的泵浦源。如对固体激光器一般采用脉冲氙灯、碘钨灯等光激励的办法，对气体激光器则用电激励方法，通过放电直接激励工作物质。此外激励源的选择也应考虑到激励效率等问题。

3. 谐振腔

对大多数激活介质来说，由于受激辐射的放大作用不够强，光波被受激辐射放大的部分往往被介质中的其他损耗因素（如介质的杂质吸收、散射等）所抵消，因而受

激辐射不能成为介质中占优势的一种辐射。而谐振腔的作用正是加强介质中的受激放大作用。光学谐振腔是由两个反射镜组成，其一是全反的，另一个是部分透过的。谐振腔的光轴与工作物质的长轴相重合。这样沿谐振腔轴方向传播的光波将在腔的两反射镜之间来回反射，多次反复地通过激活介质，使光不断地被放大。而沿其他方向传播的光波很快地逸出腔外。这就使得只有沿腔轴传播的光波在腔内择优放大，因而谐振腔的作用可使输出光有良好的方向性。另外，谐振腔还有限制模式和选择频率的作用。

沿腔轴往返传播的光波在腔内满足驻波条件的频率 ($\nu = \frac{c}{2nL}q$) 才能振荡。

光学谐振腔的理论，我们将在第三章进行详细地讨论。

(二) 激光的产生

激光工作物质在泵浦源的激励下被激活，即介质处于粒子数反转状态，在粒子数反转分布的两能级 E_2 和 E_1 之间，由自发辐射过程产生很微弱的特定频率 ($\nu = (E_2 - E_1)/h$) 的光辐射。在自发辐射光子的感应下，在上下能级 E_2 和 E_1 之间产生受激辐射。这种受激辐射光子与自发辐射光子的性质（频率、位相、偏振、传播方向）完全相同，很快地，由这些光辐射在介质中产生连锁反应，由于谐振腔的作用，这些光子在腔内多次往返经过介质，产生更多的同类光子。由于受激辐射的几率取决于粒子数反转密度和介质中的同类光子密度，因此就可能使某类光子的受激辐射成为介质中占绝对优势的一种辐射，从而从光学谐振腔的部分透射镜端输出光能，这就是激光。如图 2-2 所示。

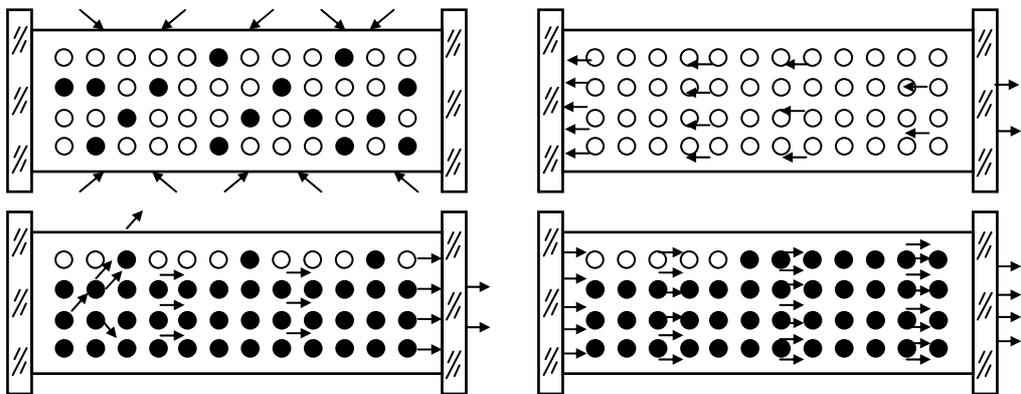


图 2-2 激光振荡示意图

由于输出的激光是由两个特征能级之间的受激辐射产生的，而且有谐振腔的模式限制和频率选择作用，所以激光具有良好的方向性，相干性和单色性。

2-2 粒子数反转分布的激励条件

要想得到激光输出，必须使激光器内的介质成为激活，这就需要有足够的外激励源，而粒子数反转分布所需要的激励条件，取决于激光工作物质有关能级的特性。本节从激光速率方程组出发，分析粒子数反转分布的激励条件。

激光器速率方程就是激光工作物质的有关能级之间粒子数密度（单位体积内的粒子数）的变化所满足的方程。显然它与产生激光的有关能级的结构和工作粒子（原子、分子等）在这些能级间的跃迁特性有关。不同激光工作物质的能级结构和粒子的跃迁特性很不相同，因此问题是复杂的，但是我们还是可以从许多已有激光器的工作原理中归纳出一些共同的、主要的物理过程，从而针对一些简化的、具有代表性的模型列出速率方程组。这就是所谓的三能级系统和四能级系统。

（一）三能级系统

图 2-3 为三能级系统激光工作物质的能级简图。参与激光产生的三个能级为： E_1 为基态并作为激光下能级， E_2 一般为亚稳态，并作为激光上能级， E_3 为抽运高能级，实际上 E_3 不只是一个能级，而是代表一些较高的激发能带。

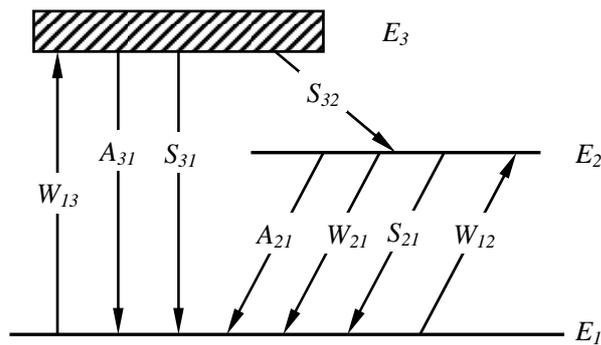


图 2-3 三能级系统及其跃迁过程

工作粒子在这些能级间的跃迁过程简述如下：

1. 在泵浦源的作用下, 基态 E_1 上的粒子被抽运到能级 E_3 上, 抽运几率设为 W_{13} , 在光激励情况下 W_{13} 为受激吸收跃迁几率, 对其他激励方式, W_{13} 只表示粒子在单位时间内被抽运到能级 E_3 上的几率。

2. 到达高能级 E_3 的粒子数为 N_3 , 它们将主要以非辐射跃迁的形式极为迅速地转移到激光上能级 E_2 , 其几率为 S_{32} 。另外, N_2 也以自发辐射 (几率为 A_{21})、非辐射过程 (几率为 S_{21}) 等方式返回基态 E_1 。但对一般激光工作物质来说, 这种消激励过程的几率很小, 即 $S_{21} \ll S_{32}$, $A_{21} \ll S_{32}$ 。

3. 激光上能级 E_2 一般是亚稳态能级, 在未形成粒子数反转之前, N_2 粒子主要以自发跃迁 (几率为 A_{21}) 形式返回 E_1 , 并且 A_{21} 较小, 即粒子在 E_2 上停留的时间较长 (寿命长), 因此, 如果粒子被抽运到 E_3 , 加之从 E_3 转移到 E_2 的速率足够高, 就有可能在 E_2 与 E_1 之间形成粒子数反转分布 (即 $N_2 > E_1$)。一旦出现这种情况, 则在 E_2 与 E_1 之间的受激辐射将占绝对优势。

在这种三能级系统中, 各能级的粒子数密度变化应遵从以下的速率方程:

$$\begin{cases} \frac{dN_3}{dt} = W_{13}N_1 - (A_{31} + S_{31} + S_{32})N_3 \\ \frac{dN_2}{dt} = S_{32}N_3 - (W_{21} + A_{21})N_2 + W_{12}N_1 \\ N = N_1 + N_2 + N_3 \end{cases} \quad (2.1)$$

式中 N 为三能级系统中总粒子数密度。

在稳态情况下, 各能级上的粒子数密度相对稳定不变, 故有 $\frac{dN_3}{dt} = 0$, $\frac{dN_2}{dt} = 0$,

则有:

$$\begin{cases} W_{13}N_1 = (A_{31} + S_{31} + S_{32})N_3 \\ W_{12}N_1 = (W_{21} + A_{21})N_2 - S_{32}N_3 \end{cases} \quad (2.2)$$

从以上两式可解得：

$$\frac{N_2}{N_1} = \left(\frac{W_{13}S_{32}}{A_{31} + S_{31} + S_{32}} + W_{12} \right) / (W_{21} + A_{21}) \quad (2.3)$$

这一关系式反映了三能级系统中能级 E_2 和 E_1 上的粒子数密度和各跃迁几率的一般关系。进一步考虑简化的近似条件，设 E_2 和 E_1 的统计权重相等，即 $g_1 = g_2$ ，且 $S_{32} \gg A_{31}$ ， $S_{32} \gg S_{21}$ ，根据爱因斯坦关系式得 $W_{12} = W_{21}$ ，而粒子数反转必然是 $N_2 > N_1$ ，由 (2.3) 式可得：

$$W_{13} > A_{21} \quad (2.4)$$

上式的物理意义是：满足 (2.4) 式条件才能造成 E_2 和 E_1 之间粒子数反转分布。这就要求泵浦源有足够强的激励作用，能使粒子由基态能级 E_1 激发到能级 E_2 的激发几率大于从能级 E_2 由自发辐射过程回到能级 E_1 的几率。由 (2.1) 式的第三式可以看到，这相当于要求至少要把系统的粒子总数一半以上提升到较高的激发态能级，才可能造成粒子数的反转分布。从 (2.4) 式也可清楚地看到，在这样的三能级系统中， E_2 能级应是亚稳态，即自发跃迁几率 A_{21} 较小，这样在介质中造成粒子数反转分布所必需的激励条件就要低的多。

三能级系统激光工作物质的典型例子是红宝石晶体，其激光跃迁原理见本章第五节。

(二) 四能级系统

对于多数激光工作物质来说，四能级系统更具有代表性，掺钕的钇铝石榴石晶体激光器和多数气体激光器的工作物质的能级属于四能级系统。（详见本章第五节）

图 2-4 表示具有四能级系统的激光工作物质的能级简图，参与产生激光的四个能级为：基态能级 E_0 （抽运过程的低能级）；抽运高能级 E_3 ；激光上能级 E_2 （亚稳能

级) 和激光下能级 E_1 。它的特点是, 激光下能级 E_1 不再是基态, 因而在热平衡状态时处于 E_1 的粒子数很少, 有利于在 E_2 和 E_1 之间形成数子数反转。

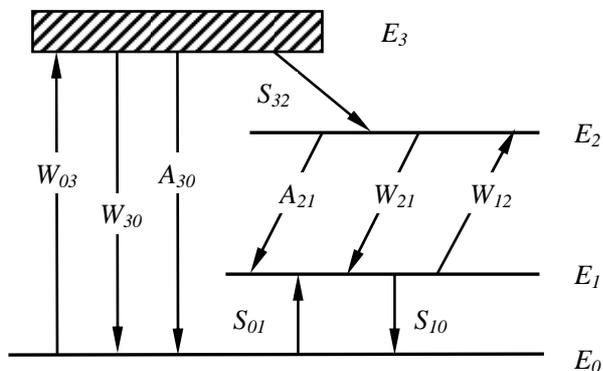


图 2-4 四能级系统及其跃迁过程

粒子在能级之间的主要跃迁过程如图 2-4 所示。各符号的物理意义与三能级系统相同, 这里着重指出两点。

1. 对于实际的激光工作物质, 仍有 $S_{32} \gg W_{30}$, $S_{32} \gg A_{30}$, $S_{10} \gg W_{12}$, $S_{10} \gg W_{03}$ 。

2. 激光下能级 E_1 和基态能级 E_0 的间隔一般都比粒子热运动能量 kT 大得多, 即 $E_1 - E_0 \gg kT$, 这样就保证在热平衡情况下, E_1 上的粒子数可以忽略。另一方面, 当粒子由于受激辐射和自发辐射由 E_2 跃迁到 E_1 后, 必须使它们以某种方式迅速地转移到基态, 即要求 S_{10} 较大, S_{10} 也称为激光下能级的抽空速率。

类似于三能级系统, 我们也可以用速率方程组来描写它的粒子在各能级间跃迁的动力学过程。在稳态情况下, 速率方程组为:

$$\begin{cases} \frac{dN_3}{dt} = W_{03}N_0 - (W_{30} + A_{30} + S_{32})N_3 = 0 \\ \frac{dN_2}{dt} = S_{32}N_3 - (A_{21} + W_{21})N_2 + W_{12}N_1 = 0 \\ \frac{dN_1}{dt} = S_{01}N_0 + (A_{21} + W_{21})N_2 - (S_{10} + W_{12})N_1 = 0 \\ N = N_0 + N_1 + N_2 + N_3 \end{cases} \quad (2.5)$$

其中 N 、 N_0 、 N_1 、 N_2 、 N_3 分别为四能级系统的总粒子数密度和 E_0 、 E_1 、 E_2 、 E_3 各能级的粒子数密度。在一些简化条件下，即 $S_{32} \gg W_{30}$ ， $S_{32} \gg A_{30}$ ， $S_{10} \gg W_{12}$ ， $S_{10} \gg W_{03}$ ，则由 (2.5) 式可得到：

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{W_{03}S_{10} + S_{01}W_{12}}{S_{01}(A_{21} + W_{21})} \quad (2.6)$$

设能级 E_1 和 E_2 的统计权重相等，即 $g_1 = g_2$ ，则在这两能级间形成粒子数反转，必然是 $N_2 > N_1$ ，所以可得到实现粒子数反转分布的必要条件为：

$$W_{03} > \frac{S_{01}}{S_{10}} A_{21} \quad (2.7)$$

S_{01} 和 S_{10} 为能级 E_1 和 E_0 之间由于粒子的热运动的交换作用所引起的跃迁几率，通常叫热跃迁几率。在粒子数足够大的情况下，这种跃迁几率较上述其他跃迁几率大。因此，在稳态情况下，从能级 E_1 跃迁到能级 E_0 的粒子数应近似地等于从 E_0 跃迁到 E_1 的粒子数，即有

$$N_0 S_{01} \approx N_1 S_{10}$$

而这两能级间的粒子数密度也应近似地服从麦克斯韦——玻尔兹曼分布规律关系式。因此能级 E_1 和 E_0 间的热跃迁几率近似地有如下关系：

$$S_{01} = S_{10} e^{-\frac{E_1 - E_0}{kT}} \quad (2.8)$$

将 (2.8) 式代入 (2.7) 式可得：

$$W_{03} > A_{21} e^{-\frac{E_1 - E_0}{kT}} \quad (2.9)$$

(2.9) 相当于三能级系统中的 (2.4) 式，(2.9) 式中 W_{03} 和 (2.4) 式中的 W_{12} 同是反映泵浦源的激励水平，两式中 A_{21} 的同是反映从激光跃迁的上能级到下能级的自发跃迁几率。但是由于 (2.9) 式的不等式的右边还有一个小于 1 的指数因子 $e^{-\frac{E_1 - E_0}{kT}}$ ，这

就使得在相同的 A_{21} 的条件下, 要造成粒子数反转分布, 对泵浦源的激励水平的要求, 在四能级系统中要比三能级系统中来的低。若 $E_1 - E_0$ 的能值差较 kT 大得多, 则对泵浦源的激励水平的要求就要低得多。因而, 在四能级系统中, 较之三能级系统更易实现激光振荡。然而, 四能级系统和三能级系统之间的差别并不是绝对的。如果能级 E_1 和能级 E_0 靠得很近, 这时, (2.9) 式和 (2.4) 式实际上没有什么差异。这样, 四能级系统也就和三能级系统没有什么差别了。要使四能级系统的优越性更好地发挥出来, 就必须选择 E_1 和 E_0 能级的能量差适当大的工作物质。大量的实验表明, 已有的性能较好的激光器绝大多数都是属于四能级系统。

2-3 激光器的振荡条件

激活介质的粒子数反转分布状态是产生光辐射增益的必要条件。但是仅有这一条件, 激光器并不一定能产生激光振荡。因为, 激光器必须使激光输出, 此外, 还存在有其他多种能量的损耗, 只有当光波在谐振腔内往返传播一次的总增益大于总损耗时激光振荡才是可能的。下面我们来分析产生激光振荡的阈值条件。

我们考虑谐振腔是平行平面的激光器。谐振腔反射镜的反射率分别为 R_1 和 R_2 , 两镜间距为 L , 其间充满激活介质。这里, 激活介质的放大作用是产生激光振荡的有利条件。设激活介质的增益系数为 G , 光强为 I 的光波在激活介质中传播长度为 X 路径后, 其强度应按如下关系增强:

$$I = I_0 e^{GX} \quad (2.10)$$

另外一方面, 光波在腔内来回传播过程中, 将不可避免地有各种损耗, 这是有碍于激光振荡的不利因素。这些损耗包括:

1. 两反射镜上的吸收、散射和透射损耗。特别是作为输出镜的透射损耗有时是相当大的。
2. 激活介质中杂质吸收和介质的不均匀性所引起的散射损耗。
3. 激活介质或反射镜的有限孔径所引起的衍射损耗。
4. 其他损耗, 如谐振腔失调和激光器中插入其他元件所引起的损耗等。

上面列举的损耗中, 输出镜的透射损耗是无法避免的, 其余的各种损耗, 可通过

改进激光器的工艺，使其尽量减小。

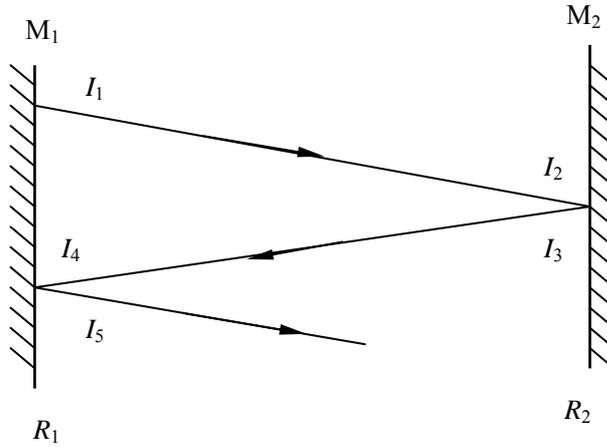


图 2-5 光辐射在谐振腔内来回传播过程中的光强变化
(实际上，光辐射垂直于反射镜来回反射，为了便于看清楚光强的变化，故用斜射代替)

为了简单起见，在下面的讨论中，我们只考虑反射镜上的透射损耗。如图 2-5 所示，设有一光辐射刚从反射镜 M_1 上反射回来的光强为 I_1 ；当其通过激活介质后的强度为 I_2 ；其后，经反射镜 M_2 反射回来的强度为 I_3 ；再通过激活介质后的光强为 I_4 ；第二次由反射镜 M_1 反射回来的光强为 I_5 。根据 (2.10) 式和反射率的定义，则有如下关系式：

$$I_2 = I_1 e^{GL} \quad (I_2 > I_1)$$

$$I_3 = R_2 I_2 \quad (I_3 < I_2)$$

$$I_4 = I_3 e^{GL} \quad (I_4 > I_3)$$

$$I_5 = R_1 I_4 \quad (I_5 < I_4)$$

联合以上各式，我们可得：

$$I_5 = R_1 R_2 I_1 e^{2GL} \quad (2.11)$$

要在激光器内维持激光振荡，并有持续的激光输出，则必须要求 $I_5 \geq I_1$ ，亦即要求

光辐射在腔内往返一次传播后，光强有所增益或维持不变，由 (2.11) 式可知，这就要求：

$$R_1 R_2 e^{2GL} \geq 1 \quad (2.12)$$

对上式取对数，(2.12) 式可写为

$$\ln(R_1 R_2) + 2GL \geq 0 \quad (2.13)$$

$$\text{令 } \gamma = -\frac{1}{2} \ln(R_1 R_2) \quad (2.14)$$

则 (2.13) 式可进一步改写为

$$G \geq \frac{\gamma}{L} \quad (2.15)$$

上式给出了激光器的振荡条件。激光振荡的最低条件即阈值条件，显然为

$$G_0 = \frac{\gamma}{L} \quad (2.16)$$

G_0 通常叫做增益系数的振荡阈值。

(2.14) 式表示的 γ 为激光器的单程损耗因子，它的物理意义可在下面的两种特殊情况中清楚地看到。

若两反射镜的 $R_1 = R_2 = R < 1$ ，则光辐射在谐振腔内一次往返过程中，将从两反射镜中各输出一次，单程输出损耗为 $1 - R$ ，而由 (2.14) 式可知，当 $R \approx 1$ 时， $\gamma = \ln(1/R) \approx 1 - R$ ，这就表明 γ 为单程输出的损耗率。

若两反射镜 $R_1 = 1$ ， $R_2 = R < 1$ ，则光辐射在谐振腔内往返一次过程中，将只从反射镜输出一次，输出的损耗率为 $1 - R$ ，这时，由 (2.14) 式可得，在 $R \approx 1$ 的条件下， $\gamma = \frac{1}{2} \ln \frac{1}{R} \approx \frac{1}{2} (1 - R)$ ，这就是说 γ 为往返一次过程输出损耗率的一半。

由此可以看出， γ 是表示光波在激光作单程传播时，由于激光输出而引起的一种

损耗。但是一般情况下，它还包括激光器的其他损耗。这时，上述描写激光器振荡条件的 (2.15) 和 (2.16) 式中的 γ ，更严格地应表示为激光器的单程总损耗。

由 (2.15) 式很容易明白，激活介质的长度越长，或激光器的损耗越低，则激光越易振荡。然而，激光器输出镜有一最佳透过率，因此，不能单纯地依靠降低透过率来使激光器更易于起振，实际上，应适当地选择耦合系数（即腔镜的反射率和透过率的比值），既使激光器易于起振，又使激光器能输出较大的激光光强。另外，尽可能地降低激光器的其他损耗，就能使激光器既易于起振，又能输出较大的激光光强。

激光谱线的增益系数是频率的函数，由第一章可知，

$$G = G(\nu) = (N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1) \frac{\lambda_n^2}{8\pi} A_{21} g(\nu),$$

可以看到，它正比于光谱线的线型函数。由于光谱线具有一定的线型和宽度，所以增益系数对频率的关系也是以一定的轮廓形状表示的。我们称之为增益轮廓，如图 2-6 所示。在谱线中心处增益最大，而偏离谱线中心增益逐渐减小。由于只有增益系数大于阈值，而且位于谱线中心频率附近的那一频率范围内才能产生激光振荡。显然这个频率范围因激光器的 γ 和 L 值的不同而异。

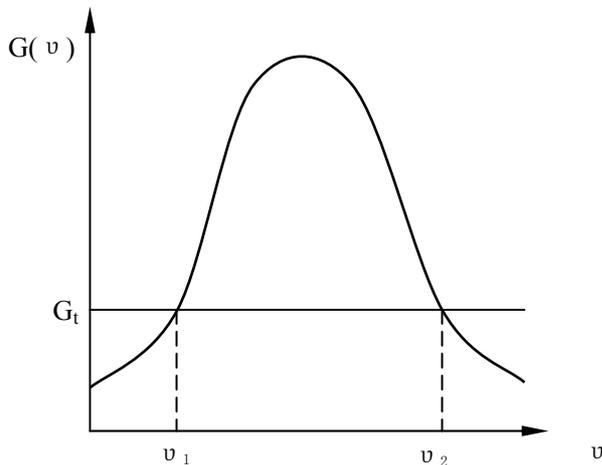


图 2-6 激活介质的增益轮廓曲线

在激光器内建立激光振荡是非常迅速的，由于光速 $c = 3 \times 10^{10}$ 厘米/秒，当腔长 $L=1$ 米时，光辐射在谐振腔内往返反射三百次的时间也只有 10^{-6} 秒，光辐射通过激活

介质的增益随其路径按指数关系增大，因此在极短的时间间隔内，光辐射的强度即可增到相当大。然而，这种增大并不是无止境的。这是由于受激辐射的放大作用，使处于激光上能级的粒子数不断地被消耗；受激辐射越强，这种消耗的速率也就越大。因此，粒子数分布的反转比和增益系数将随光辐射强度的增大而逐渐下降，当光辐射强度到某一值时，激光介质上下能级的粒子数变化达到动态平衡。这时激活介质的增益系数恒等于阈值，而激光器内受激辐射的光强也趋于一个定值。这种现象称为增益饱和。一个稳定运转的激光器，激光输出的强度就决定于这个定值和输出镜透射率的乘积。

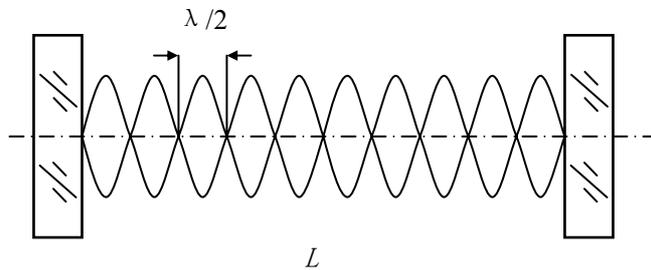


图 2-7 谐振腔中的驻波

在激光腔内传播的光辐射，由于受谐振腔反射镜的多次往复反射作用，只有在其间能够形成驻波的辐射才能形成稳定的振荡，如图 2-7 所示。这时腔长 L 应正好等于这些光辐射的半波长的整数倍，即

$$L = q \frac{\lambda}{2} \quad (2.17)$$

式中 q 为正整数，在光频段 q 是一个很大的数。对应于不同的值，就有不同波长的驻波。通常我们将在谐振腔内沿腔轴方向形成的各种可能的驻波，叫做谐振腔的纵模。

设激活介质的折射率系数为 n ，并利用波长和频率的关系式，(2.17) 式可改写为：

$$\nu_q = q \frac{c}{2nL} \quad (2.18)$$

上式表明，谐振腔只对特定频率 ν_q 的光波具有选择放大作用，这样的一些频率通常叫做谐振腔的共振频率或纵模频率。

利用 (2.18) 式，可以求出两个相邻纵模之间的频率差为：

$$\Delta\nu = \nu_{q+1} - \nu_q = \frac{c}{2nL} \quad (2.19)$$

上式表明，纵模的间距只与腔长 L 和激活介质的折射率系数 n 有关，与 q 无关。因此对一给定的腔长和激活介质的谐振腔来说，腔内可能存在的光波是一系列等频率间隔的单色波。然而，在激光器内由于激活介质的作用，实际振荡的纵模还应受增益曲线的限制，只有在增益值大于阈值的那个频率范围的那些纵模才能振荡（参看图 2-8）。

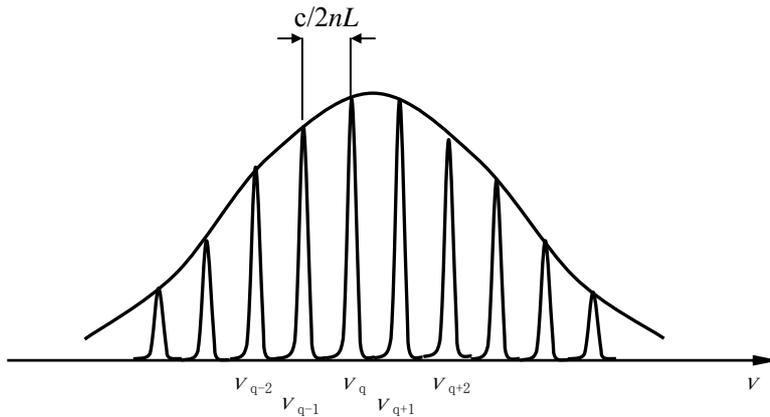


图 2-8 输出激光的纵模

由此可见，从激光器输出的激光只有有限数目的纵模，例如，腔长 $L=1$ 米的氦氖激光器，相邻纵模的频率间隔可由 (2.19) 式算得为 150 兆赫，而对 6328\AA 的激光谱线的多普勒宽度约为 1500 兆赫，故输出激光最多只有 10 个纵模。激光器的腔长越短激光振荡的纵模也就越少。如腔长为 15 厘米的氦氖激光器，激光振荡的纵模就只有一个，这时输出的激光是一单色性极高的单纵模。

对于满足谐振腔振荡条件的各个纵模来说，还可能存在光波的各种形式的横向场分布，在激光器运行之后，受激振荡的光波沿腔轴经多次往返传播后，光波将集中于谐振腔的腔轴附近，形成稳定的横向场分布。这些可能的横向场分布称为谐振腔的横模。这部分内容将在第三章详细讨论。

2-4 几种激光器工作原理简介

自二十世纪六十年代第一台红宝石激光器问世以来，激光技术发展十分迅速，现在已研究制成的激光器已有数百种。本节简单介绍几种激光器的结构和工作原理，至

于其他问题可参阅有关资料。

一、红宝石激光器

红宝石激光器是最先实现激光作用的一种激光器，从它发出的是 6943\AA 的红色激光。它的能量转换效率和输出功率虽然不是最佳，但由于人们对它的研究较透彻，制造工艺较成熟，同时，还因为它发出的是可见光，因此红宝石激光器在某些应用，如视网膜凝结、显微光谱分析、钻石和宝石打孔及脉冲全息照相等方面仍有特别的用途。

(一) 红宝石激光器的结构

图 2-10 画出了红宝石激光器的结构简图。红宝石激光器一般地包括红宝石棒、脉冲氙灯、聚光器和光学谐振腔等四部分。其工作物质是红宝石棒，它是以掺铬的氧化铝 (Al_2O_3) 人工晶体（通常称红宝石）磨制而成。其中铬离子的浓度，按氧化铬与氧化铝的重量比，典型的为 0.05%。红宝石棒的光学质量要求很高，将棒的两端研磨和抛光成光学平行平面，其平行度要求优于 10 秒，平面度不低于 $1/4$ 光圈，端面与棒轴的垂直度不低于 1 分，侧面不抛光，以防止产生寄生的激光振荡。

在棒的两端（通常在聚光器之外）各置一镀多层介质膜的反射镜，其一是全反射镜，另一个为半透半反镜（其反射率可取 70~90%），此两反射镜构成激光器的谐振腔。

红宝石激光器通常采用光激励的办法，即用脉冲氙灯发出的光能集中地照射在红宝石棒上，可利用一聚光器。聚光器是一内壁抛光镀金属的椭圆柱形的腔体，氙灯和红宝石棒并排对称地放在聚光器椭圆柱腔的两个焦线上。

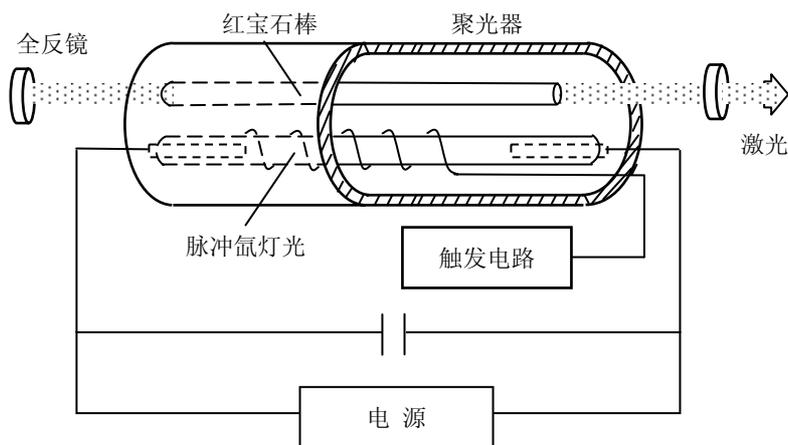


图 2-10 红宝石激光器的结构

(二) 红宝石激光器的工作原理

红宝石中的激光作用是通过 Cr^{3+} (铬离子) 的受激发射过程而实现的, 因而 Cr^{3+} 通常称为激活离子, 它是红宝石中产生激光的“主体”。而红宝石的主要成分氧化铝只是容纳铬离子的基质, 对激光作用只起间接作用, 因此为了弄清红宝石激光器的工作原理, 需要对红宝石中的铬离子的能级结构及其光学特性进行阐述。

图 2-11 示出了红宝石中 Cr^{3+} 离子的与激光作用有关的部分能级图。它是根据对红宝石晶体的吸收光谱的观察结果和晶场理论绘出的。如图所示, 铬离子的基态为 $^4\text{A}_2$ 能级, 激发态 $^4\text{F}_1$ 和 $^4\text{F}_2$ 是两能态分布较宽的能级; 激发态 ^2E 是一个亚稳态, 它是由两个分能级 $2\bar{\text{A}}$ 和 $\bar{\text{E}}$ 组成, 它们之间的能量差为 29cm^{-1} 。

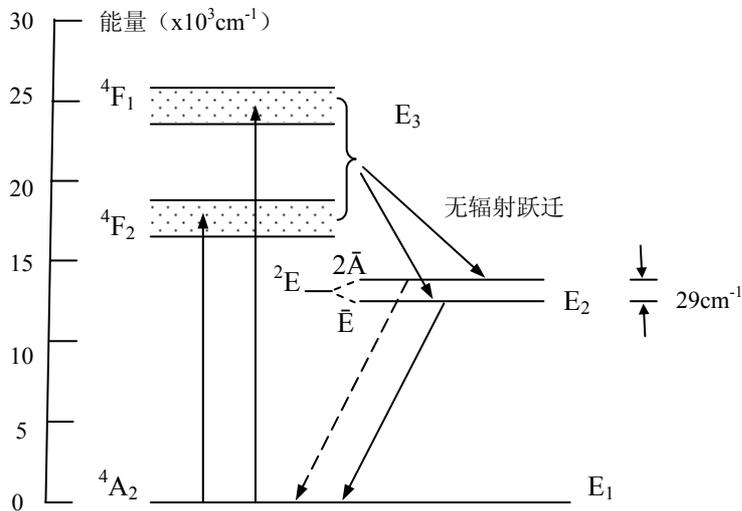


图 2-11 红宝石中铬离子部分能级图

应当指出, 红宝石中铬离子的能级结构和自由状态的铬离子的能级结构有明显差别。这是因为红宝石中的铬离子处在红宝石基质原子组成的晶格电场中, 受这种晶格场的作用较大, 使来自自由状态的铬离子的能级发生较大的分裂和改组。所以红宝石中铬离子的能级符号不能再用一般原子光谱中的符号来表示, 需要特别的晶场理论中所规定的符号。

图 2-12 示出了红宝石晶体的 Cr^{3+} 离子的吸收光谱。由图可见, 在 3600\AA 到 4500\AA 和 5100\AA 到 6100\AA 的两个光谱区内有两个较宽的吸收带 (带宽约 500\AA)。前一吸收带的峰值位于 4100\AA 附近的紫光区, 称紫带; 后一个吸收带的峰值位于 5500\AA 附近的绿光区, 称为绿带。这两个吸收带的吸收系数比较大, 它们分别对应于从基态 $^4\text{A}_2$

到激发态 4F_2 和 4F_1 态的跃迁, 另外在 6943\AA 和 6927\AA 处有两个弱而锐的吸收谱线 R_1 和 R_2 线, 它们统称为 R 锐线系, 这两条谱线对应于从基态 4A_2 到 2E 态的两个分能级 $2\bar{A}$ 和 \bar{E} 的跃迁。另外无论是宽的吸收带, 还是锐的吸收线, 也具有各向异性的光吸收特性, 它们对于平行于晶体光轴 C 的和垂直于光轴 C 的电矢量的光波, 具有不同的吸收值, 这是因为红宝石不是单轴晶体。其他与激光作用关系不大的光谱, 这里不再详述。

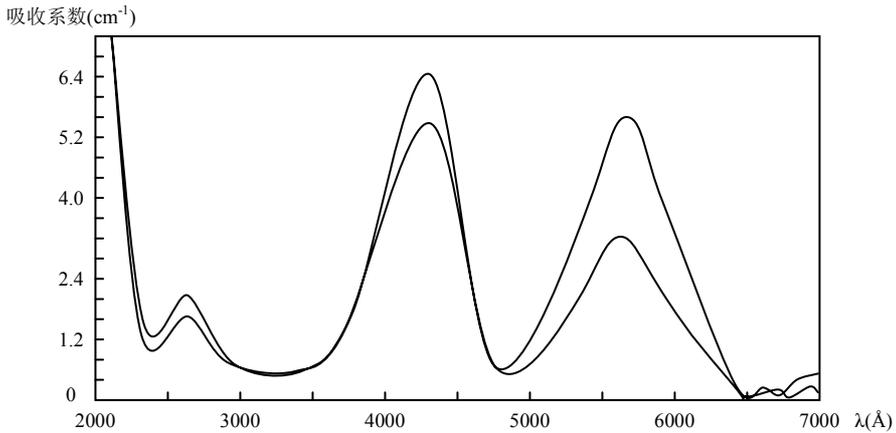


图 2-12 红宝石晶体的吸收光谱

图 2-13 示出了红宝石晶体的荧光光谱。它是用连续发光的碘钨灯发出的光, 经透镜聚焦后照射到红宝石上, 红宝石则发出荧光, 再用摄谱仪摄谱得到的, 可以看到荧光是由两条荧光谱线组成的, 谱线的中心位置恰好与 R 锐线系的吸收线一致, 因此也把它们称作 R 荧光谱线, 谱线的宽度约为 7\AA , 荧光谱线 R_1 的强度比 R_2 的大, 这说明 R_1 线的自发辐射跃迁几率要比 R_2 的大, 除此而外, 没有出现其他的荧光谱线。

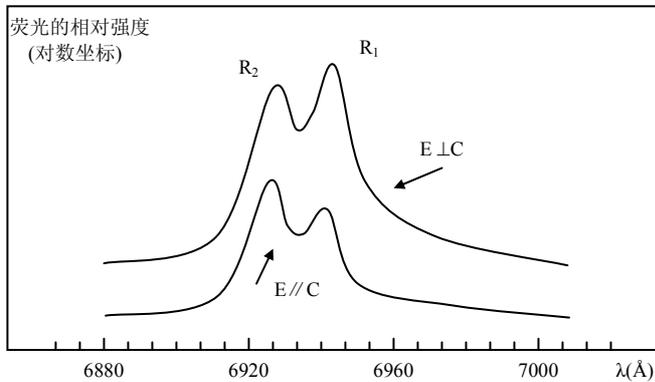


图 2-13 红宝石的荧光光谱

红宝石的荧光光谱实验证明，碘钨灯发出的可见连续光照射红宝石时，其中一部分可见光（紫光和绿光）被红宝石中的铬离子吸收。铬离子吸收了合适的能量后，就从基态 4A_2 跃迁到激发态 4F_1 和 4F_2 上，处于该两能态的铬离子是不稳定的。由于晶体内部热运动的扰动，很快地向能级 2E 跃迁（无辐射），跃迁的驰豫时间为 10^{-6} 秒。最后，当铬离子从 2E 回到基态 4A_2 时，则发出 R 荧光谱线。实验测得，当用 3600\AA 至 6100\AA 波段的可见光激发荧光时，红宝石的这两条荧光谱线的荧光量子效率比较高。即被激发到 4F_1 和 4F_2 态的铬离子，其相当大的一部分是通过跃迁到 2E 态这一中间过程，而最后回到基态 4A_2 。实验还表明，室温下 R 荧光谱线的寿命比较大，约 3 毫秒。这反映了能级 2E 是一亚稳态。

从上面所述的红宝石的能谱特性可知，铬离子在外激励源的作用下，在 2E 态和基态 4A_2 间可能造成粒子数的反转分布，使受激发射的产生成为可能，因此红宝石被选为受激发射光的材料。从红宝石产生激光作用的有关能级看，其铬离子的能级图 2-11 可简化为三能级系统的模型，如图 2-3 所示，能级 E_1 相当于图 2-11 中的 4A_2 。激光跃迁发生于 E_2 和 E_1 之间， E_3 是泵浦能级，前面对三能级系统分析的结果对红宝石激光器是完全满足的。

计算表明，要实现激光振荡，红宝石棒上每平方厘米的光照功率至少要 1200 瓦。这样高的光照功率，使用一般的照明光源是达不到的，脉冲氙灯是可用的合适激励光源。

二、钕铝石榴石激光器

钕铝石榴石激光器是目前中小功率固体激光器中性能最好的一种激光器。由于它的阈值较低、效率较高、晶体导热性能好、易于连续方式运转，因而受到重视，从这种激光器中输出几种波长，最强的为 $1.06\mu\text{m}$ ，利用倍频技术可得到 $0.53\mu\text{m}$ 的绿光。钕铝石榴石激光器在材料加工、雷达、通讯、测距、水下显示和探测等方面有着越来越广泛的用途。

（一）钕铝石榴石激光器的结构

钕铝石榴石激光器的结构与红宝石类似，其工作物质为掺钕的石榴石棒，钕铝石榴石的化学成分为 $Y_3Al_5O_{12}$ ，简称 YAG，掺钕原子（Nd）是 1.0~1.5%。钕在晶体中以三价正离子出现，它是激活离子。钕铝石榴石激光器的激光作用就是通过这些离子的受激发射过程而实现的。

钕铝石榴石激光器的光泵灯是碘钨灯或氙弧灯等。YAG 晶体棒在强紫外线的照

射下很容易变色，形成色心，而使它的性能变坏，为了防止这种现象，须在晶体棒外面加滤光液外套，常用的滤光液有重铬酸钾和亚硝酸铜溶液。

(二) 钕铝石榴石激光器的工作原理

钕离子 (Nd^{3+}) 的能谱，不论在理论上或实验上都已有了详细的研究。图 2-14 画出了钕铝石榴石晶体中的钕离子的部分能级图。

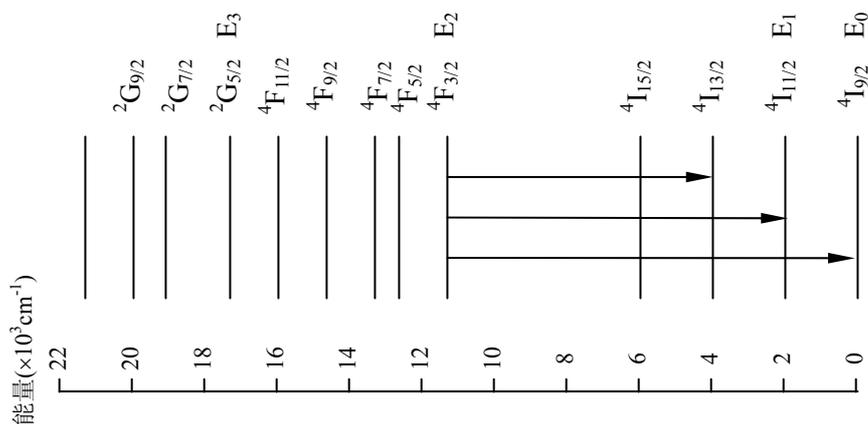


图 2-14 YAG:Nd³⁺部分能级图

这种钕离子的能级结构与自由状态下的钕离子的能级结构差别不大，钕原子最外层的电子组态为 $4f^46s^2$ ，三价钕离子 (Nd^{3+}) 是钕原子失去两个 $6s$ 电子和一个 $4f$ 电子而形成的。因此， Nd^{3+} 的最外层的电子组态为 $4f^3$ 。一般来说，离子进入晶体后，电子的运动要受到晶体场的影响而改变其原来的状态，但稀土元素钕离子的 $4f$ 电子被外层的形成闭合分层的 $5s$ 电子和六个 $5p$ 电子很好地屏蔽起来。它们只受晶场的弱作用，因而晶体不影响离子能级的基本结构，只影响它的精细结构，钕离子的能谱可按原子光谱的多电子态角动量合成的方法加以处理而得到。所以钕离子的能态，应当由电子组态 f^3 来决定。利用角动量矢量合成方法，可求得钕离子的各种可能的态，共有三十多种。根据原子光谱的“洪得法则”，在这些可能的离子态中，应以总自旋角动量最大，总轨道角动量最大，同时总角动量最小者（这由电子只填充 $4f$ 壳层的一小部分的情况所决定）能量最低，相应于电子组态 f^2 其最大的总自旋角动量的量子数

为 $S = \frac{3}{2}$ ，因此，三价钕离子的基态为 $4I_{9/2}$ 。除此以外，由最大的总自旋角动量和最

大的轨道角动量 ($L=6$) 还可组成不同的总角动量，其量子数 $J = \frac{11}{2}$ 、 $\frac{13}{2}$ 和 $\frac{15}{2}$ ，其

相应的离子态为图 2-14 中的 $^4I_{11/2}$ 、 $^4I_{13/2}$ 、 $^4I_{15/2}$ 态，它们是 Nd^{3+} 的最低的一些激发态。图 2-14 中的其他激发态对应于不同的总自旋角动量和总轨道角动量的组合。应当注意，其中每个态都是多重项的，在自由状态下的 Nd^{3+} 中，这些都是简并的，但在钇铝石榴石的晶体中，由于晶体的微扰作用，各态分裂为若干能级，图 2-14 中的粗线定性示意能态的这种分裂状况。

必须指出， Nd^{3+} 离子在自由状态下，从 S、F、G 等各态到 I 态的辐射跃迁是禁戒的，但是在晶体中，由于晶场的微扰作用，这种禁戒跃迁被部分地取消，因而这些态之间可以发生辐射跃迁，但跃迁几率较小。

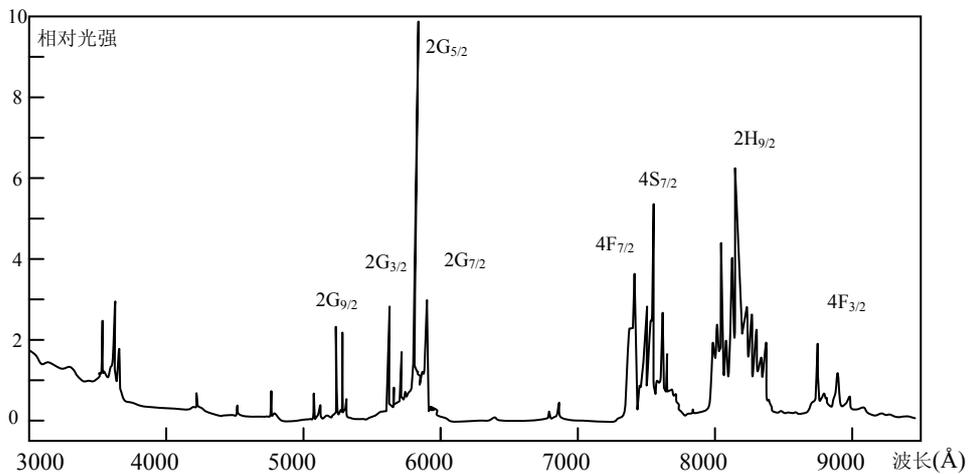


图 2-15 YAG:Nd³⁺ 吸收光谱

在图 2-15 中示出了 YAG:Nd³⁺ 的吸收光谱。可以看到，它在可见区的绿光区（5100Å — 5400Å）、黄光区（5700Å — 6000Å）、深红光区（7300Å — 7600Å）和近红外区（7900Å — 8200Å）等处均有较强的吸收带，它们对应于 Nd^{3+} 离子吸收不同波长的光子后，从基态（ $^4I_{9/2}$ ）到 $^4G_{7/2}$ （ $^2G_{7/2}$ 、 $^2G_{9/2}$ ）、 $^4G_{5/2}$ （ $^2G_{5/2}$ ）、 $^4S_{3/2}$ （ $^4F_{7/2}$ ）、 $^2H_{9/2}$ （ $^4F_{5/2}$ ）等激发态（参见图 2-14）高能态的钕离子。通过无辐射跃迁很快地过渡到能级 $^4F_{3/2}$ 上， $^4F_{3/2}$ 是一个寿命较长（约 0.2 毫秒）的亚稳态能级。钕离子从 $^4F_{3/2}$ 能级向 $^4I_{13/2}$ 、 $^4I_{11/2}$ 、 $^4I_{9/2}$ 等能级跃迁时则发出荧光谱线，分布在近红外区的 0.913μm、1.06μm 和 1.35μm 附近。其中以 1.06μm 所对应的 $^4F_{3/2}$ — $^4I_{11/2}$ 跃迁的一组荧光谱线的强度最大（图 2-16），从能级 $^4I_{3/2}$ 到 $^4I_{11/2}$ 的跃迁，产生的是几条波长紧靠在一起的荧光谱线。这是因为 $^4F_{3/2}$ 和 $^4I_{11/2}$ 两能级实际上是由几个频率间隔很小的分能级所组成，如图 2-17 所示。在图 2-17 中，示出了在 $^4F_{3/2}$ 、 $^4I_{11/2}$ 各分能级间跃迁所产生的荧光光谱的精细结构图。在这些荧光光谱线中，在室温下以 1.064μm 的荧光谱线最强，液氮

温度下的一组荧光谱线均较室温下的对应谱线向短波方向有微小的位移，这时以 $1.06\mu\text{m}$ 荧光谱线最强。

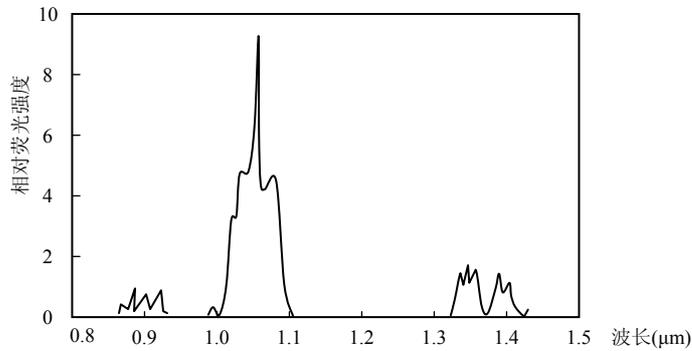


图 2-16 YAG:Nd³⁺ 荧光光谱

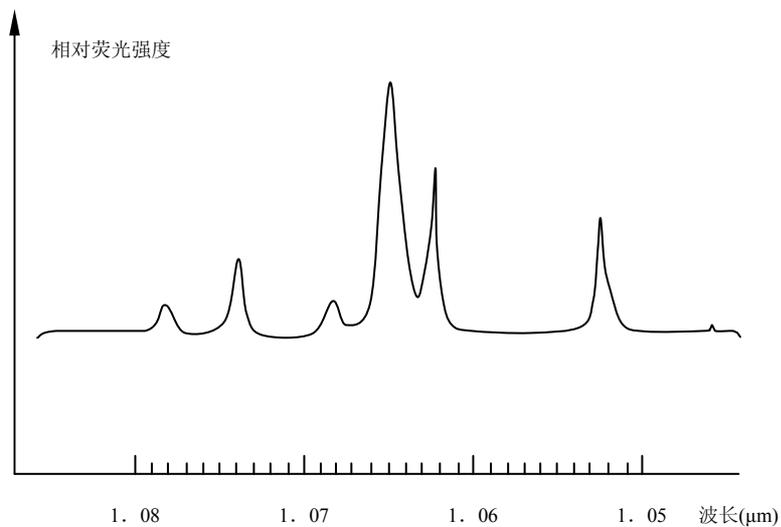


图 2-17 YAG:Nd³⁺中 ${}^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{11/2}$ 荧光跃迁的精细结构图

由于 ${}^4I_{13/2}$ 和 ${}^4I_{11/2}$ 两能级距基态较远，它们和基态的能量差分别为 3900cm^{-1} 和 2000cm^{-1} ，在室温下，这两个能级上的粒子数很少，所以只要 ${}^4F_{3/2}$ 能级上积聚有一定数量的粒子， ${}^4F_{3/2}$ 与 ${}^4I_{13/2}$ 和 ${}^4F_{3/2}$ 与 ${}^4I_{11/2}$ 这两组能级的粒子数就能够比较容易地达到反转分布，对于 ${}^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{9/2}$ 跃迁的 0.913 微米附近的荧光谱线，由于该跃迁的终态能级与基态能级之间的间隔很小，所以在室温条件下难于振荡。能级 ${}^4I_{9/2}$ 实际上也是由几个分能级所组成的。这里所说的基态能级是指其中最低的能级，激光跃迁的 ${}^4F_{3/2}$

— ${}^4I_{9/2}$ 终态能级是指其中较高的分能级。

虽然 ${}^4F_{3/2}$ — ${}^4I_{13/2}$ 和 ${}^4F_{3/2}$ — ${}^4I_{11/2}$ 两组能级可以同时实现粒子数的反转分布,但由于这两组能级具有相同的上能级,在激光振荡形成的过程中,就会发生竞争现象。而 ${}^4F_{3/2}$ — ${}^4I_{11/2}$ 能级间的跃迁几率较大, ${}^4F_{3/2}$ — ${}^4I_{11/2}$ 能级间的受激辐射跃迁容易占优势,所以钇铝石榴石的激光器往往只产生 $1.06\mu\text{m}$ 波长的光。只有在抑制 $1.06\mu\text{m}$ 谱线的振荡后,才能实现 $1.35\mu\text{m}$ 波长的激光振荡(对应于 ${}^4F_{3/2}$ — ${}^4I_{13/2}$)。 $0.913\mu\text{m}$ 谱线的激光振荡,只有在低温下(如液氮温度 77°K)才可能,此时从基态能级热激发至该激光跃迁的下能级的粒子数大大减小,因而有利用该激光谱线的振荡。

掺钕的钇铝石榴石激光器中的激光作用过程可以用简化的能级图来更好地说明。上面所述的 YAG:Nd^{3+} 的能谱特点,就激光作用的跃迁过程而言,可以用图 2-4 所示的简化四能级系统来描写。图 2-4 中的能级 E_3 相当于图 2-14 中的 ${}^4G_{7/2}$ 、 ${}^4G_{9/2}$ 、 ${}^2G_{7/2}$ 、 ${}^4G_{5/2}$ 、 ${}^2G_{5/2}$ 、 ${}^4S_{3/2}$ 、 ${}^4F_{7/2}$ 、 ${}^4H_{9/2}$ 、 ${}^4F_{5/2}$ 等吸收能级源;能级 E_2 相当于能级 ${}^4F_{3/2}$;能级 E_1 相当于能级 ${}^4I_{13/2}$ 或能级 ${}^4I_{11/2}$;能级 E_0 相当于基态能级 ${}^4I_{9/2}$ 。在这种四能级系统中,激光跃迁发生于能级 E_2 和 E_1 之间。在钇铝石榴石晶体中,能级 E_3 包括多组吸收能级,显然有利于钕离子的激发,特别需要指出的是, YAG:Nd^{3+} 的 $1.06\mu\text{m}$ 的荧光量子效率很高,如用 7300\AA — 7600\AA 和 7900\AA — 8200\AA 波段的光子激发则其荧光量子效率接近于 1,这表明:激发至能级 E_3 的粒子绝大部分将经过能级 E_2 (即 ${}^4F_{3/2}$),辐射跃迁至能级 E_1 ,然后,再由此回到 E_0 ,从能级 E_3 到 E_2 的无辐射跃迁过程非常地快,因而有 $S_{32} \gg S_{30}$ 。而在室温下,能级 E_0 和 E_1 间的热交换过程极快,热弛豫时间约为 10^{-6} 秒,故有 $S_{32} \gg W_{03}$, $S_{10} \gg W_{21}$,在前面已导出了四能级系统中实现粒子数反转分布的简化近似条件,即 (2.9) 式

$$W_{03} > A_{21} e^{-\frac{E_1 - E_0}{kT}}$$

从式中可见,在四能级系统中,情况有些类似于三能级系统,激光跃迁能级间的自发跃迁几率 A_{21} 小,有利于粒子数的反转。然而,由于上式右边指数项的存在,而大大降低了四能级系统中实现粒子数反转分布所需的激励水平。在掺钕的钇铝石榴石晶体

中，对适于 $1.06\mu\text{m}$ 的激光振荡，能级 E_1 和 E_0 ，即能级 ${}^4I_{11/2}$ 和 ${}^4I_{9/2}$ 的间距约为 2000 厘米⁻¹，而室温时 kT 的值约为 210 厘米⁻¹，故有

$$e^{-\frac{E_1-E_0}{kT}} = e^{-9.5} = 0.75 \times 10^{-4}$$

由此不难明白，在钕铝石榴石这样的四能级系统中，为实现激光振荡，所需的光泵功率，显然要比红宝石晶体那样的三能级系统少得多，按估算的低三个数量级。

三、钕玻璃激光器

钕玻璃激光器也是一种最通用的固体激光器。钕玻璃是其工作物质，它是在玻璃基质中掺入少量的氧化钕 (Nd_2O_3) 而制成的。典型的掺入量，按重量百分比为 2-6%，钕在玻璃中也是以 Nd^{3+} 离子形式存在，和钕铝石榴石晶体中的一样，同是产生激光振荡作用的激励离子。玻璃基质的成分不同对钕玻璃激光器的工作特性有不同的影响，其中以碱土硅酸盐（如 $\text{K}_2\text{O}-\text{BaO}-\text{SiO}_2$ ）成分的玻璃性质较好。

由于玻璃的光学均匀性好且容易制造，因而它较之晶体激光器有它自己的特点。主要是激光棒的形状、尺寸有较大的自由度，大的工作物质棒可成长达 1-2 米，直径 3-10 厘米，因而可以制成特大功率的激光器；小的可做成直径仅几微米的玻璃纤维，可用于做成集成光路中的放大或振荡器件。同时，还由于玻璃的制造成本低，效率也较高，因而它有较为广泛的应用。

钕玻璃激光器的主要缺点是热导性能较差，需要用适当的方式使之冷却。

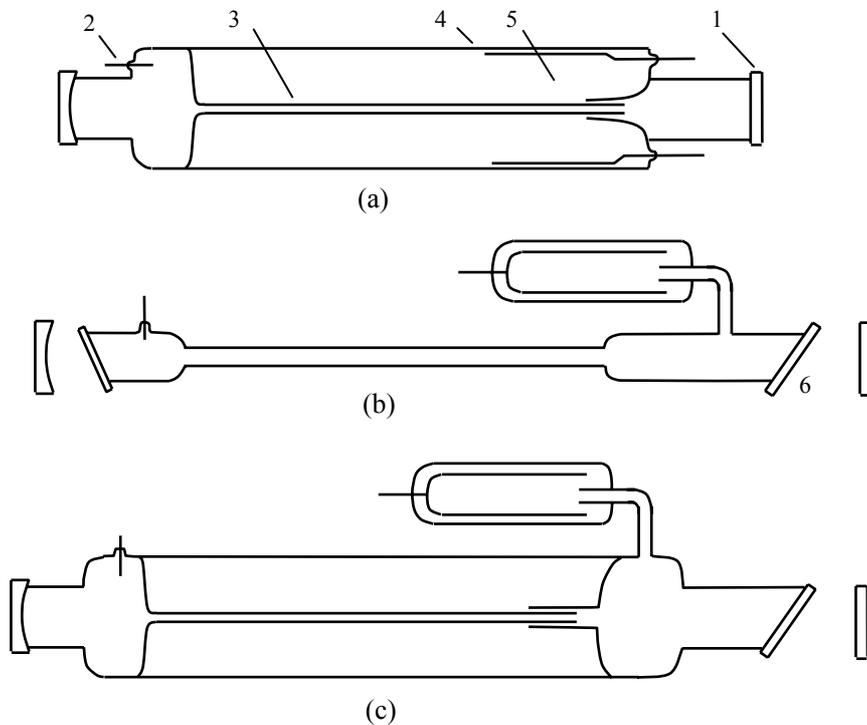
钕玻璃激光器中的激光作用是通过钕玻璃中的 Nd^{3+} 离子的受激发射过程实现的。钕玻璃中的 Nd^{3+} 离子的吸收光谱和荧光光谱与掺在钕铝石榴石中的 Nd^{3+} 的吸收光谱和荧光光谱基本相同，因此钕玻璃激光器的激光作用的跃迁机理与钕铝石榴石激光器完全相同，从它输出的激光波长，主要的也是 $1.06\mu\text{m}$ 的近红外光。

前面我们讨论了三种激光器的结构和跃迁机理，可以看到，一种比较好的工作物质，应具备下面几种光学性能：

1. 有关的激活离子在基质中应有较宽的吸收带，有利于较多的激活离子在光泵激励下被激发。
2. 激光工作物质的上能级最好为一亚稳态，这样，这一能级的寿命较长，可积累较多的粒子，以利于粒子数反转。
3. 荧光谱线的宽度要窄，以保证荧光谱线有较大的增益。

4. 荧光量子效率要高，使大部分被光泵激发的离子过渡到产生激光的上能级。
5. 工作物质最好是四能级系统，以利于建立粒子数反转。
6. 工作物质具有较好的导热性能，以利于激光器高重复频率脉冲运转或连续工作。
7. 在激光谱线区，材料的光吸收要少，以降低工作物质的损耗，提高输出功率水平。
8. 便于生产和加工。

当然一种理想的工作物质是很难找到的，常用几种固体激光器工作物质只能部分地满足要求。



1、反射镜 2、阳极 3、放电毛细管 4、外套管 5、阴极 6、布儒斯特窗

图 2-18 氦氖激光器的几种结构形式

四、氩—氖激光器

氩氖激光器是最早制成的一种气体激光器，它在可见和红外光谱区可产生多种波长的激光谱线，主要有 6328\AA 和 $1.15\mu\text{m}$ 和 $3.39\mu\text{m}$ ，由于它单色性好，输出功率和激光频率能控制的很稳定，同时它的结构简单、使用方便、寿命长，因此在计量检测、

准直导向、全息术等方面都得到广泛的应用。

(一) 氦氖激光器的结构

氦氖激光器主要由放电管和谐振腔两部分组成，图 2-18 示出几种类型的氦氖激光器。(a) 内腔式：谐振腔的反射镜与放电管连在一起。(b) 外腔式：谐振腔的反射镜与放电管是分开的。(c) 半内腔式：谐振腔的一面反射镜与放电管固定在一起，另一面反射镜与放电管分开。

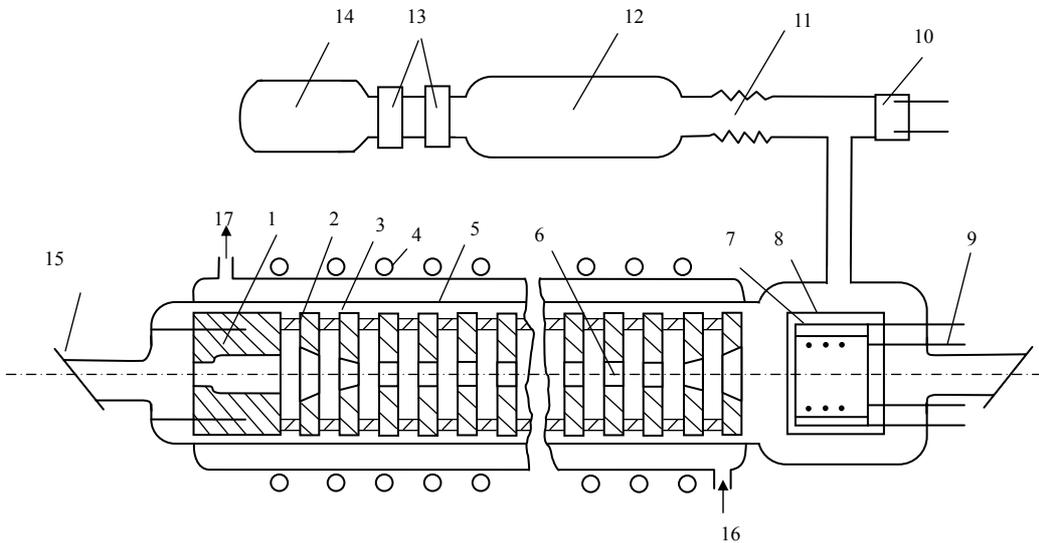
外腔式和半内腔式激光器中，放电管的两端或一端用光学窗片封接，窗片的法线与管轴的夹角 θ 满足 $\tan \theta = n$ ，称为布儒斯特窗，它的作用除了对激光管的工作气体起密封作用外，主要是保证激光束无损耗地通过窗片，同时可使激光输出为偏振光。

(二) 氦氖激光器的跃迁机理

图 2-19 示出了氦原子和氖原子与激光作用有关的部分能级图，在氦氖激光器中激光谱线都是发生于氖原子的不同激发态之间，而氦原子只起辅助作用，即在氖气中掺入一定比例的氦气后，氖原子激发态之间的粒子数反转分布的实现要容易的多。这是由于氦和氖原子的能级特性决定的，在气体放电时，被电场加速的自由电子与氦原子碰撞，能使相当多数量的氦原子被激发到它的两个最低的激发态 2^1S_0 和 2^3S_1 能级上。按照选择定则，该两能级到基态 $1S_0$ 的辐射跃迁是禁戒的，即它们是亚稳态，这些亚稳态的寿命为 10^{-4} 秒，比其它激发态的寿命（约 10^{-1} 秒）大三个数量级。因此在一定的放电激励条件下， 2^1S_0 和 2^3S_1 能级上就有可能有较多的氦原子积累。从图 2-19 可看到，氦原子 2^1S_0 的与氖原子的 $3S$ 能级组很接近，氦原子的 2^3S_1 和氖原子的 $2S$ 能级也很接近，因此在氦的 2^3S_1 与氖的 $2S$ 之间，氦的 2^1S_0 和氖的 $3S$ 之间存在着较强的共振交换激发作用，加之氖原子在放电中受到电子第一类碰撞激发，使得氖的 $2S$ 和 $3S$ 能级组的激发原子数显著地增加，而氖的 $2S$ 和 $3S$ 态是氖的多种激光跃迁的上能级，这些能级上粒子数的增加，显然有利于激光能级间粒子数反转分布的建立，因此，氦的存在非常有利于氖原子的激光振荡的产生。

氦氖激光器中，尽管氖的能级结构很复杂，但我们可以把它简化为如图 2-20 所示的四能级系统。图中 E_2 对应于氖的 $2S$ 和 $3S$ 能级组的某一激发态；能级 E_1 对应于氖的 $2P$ 或 $3P$ 能级组的某一激发态；能级 E_0 对应于氖的 $1S$ 态；能级 E_g 为氖的基态。可以看到氖原子的简化四能级系统与 2-2 节中的四能级系统有些差别，即此处无 E_3 对应。

氩离子激光器的结构，按其放电管材料来分，主要有石英管结构、分段石墨结构和氧化铍陶瓷管结构等三种。图 2-21 示出了石墨结构的氩离子激光器。



1、石墨阳极 2、水冷套 3、放电管 4、磁场线圈 5、石墨片 6、石英环
7、阴极 8、保温罩 9、加热灯丝 10、气压计 11、波纹管 12、镇气瓶
13、电磁充气阀 14、储气瓶 15、布儒斯特窗 16、进水口 17、出水口

图 2-21 分段石墨结构氩离子激光器

(二) 氩离子激光器的跃迁机理

氩的一次电离离子 Ar^+ (或写为 ArII) 和二次电离的离子 Ar^{++} (或写为 ArI) 都能产生激光。 Ar^+ 产生的激光谱线主要分布在可见的蓝绿光谱区，而 Ar^{++} 产生的激光谱线则位于紫外光谱区。目前研究与应用较多的是 Ar^+ 的激光谱线，其中 4880\AA 的蓝光和 5145\AA 的绿光最强。本节重点说明这些光谱线的跃迁机理。

处于基态的氩原子，最外面的电子壳层有六个价电子 (3P^6)。在气体放电时，处于基态的氩原子被电离，当它一次电离后， Ar^+ 外层电子剩下五个价电子。若它们仍留在 3P 态，则该氩离子的状态称为氩离子基态。基态氩离子再与电子作用，就有可能被激发到离子的各个激发态上，如 Ar^+ 的 $3\text{P}^4\text{4P}$ 、 $3\text{P}^4\text{4S}$ 、 $3\text{P}^4\text{5S}$ 、 $3\text{P}^4\text{3d}$ 和 $3\text{P}^4\text{4d}$ 等激发态上，如图 2-22 所示。已发现 Ar^+ 的激光谱线的跃迁均发生于 $3\text{P}^4\text{4P}$ 和 $3\text{P}^4\text{4S}$ 各组能级之间，因此这两组有关能级间的粒子数反转分布是产生 Ar^+ 的激光振荡的必要条件。 Ar^+ 的激光上能级的激发过程主要有：一是由电子与氩原子碰撞产生 Ar^+ (3P^5)，其二是 Ar^+ 与电子碰撞被激发到 $3\text{P}^4\text{5S}$ 和 $3\text{P}^4\text{4d}$ 能级，然后由这些能级辐射

跃迁至 $3P^44P$ 的粒子数大于激发至下能级 $3P^44S$ 的粒子数，而粒子在下能级上的寿命又比上能级上的短，则在这些上下能级之间就能实现粒子数的反转分布。图 2-23 示出了氩离子的几条重要激光谱线的跃迁图。对 Ar^+ 的能谱特性的研究可知，一些有关

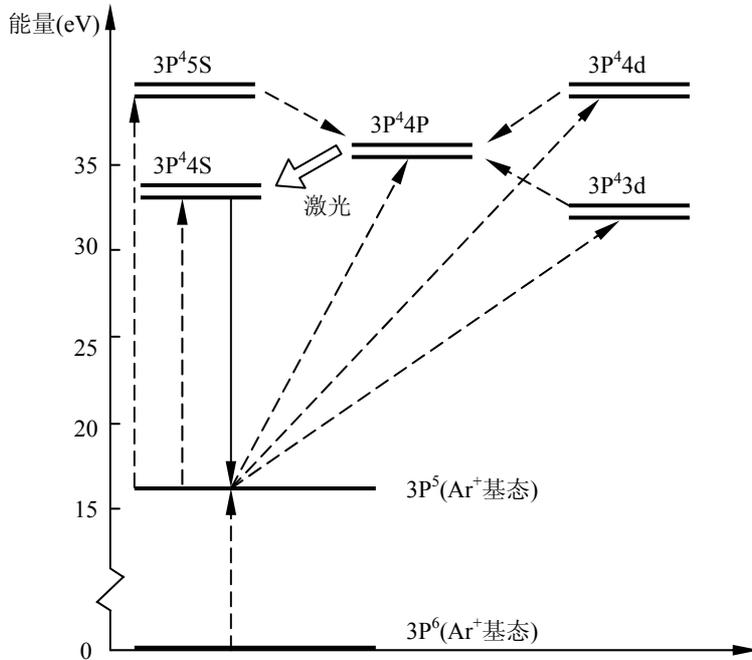


图 2-22 Ar^+ 的部分能级及其跃迁过程

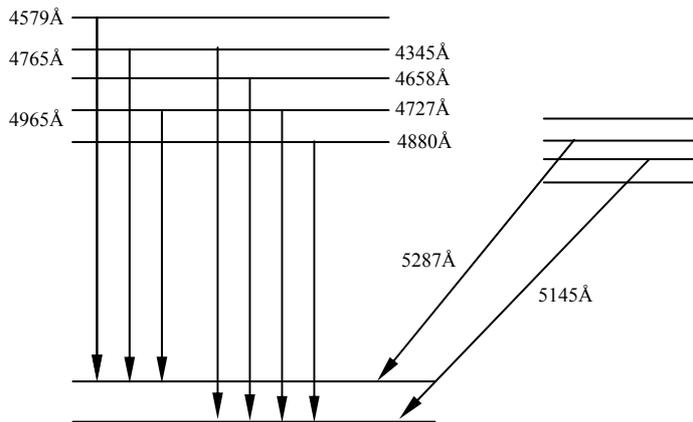


图 2-23 氩离子的几条重要激光谱线的跃迁

能级的寿命要比下能级的寿命长好几倍，因此在这些上下能级之间比较容易实现粒子数反转分布。这些跃迁谱线最强的是 4880\AA ，它对应于 $4P^2D^0_{5/2} - 4S^2P_{3/2}$ 的跃迁，和

5145Å，它对应于 $4P^4D^0_{5/2} - 4S^2P_{3/2}$ 的跃迁。

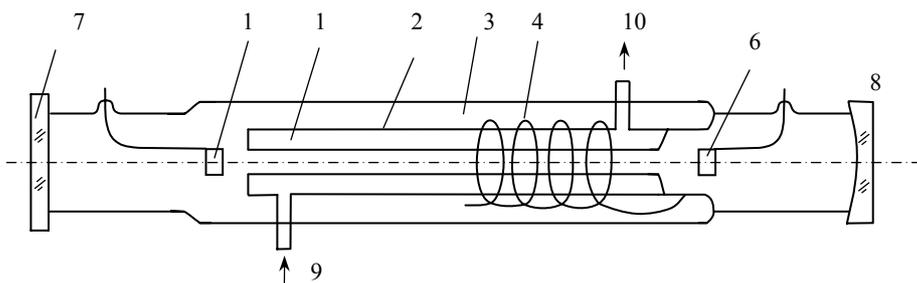
在氩离子激光器中，由于氩原子的电离能（15.73eV）和氩离子的激发位能（大于 15eV）都很大，必须有比较高的电子温度，才能对激光上能级有效地激发，为此必须使放电管内的气压适当降低（约 0.8 托以下），并且要提高放电管的电子密度，这就是说，氩离子的激光器必须采用低电压大电流的弧光放电激发。这就使得氩离子激光器和氦氖激光器具有十分不同的结构特点和工作特点。

六、二氧化碳激光器

二氧化碳激光器是一种典型的分子气体激光器，由于它效率高，输出功率大，而其发出的主要激光谱线 $10.6\mu\text{m}$ ，恰好处于大气窗口，因此受到了人们的极大重视。目前最大的输出功率：连续输出已达几十万瓦，脉冲输出功率已达几百兆瓦，脉冲输出的能量已达万焦耳，它在工业的材料加工上（如打孔、切割、焊接、淬火等），军事上（如通讯、雷达等）以及热核反应的科学实验中都有重要应用。

（一）二氧化碳激光器的结构

二氧化碳激光器有多种型式：纵向电激励激光器、闭合循环横向激励激光器、横向电激励大气压激光器、热或化学激励激光器等。纵向电激励激光器是目前最成熟的一种，图 2-24 示出了它的结构简图。激光器通常由三层套管组成，一是放电管，二是水冷套，三是储气室。谐振腔由全反镜和输出镜组成。输出镜是由锗单晶制成的平行平面镜，因为它对 $10.6\mu\text{m}$ 的光吸收系数很小。



1、放电管 2、水冷套 3、储气室 4、回气管 5、阳极 6、阴极
7、输出锗镜 8、镀金全反镜 9、进水口 10、出水口

图 2-24 封离式纵向电激励二氧化碳激光器的结构图

（二）二氧化碳激光器的激光作用的跃迁机理

二氧化碳激光器的激光跃迁发生在二氧化碳分子的一些较低的振动能级之间，其

他的辅助气体有 N_2 , He , Xe , H_2O (或 H_2) 等, 主要起增强激光跃迁的作用。

在 CO_2 分子中, 激光跃迁能够在多组振动能级实现, 其中较强的激光谱线对应着 $00^0 1-10^0 0$ 带和 $00^0 1-02^0 0$ 带的激光跃迁。图 2-25 示出了与这两带的激光跃迁有关的二氧化碳分子的能级图。 $00^0 1-10^0 0$ 带和 $00^0 1-02^0 0$ 带的激光跃迁的上能级同是 $00^0 1$ 振动能级, 它是反对称振动模式 Q_3 的最低激发能态。

激光跃迁的下能级分别为 $10^0 0$ (对称振动模式 Q_1 的最低激发态) 和 $02^0 0$ (弯曲振动模式 Q_2 的次最低激发态)。 $00^0 1-10^0 0$ 的跃迁产生 $10.6\mu\text{m}$ 附近的辐射; $00^0 1-02^0 0$ 跃迁产生 $9.6\mu\text{m}$ 附近的辐射。由于它们有共同的上能级, 因此这两种跃迁是互相竞争的。同时 $00^0 1-10^0 0$ 的跃迁几率 (R 支为 0.33 秒^{-1} , P 支为 0.34 秒^{-1}) 比 $00^0 1-02^0 0$ 的跃迁几率 (R 支为 0.19 秒^{-1} , P 支为 0.20 秒^{-1}) 大得多。因此在一般情况下, 对应于 $00^0 1-10^0 0$ 跃迁的激光振荡更易实现, 即 $10.6\mu\text{m}$ 附近的激光谱线的振荡总是占优势。

$00^0 1$ 能级是反对称振动模式的一系列等能量间隔的振动能级中最低的一个激发态, 同时它的自发辐射寿命很大 (为毫秒的数量级), 所以有利于积累较大的粒子数。这就是说 $00^0 1$ 是一个比较理想的上能级。

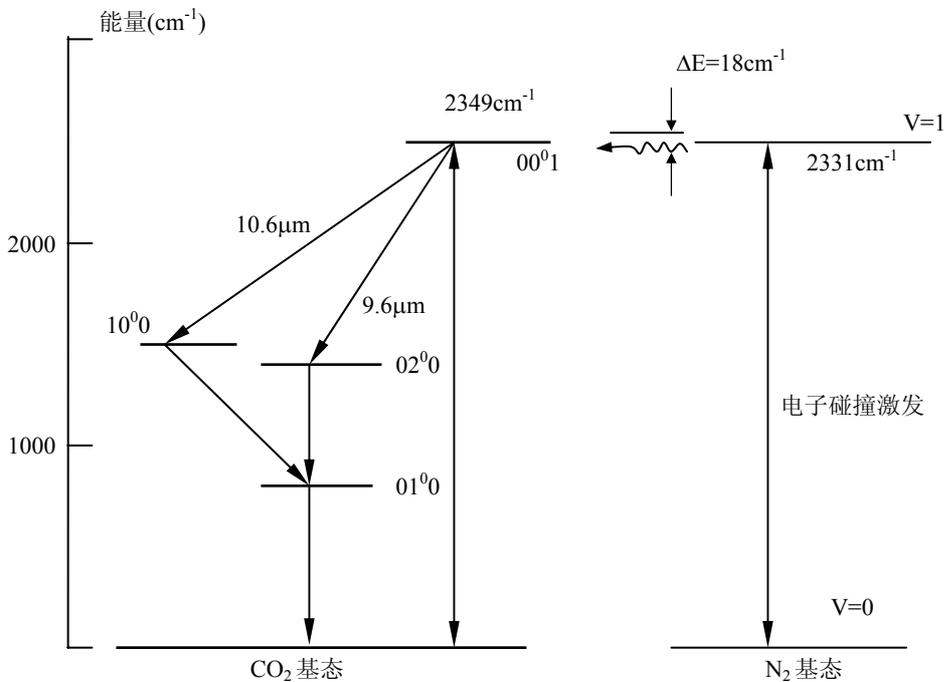


图 2-25 CO_2 和 N_2 分子的部分能级图

由分子振动的模式特性可得，直接的电子碰撞更容易激发反对称振动，而不容易激发对称振动和弯曲振动，因此分子在 $10^0 0$ 和 $0^0 20$ 能级上的积累要比上 $00^0 1$ 的少得多。同时分子从 $10^0 0$ 和 $0^0 20$ 能级跃迁至 $00^0 1$ 能级上相对地较快（依靠碰撞驰豫），因此 $10^0 0$ 和 $0^0 20$ 能级适合于作为激光的下能级。

由以上分析可知，我们可以期望在 $00^0 1$ 与 $10^0 0$ 或 $0^0 20$ 能级间建立粒子数反转。

事实上纯二氧化碳激光器的输出功率很低，仅毫瓦量级，后来发现，在二氧化碳气体中加入 N_2 , He , Xe , H_2O （或 H_2 ）等辅助气体后，可使激光输出大大增强，下面我们对此作一简单介绍。我们知道，为了增强一种激光工作物质的受激辐射过程，可有两个途径，一是使激励到上能级的粒子数增多，二是使下能级迅速抽空。这两个途径同样很重要。

(1) N_2 分子气体是 CO_2 激光器中使用的主要辅助气体。 N_2 和 CO_2 按适当比例混合后，能使 CO_2 激光器输出功率提高一倍以上。氮分子的作用与氦氖激光器的氦的作用相似，主要是增加激发到激光跃迁上能级 $00^0 1$ 的粒子数。如图 2-25 所示， $V=1$ 是 N_2 分子的基电子态的最低振动激发态， $V=0$ 是 N_2 分子的基态。由于分子的振动特性所决定，被电子碰撞激发到基电子态的任一振动激发态的分子，不能通过辐射跃迁而回至基态。实验表明， $V=1$ 态的寿命较长，约为 100 毫秒。而 CO_2 分子的 $00^0 1$ 能级与 $V=1$ 的 N_2 分子振动能级很相近（只差 18cm^{-1} ），因此处于 $V=1$ 态的 N_2 分子激发能量能够通过共振交换激发过程而转移给二氧化碳分子，从而使更多的二氧化碳分子择优地被激发到 $00^0 1$ 能级上，所以可以显著地增大激光跃迁能级间的粒子数反转分布程度，这就为二氧化碳激光器的高效运转和高功率输出创造了有利条件。

(2) 在 CO_2+N_2 的激光器中，加入氦气可以使激光输出功率几倍地增大。其原因是，氦的热导率比 CO_2 、 N_2 的热导率约高一个数量级。加入氦后，能提高放电管内热量向管壁传递的速率，使管内工作气体的温度明显下降。这样可以加速 CO_2 分子的 $01^0 0$ 能级到基态的热驰豫过程，有利于激光下能级 $10^0 0$ 和 $02^0 0$ 的抽空，因而可增大激光跃迁能级间的粒子数分布的反转程度，增加激光输出功率。

(3) 在 CO_2+N_2+He 的激光器中，加入适量的水蒸汽 (H_2O)，也可使激光输出功率显著地增加。加入水蒸气的作用可作如下解释： H_2O 分子的弯曲振动的第一个激发能级 010 （比基态高 1596cm^{-1} ）很接近 CO_2 分子的 $10^0 0$ 能级（比基态高 1388cm^{-1} ），而且与 $10^0 0$ 态的 CO_2 分子碰撞几率很大，因而 H_2O 分子与 CO_2 ($10^0 0$) 分子“抽空”到基态，而 CO_2 ($10^0 0$) 分子如果靠 CO_2 分子间的碰撞来“抽空”，则需碰撞几千次才能“抽空”，所以 CO_2 激光器中适量 H_2O 分子的存在，有种子 CO_2 分子激光跃迁能

级粒子数反转和激光输出的增强。

(4) 在 $\text{CO}_2+\text{N}_2+\text{He}$ 的激光器中加进适量氙气 (Xe)，也能使其增加输出功率。加入 Xe 时的一个明显的现象是，在保持放电电流不变的情况下，使管压降减低 20~30%，这表明，放电管内等效电阻下降了同样的百分数。这是由于 Xe 的电离电位较低 (约 12.1eV)，在气体放电时，Xe 气容易电离，因而 Xe 气的加入，可以增加激光管内工作气体的电离度，同时使高能量的电子减少，低能量的电子增加，这样更有利于激励 CO_2 分子的 00^0_1 能级和 N_2 分子的 $V=1$ 能级，从而增加激光输出功率。此外，由于高能量的电子减少，减少了 CO_2 分子分解的可能性，因而，氙气加入，还可使 CO_2 激光器延长寿命。

在 CO_2 激光器里加入氢气 (H_2)、一氧化碳 (CO) 和氧气 (O_2) 将延长激光器的寿命。

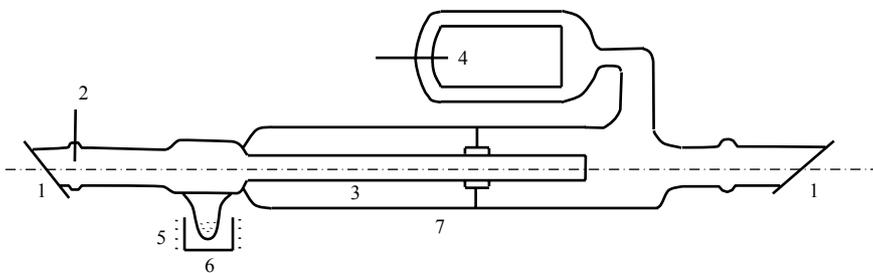
由以上分析可知，在二氧化碳激光器，除 CO_2 分子本身外，还应选择适当的各种辅助气体，以增强激光振荡的受激辐射过程。

七、金属蒸汽激光器

金属蒸汽激光器是先将金属加热蒸发成气体，再利用气体放电的方式进行激发的气体激光器。它有金属原子激光器，如铜、铅、锰、铯蒸汽激光器；也有金属蒸汽离子激光器，如氦—镉激光器。金属蒸汽激光器的最大特点是它的增益较高、转换效率较高，因此金属蒸汽激光器颇受重视。

一、器件结构

如图 2-26 示出了金属蒸汽激光器的示意图。可以看到，它的结构与其他气体激光器是类似的。但是因为常温下金属多为固态，因此金属蒸汽激光器必须备有一个使金属变为蒸汽的加热炉装置。



1、石英窗片 2、阳极 3、放电管 4、阴极 5、加热电炉 6、镉池 7、储气管

图 2-26 氦镉激光器示意图

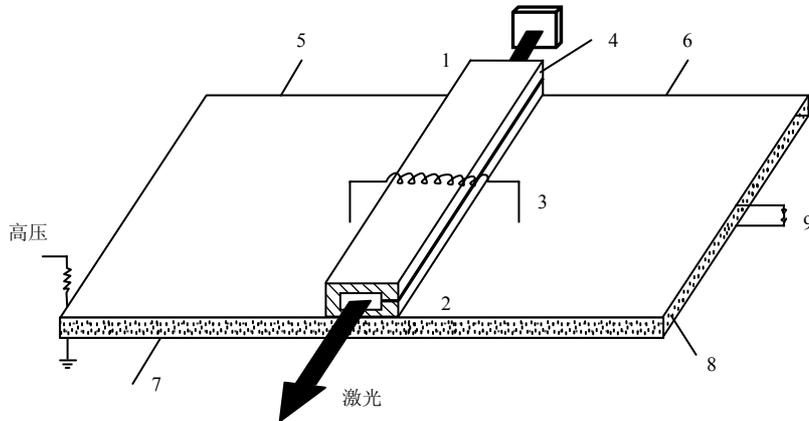
二、原理简介

金属蒸汽原子激光器，很多都属于自终止跃迁方式。自终止激光跃迁的能级结构有如下一些特点：激光振荡的上下能级一般接近基态；上能级与基态有较强的光学联系，而下能级与基态无光学联系，即下能级常常为亚稳态。用上升时间极短的放电脉冲进行激发，在很短的时间内建立了能级粒子数反转，通过激光作用很快地使下能级粒子数积累到一定数目，激光作用即终止，通常激光作用时间是 10 毫微秒的数量级，峰值功率在千瓦到兆瓦之间，重复频率可做到每秒数次而不使脉冲功率有很多降低。

八、氮分子脉冲激光器

氮分子脉冲激光器（简称氮分子激光器）于 1963 年问世，它的基本特点是：峰值功率大，一般在数兆瓦量级，最高已达到 60 兆瓦，脉冲宽度窄，一般在 10 毫微秒，最窄已达 0.6 毫微秒；重复工作频率高，一般可达每秒几十次到几百次，最高已达 1300 次/秒；输出激光波长为 3371\AA 紫外光；结构简单，造价低廉。

氮分子激光器应用很广，它发出的 3371\AA 紫外光，广泛应用于泵浦染料激光器和激光光谱，污染探测，集成光学及医疗等方面。



1、进气口 2、出气口 3、电感 4、激光腔体 5、上左铜箔
6、上右铜箔 7、下铜箔 8、涤纶绝缘薄膜 9、火花隙

图 2-27 氮分子激光器结构

（一）氮分子激光器的基本结构

图 2-27 示出了短放电脉冲激励的氮分子激光器的结构。一对金属平行平板传输线与中间的固体绝缘介质构成低感电容，在上面的导体平板中间开一道横向沟道，在其上安放一个具有两条横向电极的狭长的激光腔，两条电极分别与上面的两块铜箔板

相接，这左右两块铜板用一电感相连。充电时（充电速度较慢），上下两板之间形成高压，当电压达到一定值时，火花隙形成短脉冲放电，右板电位很快下降至零。而左右板串联的电感对这短电脉冲阻抗很大，故左板仍保持高电位，此时，具有适当间距（比如 10 毫米）的两电极间形成高电位差，从而导致脉冲放电，为腔中的激光介质 N_2 提供脉冲泵浦。

为了减小激光器体积，可以把电容板围绕激光气体卷成圆筒形。

（二）氮分子激光器工作原理

光谱学研究证明，氮分子激光发生在三重态第二正带系统 $C^3\pi_u \rightarrow B^3\pi_g$ 之间的跃迁。激光光谱分布在两个区间，一个区间在 3371.41\AA 至 3369.9\AA ，有 40 条左右谱线，属于 $0 \rightarrow 0$ 带跃迁；另一区间在 3577.97\AA 至 3576.48\AA 有 10 条左右谱线，属于 $0 \rightarrow 1$ 带跃迁。第一区间输出光占绝对优势，其中最强的谱线是 3371\AA 。

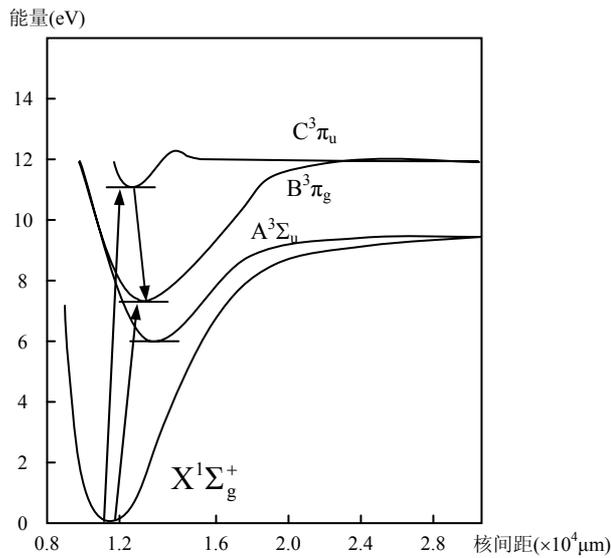


图 2-28 氮分子激光器能级图

我们可以把氮分子激光器看作三能级激光器。它的三个能级是 $X^1\Sigma_g^+$ （基态能级）、 $B^3\pi_g$ （激光下能级）、 $C^3\pi_u$ （激光上能级），如图 2-28 所示。激光上能级 $C^3\pi_u$ 的辐射寿命非常短，只有 40 毫微秒左右，而激光下能级 $B^3\pi_g$ 的辐射寿命却比较长，达 10 微秒左右，所以不能产生恒定的粒子数反转，因而也就不能产生连续的激光，只能获得脉冲激光。氮分子激光器增益很高，通常不必使用谐振腔，靠自发辐射的单程放大即可实现激光输出。要获得激光必须采用高电压、大电流、快速激励的办法，使

得在 $C^3\pi_u$ 的辐射寿命以内（40 毫微秒以内），产生急剧的粒子数反应。

九、准分子激光器

准分子是一种在激发态复合成分子，而在基态离解成原子的不稳定缔合物，如：稀有气体准分子 Xe_2 ， Ar_2 等；稀有气体卤化物， XeF ， $ArCl$ 等；稀有气体氧化物， XeO ， KrO ， ArO 等。准分子激光器就是利用准分子气体作为激活介质的激光器，它于 1970 年问世并不断发展，许多研究工作正在进行。到目前为止，输出能量已达百焦耳量级，脉冲功率水平达千兆瓦以上，脉冲宽度到 1 微秒，运转重复率已达 200 脉冲/秒，器件总效率 10%，输出发散角已达衍射极限，锁模器件已给出 100 微微秒的短脉冲。

准分子激光器在很多课题中展现出一些新的特性和应用途径，高分辨率光谱、同位素分离、气体的微量元素分析、化学反应动力学、光化学和荧光分析测量就是其中一部分。

准分子激光器的泵浦方式有快速脉冲放电泵浦和快速脉冲电子束泵浦。一般用的较多的是脉冲放电泵浦。这种激光器的结构与电脉冲泵浦的氮分子激光器结构类似，即 Biumlein 结构，这里不再示出。

准分子激光器的作用原理：

准分子与稳定分子不同，它只在激发态以分子形式存在，而基态寿命极短，一般为 10^{-1} 秒量级，就是这种激发态，寿命也不过只有 10^{-8} 秒量级。因此，它们的生成总是以其特征辐射谱的出现为标志的。这些特征谱对应最低激发态到排斥的弱束缚的基态的跃迁，荧光光谱为一连续带，这是准分子光谱的特征。由于准分子体系的能级结构具有许多共性，我们可以用图 2-29 来说明它的辐射特征。图中 X 表示排斥的基态，A 表示分子的最低激发态，B 为较高的激发态。在核间距 R_0 处，能级 A 有最小值。与 R_0 对应的基态位能曲线是排斥的，处在这个核间距的基态分子很不稳定，它将沿着这个排斥的位能曲线向 R 增加的方向移动，以致最后分解为独立的原子。因此，在 R_0 附近区能很容易建立起与 X 之间的粒子数反转。与之对应的跃迁下能级（排斥的 X 态）抽空时间是振动驰豫的量级，即使对超短脉冲运转，也可视为空的，保持了短脉冲下的四能级特性。而且被广泛应用的钕玻璃，对毫微秒的脉冲运转不再是好的四能级系统，因此准分子系统对巨脉冲激光器特别优越。另一方面，由于跃迁终止于基态，无辐射损失很小，可望有高的量子效率，这是实现高效率激光器的前提。此外，由于跃迁下能级的迅速离解，拉长脉宽和高重复率工作都没有原则困难。最后，由于

其荧光光谱为一连续带，可以制成频率调谐器件。

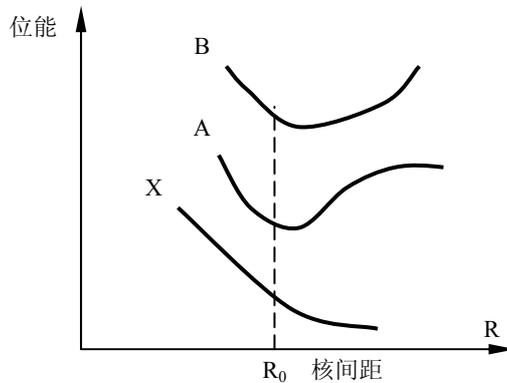


图 2-29 准分子能级图

十、染料激光器

染料激光器最令人向往的特点是它的激光波长在一很大的范围内连续可调。此外，它的吸收和增益很容易根据需要加以控制。特别是染料的溶液有优良的光学质量，容易冷却且能自动复原，液体激活介质可以做得很大，且有适当密度，因此它的输出功率可与固体激光器有同数量级。正是由于它具有这些特点，所以自从 1966 年染料激光器问世以来受到极大的重视。染料激光器已在激光光谱非线性光学、全息术与光通讯中被广泛应用。

（一）染料激光器的结构

目前染料激光器的激发手段基本上有两种：一种是激光器泵浦，另一种是闪光灯泵浦。图 2-30 示出了用氮分子激光器作泵浦源的染料激光器的一种结构。

（二）染料激光器跃迁机理

有机化合物的定义是碳氢化合物及其衍生物（如若丹明 6G，香豆素等），它们可分为饱和的和非饱和的化合物，后者至少有一个双键或三重键。如果两个双键被一单键隔开，则称这两个双键是共轭的。染料是指具有数个共轭双键，且强烈地吸收可见光的化合物。然而，具有共轭双键的化合物的光吸收带的长波极限，无论是在近红外、可见或近紫外区，光吸收的机理是一样的，因此广义的染料是指一切具有共轭双键的物质。可做染料激光器的激活介质是广义的染料。

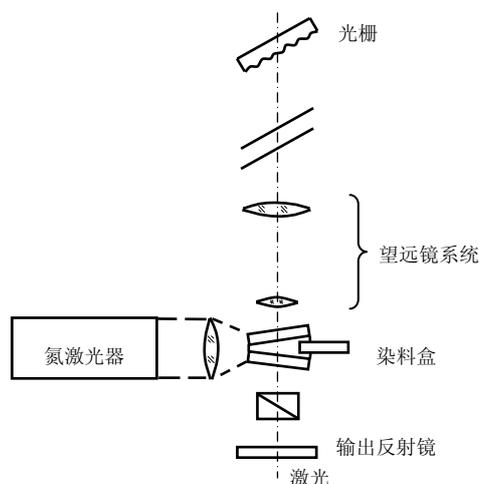


图 2-30 染料激光器结构

虽然染料分子是由许多原子组成，但是它的能级以及吸收和发射过程可以模仿简单的双原子而画成能级图。如图 2-31 所示，双原子的能量决定于一个位形坐标（核间距离），它的能级图与熟知的简谐振子问题所求得的结果相似。染料分子的每个电子——振动——转动位能和势能是许多坐标的函数，然而为了可以用图来表示，假设位置可以仅用一个坐标描述，即图 2-31 中的坐标。为清楚起见，在能级图中把三重态的坐标原点向右方移开。此外，吸收和荧光过程的辐射跃迁用直线表示，而非辐射跃迁用波动表示。分子的每个电子态都有一组振动——转动能级，并且还按照电子自旋分成单态和三重态，分别用 S 和 T 表示。

有机染料分子光谱比原子和离子光谱有宽得多的吸收带，因为一个典型的染料分子有五十个或更多个原子，所以就有一百五十个振动，此外，由溶剂分子引起的碰撞和静电扰动加宽了这些振动能级，再加上每个电子态（包括基态）的每个振动能级又有一组转动能级，这些转动能级由于与阻碍转动运动的溶剂分子的频繁碰撞变得很宽，因此实际上在每个电子能级上迭加了一个准连续态。在室温下的溶液中，可在微微秒的时间内达到热平衡，所以吸收实际上是在整个吸收带上连续的。这正是染料激光波长连续可调的原因，吸收带的宽度就是波长连续可调的范围。

对于从分子的电子激发态跃迁到基态的荧光发射也是这样，又因它是从第一激发态 S_1 的最低振动能级开始，而终止于基态 S_0 的较高振动能级（见图 2-31），所以它一般是吸收带的镜反射象，而且常常是向较长的波长移动，这波长的移动称斯托克斯移

动。图 2-32 表示有机染料的典型吸收和荧光光谱。正是如此，有机染料激光器的泵浦光的波长应比输出光的波长短些。

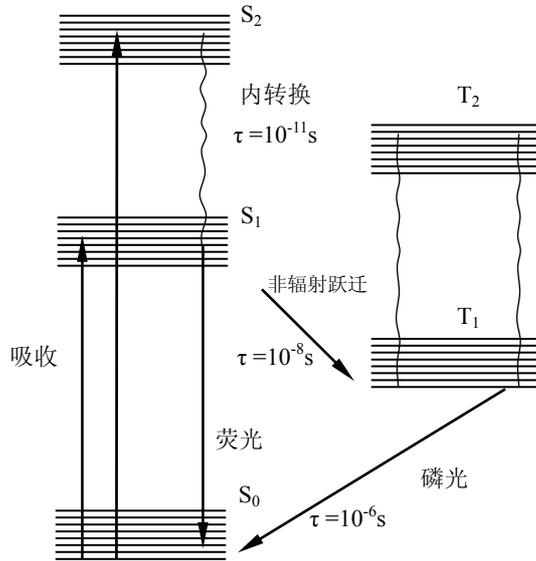


图 2-31 染料分子的能级图

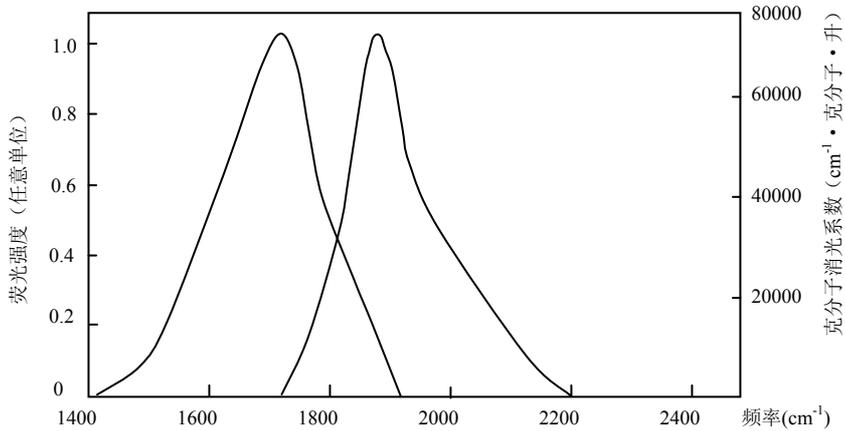


图 2-32 10^{-4} 克分子若丹明 6G 在乙醇中的吸收和荧光光谱

染料在泵浦光的作用下，大部分粒子被抽运到激发态 S_1 、 S_2 上，在各个激发态上的粒子很快地通过非辐射跃迁而到 S_1 的最低转动能级。再经过辐射跃迁到基态的较高振动能级，又很快地通过非辐射跃迁回到 S_0 的最低振动级。因为基态 S_0 的较高振

动能级在室温的热平衡分布中几乎是没有什么布居的，所以在 S_0 的较高振动能级与 S_1 的较低振动能级之间实现粒子数反转，从而实现激光跃迁。由此可见，染料激光器是一种四能级系统的激光器。

有机染料分子的能级结构存在三重态，处在 S_1 态的粒子将有一部分以无辐射跃迁落到三重态 T_1 ，再从 T_1 缓慢地回到基态 S_0 发出磷光。三重态的存在对受激辐射有很大的影响，因为 T_1 至 T_2 时间距与 S_0 至 S_1 的间距是相同的，当在 T_1 上积累有一定的粒子数时，它会吸收 S_1 到 S_0 跃迁产生的辐射，使其影响激光的产生。解决这个问题的办法是，采用上升时间（从开始泵浦到达阈值的时间）极短的泵浦光，使在受激辐射前， T_1 上还没有积累起很多的粒子。要实现染料激光器的连续工作，就要控制染料分子三重态的寿命，以减少 T_1 吸收损耗，这需要在染料溶液中加入氧或其他淬灭剂。

十一、光纤激光器

最早的光纤激光器是 20 世纪 60 年代研制的在玻璃基质中掺激活钕离子 (Nd^{3+}) 所制成的光纤激光器。20 世纪 70 年代以来，人们在光纤制备技术以及光纤激光器的泵浦与谐振腔结构的探索方面取得了较大进展，特别是 20 世纪 80 年代中期人们在掺铒 (Er^{3+}) 光纤上的突破，光纤激光器的实用化成为了可能，并显示出了十分诱人的应用前景。

光纤激光器的输出波长范围在 400~3400nm 之间，可应用于光学数据存储、光学通信、传感技术、光谱和医学应用等多种领域。当前发展较为迅速的是掺铒和镱 (Er^{3+} 、 Yb^{3+}) 光纤激光器、光纤光栅激光器、窄线宽可调谐光纤激光器以及高功率的双包层光纤激光器。微结构光子晶体光纤激光器是目前研究的最热门课题之一。

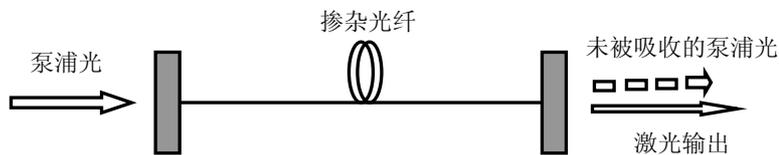


图 2-33 光纤激光器原理示意图

(一) 光纤激光器的基本原理与特点

光纤激光器和其它激光器一样，由能产生光子的增益介质、使光子得到反馈并在介质中进行谐振放大的光学谐振腔和激励光跃迁的泵浦源三部分组成。最简单的光纤

激光器是在掺杂光纤两端放置两个反射率经过选择的腔镜、或在掺杂光纤两端抛光镀膜后制成的，其结构如图 2-33 所示。泵浦光从左面腔镜耦合进入光纤，左面腔镜是二色镜，即对于泵浦光全部透射和对于激射光全反射，以便有效利用泵浦光和防止泵浦光产生谐振而造成输出光不稳定，右面腔镜对于激射光部分透射，以便造成激射光子的反馈和获得激光输出。这种结构实际上就是 F-P (Fabry-Perot) 谐振腔结构，泵浦波长上的光子被介质吸收，形成粒子数反转，最后在掺杂光纤介质中产生受激发射而输出激光。

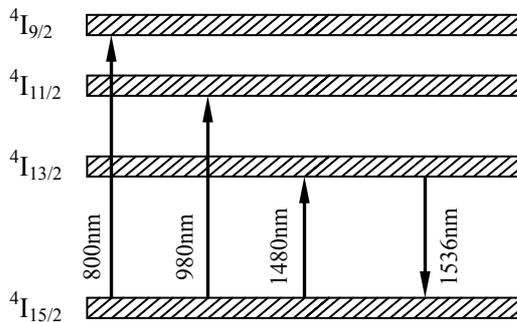


图 2-34 石英光纤中 (Er^{3+}) 能级结构和跃迁情况

用于光纤激光器的掺杂光纤一般为掺稀土元素的玻璃基质(熔融石英 SiO_2)光纤，目前最常用的掺杂光纤是掺铒 (Er^{3+}) 光纤。图 2-34 给出了石英玻璃中 Er^{3+} 的相关能级，石英的非晶特性使铒离子的能级展宽为带状。图中给出了吸收系数较强的在三个波长，其中吸收最强的波长是 980nm，次一些的吸收波长是 1480nm，再弱一点的吸收波长是 800nm。铒离子的荧光谱的波长正好位于通信光纤的低损耗窗口，很适合作为光纤通信的光源，因而掺铒光纤激光器成为人们研究的重点。

光纤激光器具有很多的特点：激光介质本身就是导波介质，耦合效率高；光纤很细，纤芯内易形成高功率密度；可方便地与目前的光纤传输系统高效连接。由于光纤具有很高的“表面积/体积”比，散热效果好，因此这种光纤激光器具有很高的转换效率，很低的激光阈值，能在不加强制冷却的情况下连续工作。又由于光纤具有极好的柔绕性，激光器可以设计得相当小巧灵活，有利于在光通信和医学上的应用；同时，可借助光纤方向耦合器构成各种柔性谐振腔，使激光器的结构更加紧凑、稳定，光纤还具有相当多的可调参数和选择性，能获得相当宽的调谐范围和相当好的单色性和稳定性。这些特点决定了光纤激光器比半导体激光器和大型激光器拥有更多的优势。

从效果上看，光纤激光器是一种高效的波长转换器，即由泵浦激光波长转换为所掺稀土离子的激射波长。正因为光纤激光器的激射波长是由基质材料的稀土掺杂剂所决定，不受泵浦波长的控制，所以可以利用与稀土离子吸收光谱相对应的廉价短波长、高功率半导体激光器泵浦，获得光纤通信低损耗窗口的 $1.31\mu\text{m}$ 和 $1.55\mu\text{m}$ 以及其它波长的激光输出，泵浦效率很高。



图 2-35 全光纤 F-P 腔光纤激光器

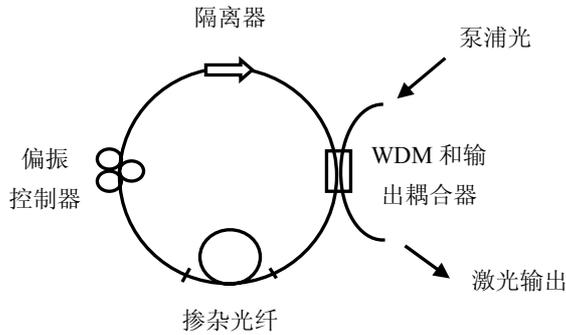


图 2-36 单向环形腔光纤激光器的示意图

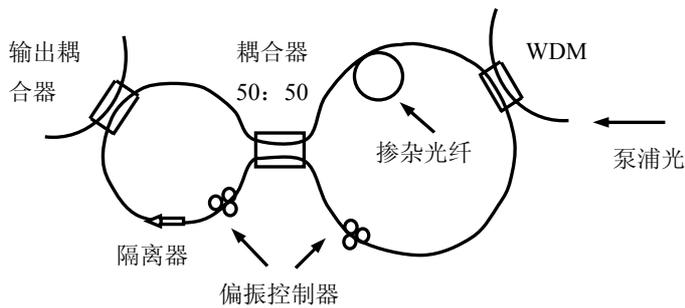


图 2-37 “8”字腔锁模光纤激光器的示意图

(二) 光纤激光器的腔结构

光纤激光器的腔形结构可以有多种选择。上面介绍的是最常见的法布里—珀罗 (F-P) 腔，在这种腔结构的激光器中，腔镜经常对接耦合到光纤端面，以避免衍射

损耗。然而，这种腔的调整较为困难，光纤端面或腔镜稍微倾斜，就会使损耗急剧增加，允许的倾斜度小于 1° 。虽然这个问题可以通过将介质膜直接镀到掺杂光纤的研磨抛光的端面上得到解决，但由于介质膜对光纤端面的缺陷极为敏感，而且泵浦光也经由同一腔镜入射，所以当泵浦光经过聚焦且功率较高时就会损坏介质膜。

为了使泵浦光不通过介质膜镜，几种新的替代方式已设计出来。定向光纤耦合器（WDM 耦合器）可以将泵浦光从耦合器的一个出口输入腔内，耦合器是光纤激光器的一部分。直接在光纤上刻写光纤布拉格光栅作为腔镜，用来替代 F-P 腔的两个腔镜，就形成了全光纤系统。利用光纤布拉格光栅的另一个优点就是由于光栅具有频率选择性而能获得单纵模窄线宽的激光输出。另外利用光纤环境，也可构成全光纤系统。因而目前常见的光纤激光器谐振腔结构除 F-P 腔外，还有环形腔、环路反射器光纤谐振腔以及“8”字形腔等等。图 2-35、图 2-36 和图 2-37 分别示出了全光纤 F-P 腔、环形腔和“8”字形腔结构。

（三）光纤激光器的类型

光纤激光器有很多种，可按谐振腔结构、增益介质等进行多种分类。按增益介质可分成稀土类掺杂光纤激光器、非线性效应光纤激光器、单晶光纤激光器和塑料光纤激光器等。非线性效应光纤激光器是利用光纤中受激拉曼散射（SRS）和受激布里渊散射（SBS）效应。受激拉曼散射是一种光纤中的三阶非线性效应，本质是强激光与介质分子相互作用所产生的受激声子对入射光的散射。受激布里渊散射则是强激光与介质中的弹性声波场发生相互作用而产生的一种光散射现象。利用这些特性，可把泵浦光的能量转换为光信号的能量，形成激光。

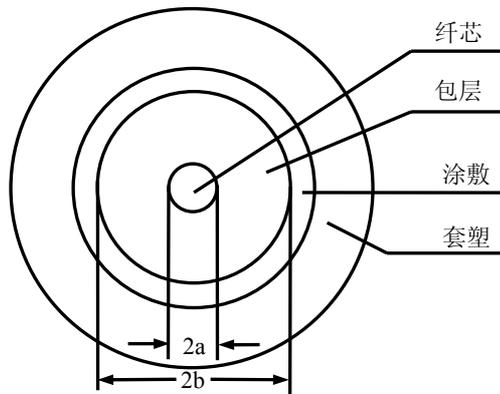


图 2-38 光纤的剖面（横断面）构造

按光纤的结构又有单包层和双包层之分。一般通信用光纤是单包层（常规）光纤，其构造如图 2-38 所示。它是由纤芯、包层、涂敷层及套塑四部分组成。纤芯位于光纤的中心部位，主要成分是高纯度的二氧化硅，其余成分为掺入的极少量的掺杂剂，如五氧化二磷（ P_2O_5 ）和二氧化锗（ GeO_2 ），用于提高纤芯的折射率。单模光纤纤芯直径 $2a$ 一般为 $4\sim 10\mu m$ ，理论上只传输一种模式；多模光纤的纤芯直径 $2a$ 一般为 $50\sim 75\mu m$ 。包层是含有少量掺杂剂（氟或硼）的高纯度二氧化硅。掺杂剂的使用使得纤芯的折射率略高于包层的折射率，以便于光能在纤芯中传输。包层的直径 $2b$ 一般为 $125\mu m$ 。包层的外面涂敷一层涂敷层，用于增强光纤的机械强度，涂敷层之外再进行套塑。

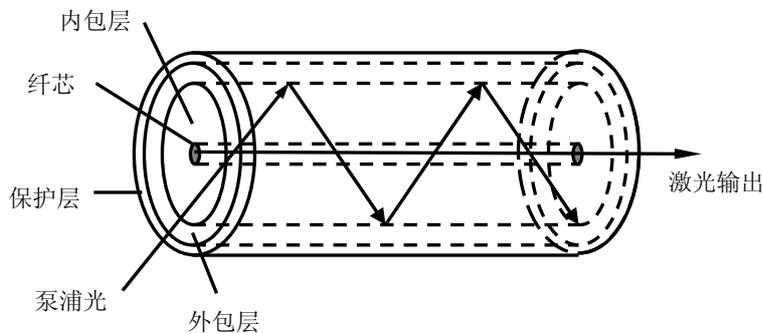


图 2-39 双包层光纤结构示意图

用于光纤激光器的掺杂光纤就是在纤芯中掺入稀土元素。将泵浦光耦合入光纤纤芯中，根据掺杂的不同可获得不同波长范围的荧光。由于纤芯的直径很小，很难将大功率的泵浦光耦合入纤芯。为了能将大功率的泵浦光耦合入光纤，人们设计出了包层泵浦结构的双包层光纤。双包层光纤的出现使得高功率的光纤激光器的制作成为现实。自包层泵浦光纤激光器出现以来，包层泵浦技术已被广泛地应用到光纤激光器和光纤放大器等领域，成为制作高功率光纤激光器首选途径。包层泵浦技术利用的双包层光纤，其纤芯采用相应激光波长的稀土掺杂光纤，内包层对泵浦光是多模的，外包层采用低折射率的材料。图 2-39 给出了双包层光纤结构示意图。大直径的内包层可有效地与高功率的多模激光二极管耦合，当泵浦光在内包层传输过程中，多次穿越掺杂纤芯被吸收，稀土元素离子吸收泵浦光并通过跃迁产生辐射，最后形成强激光输出。为了增加泵浦吸收效率，光纤内包层形状也由最初的圆形发展到方形、矩形、星形、D 形等。目前已有输出功率几千瓦的双包层光纤激光器产品，使用的光纤为掺镱（ Yb^{3+} ）双包层光纤。

第三章 光学谐振腔

3-1 引言

光学谐振腔是激光器的重要组成部分，其作用总的来说表现在两方面：（1）提供光学反馈，使激光器成为激光振荡器；（2）限模，使激光束具有一定的能量空间分布及频谱结构，因此要求谐振腔 ①包含足够大量的激活介质；②只允许在一个窄带内实现激光振荡。

电磁波在厘米波段，已有的微波技术一般采用“封闭式谐振腔”作为微波振荡器的谐振腔。为了在给定的频带中获得单模振荡，要求腔的尺寸与波长有相同的数量级。对于波长很短的光频电磁波这显然是不可能做到的，并且也不能满足以上所提到的对光学谐振腔的要求。

1958 年，肖洛（Schawlow）、汤斯（Townes）、普罗霍洛夫（Лпрохорова）几乎同时各自独立地提出用“开放式谐振腔”作为光波振荡器的谐振腔，它是一个无侧壁的平行平面腔，即 F—P 腔。腔的尺寸远大于光的波长。由于这种腔的特殊的限模作用，在其中只能维持少数几个高 Q 模的稳定振荡，甚至单模振荡。

光学谐振腔目前已不仅限于简单的平行平面腔，激光器所采用的光学谐振腔一般都属于“开放式谐振腔”。

针对谐振腔的不同问题，本章将分别从光的几何理论及衍射理论出发进行研究。

谐振腔的理论模型为“无源腔”，即腔中的介质是非激活的，并且认为介质的折射率为常数，这实际上是忽略了介质激活之后其折射率不均匀性以及其它不稳定因素对腔中光场分布的影响。但“无源腔”理论在某种程度上是“有源腔”的很好的近似。

在激光器的设计过程中，谐振腔设计的是否合理，将直接影响激光器的输出特性。而这一点对于各种各样的应用是十分重要的。

3-2 谐振腔——多光束干涉仪

由两块有一定反射率的反射镜片按两者的光轴重合的方式组成的谐振腔，当由谐振腔的间距 L 和反射镜的有效口径 a 所决定的费涅尔数 $N = a^2/\lambda L$ 比较大，因而由反射镜的有限口径所引起的衍射效应可以忽略的情况下，我们就可以按光的干涉理论来处理腔的问题。此时，谐振腔实质上可以认为是一个多光束干涉仪。下面仅以简单

的平行平面腔情况为例对此问题做一简单的分析。

设谐振腔由两个理想的平行平面反射镜组成，腔内充以各向同性的均匀工作物质，折射率为 n 。在这种情况下，平行平面腔实质上是一个 F—P 标准具。对于在其内部与两镜面公共法线成一定角度多次往返行进的光束而言，由于彼此之间产生多光束干涉的结果，使得输出光强在一定范围内发生明暗相间的变化。

由于腔内光束多次往返相互干涉的结果，使得总的透射平面光波的合成振幅，决定于每往返一次相对应的各相邻光波之间的位相差。

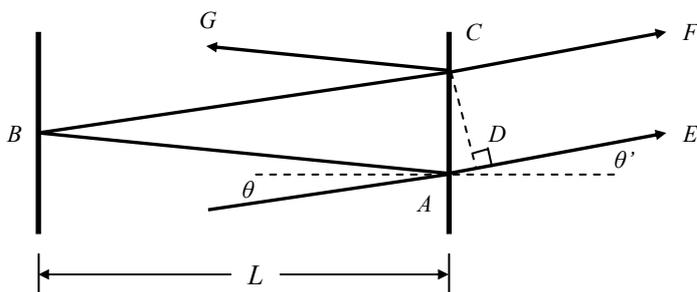


图 3-1 平行平面腔 F—P 标准具

如图 3-1 所示，两相邻光线 AE 与 CF 的光程差为 Δ （图中辅助线 $CD \perp AE$ ）。腔中介质的折射率设为 n ，则

$$\begin{aligned} \Delta &= n(AB + BC) - AD = 2n \frac{L}{\cos \theta} - 2L \tan \theta \cdot \sin \theta' \\ &= 2nL \left(\frac{1}{\cos \theta} - \tan \theta \cdot \sin \theta \right) = 2nL \cos \theta \end{aligned} \quad (3.1)$$

相应的位相差为

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{4\pi}{\lambda} nL \cos \theta$$

当两相邻光线的位相为 2π 的整数倍时，总的透射光波合成场强振幅取得极大值，则

$$2nL \cos \theta = K\lambda \quad (3.2)$$

式中 K 表示任意正整数。式 (3.2) 表示腔内沿 θ 角方向多次往返进行的平面光波产生最大合成透射光强应满足的干涉加强条件。我们可以把满足这种条件的单色平面光波称为平行平面谐振腔的共振波型。(3.2) 式亦可称为共振波型满足的共振波长条件。

将 $\lambda = c/v$ 代入 (3.2) 式, 可直接求得共振波型应满足的共振频率条件为

$$v = K \frac{c}{2nL \cos \theta} \quad (3.3)$$

从 (3.2) 和 (3.3) 式可以看出, 对于任意给定的 θ 角而言, 可以有一系列具有不同波长或频率的平面波满足共振条件, 它们分别对应不同的 K 的正整数值, 亦即对应着不同的共振波型。下面进一步求出沿同一方向行进的不同平面共振波型之间的波长和频率间隔。

设 (3.2) 式中的 L 和 θ 为常数, 取 λ 和 K 为变量, 对 (3.2) 式求全微分, 得

$$2L \cos \theta \cdot \frac{dn}{d\lambda} \cdot \Delta\lambda = K\Delta\lambda + \lambda\Delta K$$

因为沿同一 θ 方向行进的波长相邻的两共振波型的 K 值相差 1, 即 $\Delta K = 1$, 则此相邻波型的波长间隔为

$$\begin{aligned} \Delta\lambda &= \frac{\lambda}{2L \cos \theta \cdot \frac{dn}{d\lambda} - K} = \frac{\lambda}{2L \cos \theta \cdot \frac{dn}{d\lambda} - 2nL \cos \theta \frac{1}{\lambda}} \\ &= \frac{\lambda^2}{2L \cos \theta \left(\frac{dn}{d\lambda} \cdot \lambda - n \right)} \end{aligned} \quad (3.4)$$

代入 $\Delta v = -\frac{c}{\lambda^2} \Delta\lambda$, 得相邻波型的频率间隔为

$$\Delta v = \frac{c}{2L \cos \theta \left(n - \frac{dn}{d\lambda} \cdot \lambda \right)} \quad (3.5)$$

如果可以认为工作物质的色散效应可以忽略, 即 $\frac{dn}{d\lambda} \cdot \lambda \ll 1$, 而且 θ 角很小, 仅考虑

近轴光线, 即 $\cos \theta \approx 1$, 则公式 (3.4) 和 (3.5) 可简化为

$$|\Delta\lambda| = \frac{\lambda^2}{2nL \cos \theta} \approx \frac{\lambda^2}{2nL}$$

$$\Delta\nu = \frac{c}{2nL \cos\theta} \approx \frac{c}{2nL} \quad (3.6)$$

由上式看出，沿同一方向行进的不同的共振波型的波长间隔或频率间隔与共振腔的光程长度 nL 成反比，即腔长越长，这种间隔就越小。对某一行进方向 θ 而言，存在着一系列对应不同 K 值的共振波型，它们具有分立的共振频率值，而相邻共振频率差由 (3.6) 式决定。

以上是用干涉理论对平面腔进行一个简单的分析，谐振腔的更全面的情况将在衍射理论中讨论。

3-3 光学谐振腔的稳定性

基本的光学谐振腔是由两个有一定间距的共轴球面反射镜所构成。光将在其中往返传播。从几何光学的角度来看，如果光束在腔中经过多次往返传播之后，始终保持在腔内而很少逸出腔外，则称这种谐振腔为稳定腔。如果仅有某种特殊光束能在腔中形成稳定振荡，则为介稳腔。显然稳定腔将会被广泛采用。但是在某种特殊场合，采用非稳定腔将是有利的。

当腔镜的尺寸是足够大，以致可以忽略光的衍射效应，我们就可以用几何光学理论来研究谐振腔的稳定性问题。作为一种近似，它将能反映腔的基本特性。

(一) 腔内光线传播矩阵表示

从几何光学理论出发，采用光线坐标转换的矩阵表示方法，将会比较方便地描述光线在腔内多次往返传播规律。

考察图 3-2 所示共轴球面腔。两球面反射镜的曲率半径分别为 R_1 和 R_2 ，腔长为 L ，两球面曲率中心的连线构成系统的光轴。

腔内任一近轴光线在包含光轴的任一截面上的投影，可以用 x 与 θ 两个坐标参数来表示， x 为光线在镜面上的离轴距离， θ 为光线与腔轴线的夹角。

符号规定：

- (1) 光线出射方向在腔轴线上时， θ 为正；反之， θ 为负。
- (2) 凹面反射镜， R 为正；凸面反射镜， R 为负。
- (3) x 在轴上为正，轴下为负。

考查由 M_1 上任意一点 P_0 发出的近轴光线，其初始坐标参数为 x_0 和 θ_0 。当到达

M_2 上的 P_1 点后坐标参数变为 x_1 和 θ_1 ，则

$$\begin{cases} x_1 = x_0 + L\theta_0 \\ \theta_1 = \theta_0 \end{cases} \quad (3.7)$$

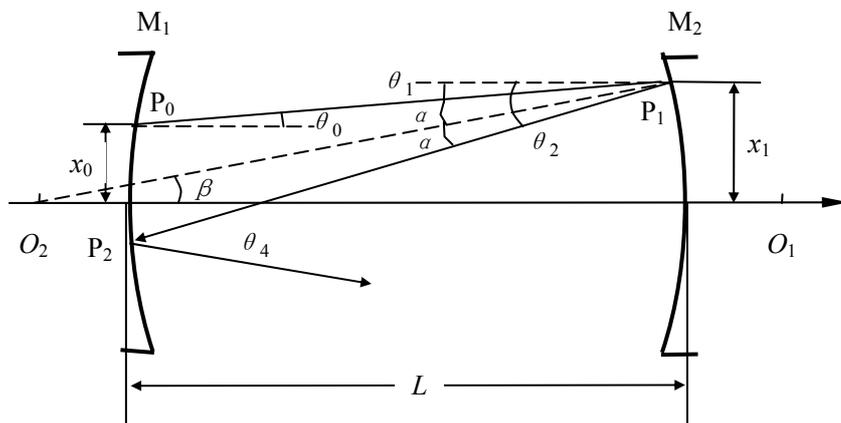


图 3-2 光线在腔中往返传播

如果我们用矩阵的方式来表示光线的坐标参数及光线经光学系统变换的变换算符，则 (3.7) 式可以记为

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ \theta_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ \theta_0 \end{bmatrix} = T_L \begin{bmatrix} x_0 \\ \theta_0 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

我们称二阶方阵

$$T_L = \begin{bmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

为“传输矩阵”。它描述光线在腔中自由空间行进 L 距离所引起的坐标变换。

当光线在 P_1 点经 M_2 反射后，坐标参数为 x_2, θ_2 。从图中可以看出

$$\alpha = \beta - \theta_1, \quad \beta \approx \frac{x_1}{R_2}$$

$$\theta_2 = -(\theta_1 + 2\alpha) = \theta_1 - 2\beta = \theta_1 - \frac{2}{R_2} x_1$$

则下式成立

$$\begin{aligned} x_2 &= x_1 \\ \theta_2 &= \theta_1 - \frac{2x_1}{R_2} \end{aligned} \quad (3.10)$$

将 (3.10) 式用矩阵表示

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2/R_2 & 1 \end{bmatrix} = T_{R_2} \begin{bmatrix} x_1 \\ \theta_1 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

我们称二阶方阵

$$T_{R_2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2/R_2 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

为“反射矩阵”。光线在腔内的传播行为即为传输矩阵 T_L 与反射矩阵 T_R 交替作用的结果。

当光线到达 M_1 的 P_2 点时，其坐标参数为

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ \theta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = T_L \begin{bmatrix} x_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

又经 M_1 反射后，其坐标参数为

$$\begin{bmatrix} x_4 \\ \theta_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2/R_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \\ \theta_3 \end{bmatrix} = T_{R_1} \begin{bmatrix} x_3 \\ \theta_3 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

至此，光线在腔中完成一次往返传播，其总的坐标矩阵变换为

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_4 \\ \theta_4 \end{bmatrix} &= T_{R_1} T_L T_{R_2} T_L \begin{bmatrix} x_0 \\ \theta_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2/R_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2/R_2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ \theta_0 \end{bmatrix} \\ &= T \begin{bmatrix} x_0 \\ \theta_0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.15)$$

对上式进行矩阵乘法运算得到一次返矩阵的表达式

$$T = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{2L}{R_2} & 2L - \frac{2L^2}{R_2} \\ \frac{4L}{R_1 R_2} - \frac{2}{R_1} - \frac{2}{R_2} & 1 - \frac{4L}{R_1} - \frac{2L}{R_2} + \frac{4L^2}{R_1 R_2} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

从 (3.15) 式可以写出光线在腔内一次往返的坐标直接表达式

$$\begin{cases} x_4 = Ax_0 + B\theta_0 \\ \theta_4 = Cx_0 + D\theta_0 \end{cases} \quad (3.17)$$

如果光线在腔内传播 n 个来回之后，其坐标参数的矩阵变换为

$$\begin{bmatrix} x_n \\ \theta_n \end{bmatrix} = T^n \begin{bmatrix} x_0 \\ \theta_0 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

从以上运算我们可以看出，用一次往返传播矩阵 T 与 T^n 将能十分方便地描述近轴光线在腔内的几何传播行为。因此，寻求光线在腔内的传播规律，将归结为求出传播矩阵 T 。对于复杂的多镜腔亦是如此。

(二) 共轴球面镜腔的稳定条件

对于稳定的谐振腔，要求任意近轴光线在腔内往返多次之后，其坐标参数应保持有限。因此能通过分析传播矩阵 T 的矩阵元，可以判断谐振腔的稳定性并建立稳定条件。

按照 T 的定义，近轴光线在腔内往返一次与 n 次后的坐标变换分别为

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ \theta_1 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} x_0 \\ \theta_0 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

$$\begin{bmatrix} x_n \\ \theta_n \end{bmatrix} = T^n \begin{bmatrix} x_0 \\ \theta_0 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

上述方程是线性的，所以它们的通解可以表示为两个线性无关的特解的线性组合，如果两个特解都是有界的，那么通解也是有界的。

下面我们来考查二阶矩阵 T 的特征值与相应的特征矢量。它们将组成上述方程的特解与通解。

令 T 的特征值为 λ_1 与 λ_2 ，相应的特征矢量分别为 \vec{p} 与 \vec{q} ，则有

$$T\vec{p} = \lambda_1\vec{p}, \quad T\vec{q} = \lambda_2\vec{q}$$

即特征矢量在腔内往返一次后的变化，就简单地等于乘以相应的特征值。

方程 (3.19) 与 (3.20) 的通解即为 $\lambda_1\vec{p}$ 与 $\lambda_2\vec{q}$ 的线性迭加。设 $\vec{k} = \begin{bmatrix} x_0 \\ \theta_0 \end{bmatrix}$ ，则有

$$\begin{cases} T\vec{k} = a\lambda_1\vec{p} + b\lambda_2\vec{q} \\ T^n\vec{k} = a\lambda_1^n\vec{p} + b\lambda_2^n\vec{q} \end{cases}$$

由上式知，如果一初始近轴光线在腔内往返 n 次 (n 可以趋于无穷) 而保持有限，则 T 的特征值 λ_1 和 λ_2 的绝对值必须不大于 1。 T 的特征方程为

$$\text{Det}(T - \lambda E) = 0$$

运算此方程，并注意到 $\text{Det}(T) = 1$ ，则可得

$$\lambda^2 - (A + D)\lambda + 1 = 0 \quad (3.21)$$

根据韦达定理，此方程的两个根 λ_1 和 λ_2 满足

$$\lambda_1 + \lambda_2 = A + D, \quad \lambda_1 \lambda_2 = 1$$

所以，如果 λ 是方程的根，则 $\frac{1}{\lambda}$ 也是方程的根。

因此 (3.21) 式的根不是 $e^{\pm\mu}$ 和 $-e^{\pm\delta}$ 之一，就是 $e^{\pm i\delta}$ ，这里 μ 与 δ 都是实数。

从方程 (3.21) 可以看出，若矩阵 T 的迹的绝对值

$$|\text{SP}(T)| = |A + D| > 2 \quad (3.22)$$

则

$$\lambda = e^{\mu}, e^{-\mu} \text{ 或 } -e^{\mu}, -e^{-\mu}$$

其中 μ 满足

$$2\text{ch}\mu = A + D \text{ 或 } -(A + D)$$

若

$$|A + D| < 2 \quad (3.23)$$

则

$$\lambda = e^{i\delta}, e^{-i\delta}$$

其中 δ 满足

$$2\cos\delta = A + D$$

由此可以看出，如果 (3.22) 满足，则谐振腔是不稳定的；如果 (3.23) 满足，

则谐振腔是稳定的。

当 $|A + D| = 2$ 时, 情况比较复杂, 下面将分别不同情况予以讨论。

若

$$A + D = 2 \quad (3.24)$$

而且 A 、 D 都不等于 1。设 $A = 1 + \alpha$, 则 $D = 1 - \alpha$, 又由 $\text{Det}(T) = 1$ 可得 $B = -\alpha\beta$, $C = \alpha/\beta$ 。并且 α 与 β 不为零, 则一次往返矩阵为:

$$T = \begin{bmatrix} 1 + \alpha & -\alpha\beta \\ \alpha/\beta & 1 - \alpha \end{bmatrix}$$

由 (3.20) 式可得

$$\begin{bmatrix} x_n \\ \theta_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \alpha & -\alpha\beta \\ \alpha/\beta & 1 - \alpha \end{bmatrix}^n \begin{bmatrix} x_0 \\ \theta_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + n\alpha & -n\alpha\beta \\ n\alpha/\beta & 1 - n\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ \theta_0 \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

由上式知, 当 $n \rightarrow \infty$ 时, x_n 、 $\theta_n \rightarrow \infty$, 所以系统是不稳定的。

同样, 若

$$A + D = -2$$

且 $A \neq D$, 谐振腔也是不稳定的。

若

$$A = D = \pm 1$$

则由 $\text{Det}(T) = 1$ 可知 $BC = 0$, 将有如下三种可能:

1、 $B \neq 0$, $C = 0$, 由 (3.20) 式可知, θ_n 保持不变, 但 x_n 随 n 线性增加, 这种腔是不稳定的。

2、 $B = 0$, $C \neq 0$, x_n 保持不变, 但 θ_n 随 n 线性增加, 这种腔也是不稳定的。

3、 $B = C = 0$,

$$\text{当 } A = D = 1 \text{ 时, } T = T^n = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = E \quad (E \text{ 为单位矩阵})$$

$$\text{当 } A = D = -1 \text{ 时, } T^n = (-1)^n \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = (-1)^n E$$

由上式我们可以看出, 光线在这种腔中往返传播其坐标参数将保持不变或仅改变符

号。我们可以称这种光束是简单的。很明显，这种腔是稳定腔。

综上所述，谐振腔的稳定条件为

$$|\text{SP}(T)| < 2 \quad (3.26)$$

$$\text{或 } T = \pm E \quad (3.27)$$

上式对于共轴球面谐振腔是普遍适用的。

我们定义谐振腔的几何因子

$$g_1 = 1 - \frac{L}{R_1} \quad (3.28)$$

由 (3.16)、(3.26) 和 (3.28) 式得

$$|\text{SP}(T)| = |A + D| = \left| 2 - \frac{4L}{R_2} - \frac{4L}{R_1} + \frac{4L^2}{R_1 R_2} \right| = |4g_1 g_2 - 2| < 2$$

由上式得

$$0 < g_1 g_2 < 1$$

因此对于一般的两镜腔及等效两镜腔的稳定条件为：

$$0 < g_1 g_2 < 1 \quad (3.29)$$

$$\text{或 } T = \pm E \quad (3.30)$$

满足以上条件者为稳定腔，不满足以上条件者为非稳定腔；如果仅有特殊光线满足条件 (3.30) 者，为介稳腔（下面将有具体分析）。

从以上分析可知，稳定腔的几何损耗（或称横向逸出损耗）最小，而非稳腔的几何损耗最大，光线在腔中往返有限次之后将逸出腔外。因此谐振腔的稳定性实际上是反映了谐振腔的几何损耗的大小。

（三）几种典型球面腔的稳定性

（1）平行平面腔——介稳腔

早期的固体激光器一般采用平行平面腔，它的 $R_1 = R_2$ （为球面腔的极限情况）。

对于平行平面腔， $g_1 = g_2 = 1$ ， $g_1 g_2 = 1$ ，很容易写出平行平面腔的一次往返矩阵 T （或根据 (3.16) 式算出）。

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 2L \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

$$T^n = \begin{bmatrix} 1 & 2nL \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

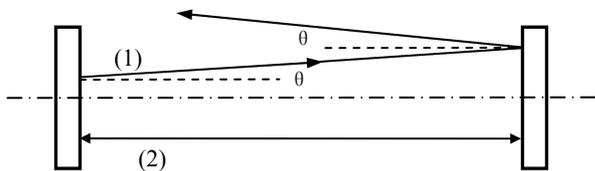


图 3-3 平行平面腔

显然平行平面腔对于一般的光线是不稳定的，将很快逸出腔外。但是当 $\theta_0 = 0$ 时，即图 3-3 中光线 (2) 情况，它的往返矩阵等效为

$$T_{\theta_0=0} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = E \quad (3.33)$$

这符合稳定条件 (3.30) 式。这就说明，仅有 $\theta_0 = 0$ 的光线能在腔中形成稳定振荡，而其他光线将很快逸出腔外，因此我们认为平行平面腔为介稳腔，它并不是一个好的谐振腔。它要求很高的调整精度，而且不容易得到稳定输出。

(2) 共焦腔——稳定腔

两反射镜的曲率半径相等并且等于腔长的谐振腔定义为共焦腔，即

$$R_1 = R_2 = L \quad (3.34)$$

将 (3.34) 式代入 (3.16) 式得共焦腔的往返矩阵

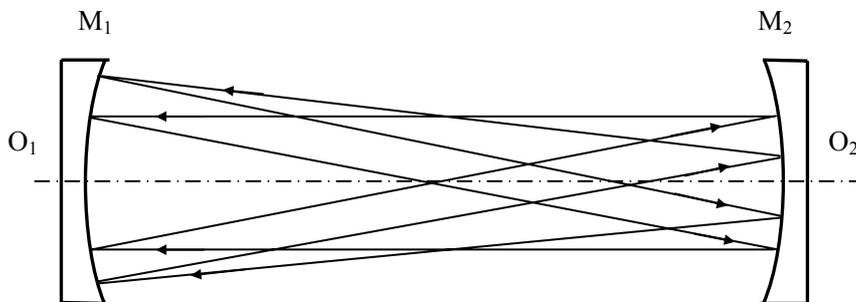


图 3-4 共焦腔

$$T = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = -E \quad (3.35)$$

对于任意近轴光线，都满足上式的稳定条件，因此共焦腔为稳定腔。由 $T^n = (-1)^n E$ 知，光线在共焦腔中传播两个来回之后，与原入射光线重合。此后每传播偶数个来回即与入射光线重合，因此永远不会逸出腔外。所以在理论上它是最稳定的一种谐振腔。

以后我们可以看到，共焦腔对于谐振腔理论的建立起着极其重要的作用。因此在理论上它是一种重要的谐振腔。

(3) 共心腔——介稳腔

两反射镜的曲率中心相重合的谐振腔定义为共心腔。即

$$R_1 + R_2 = L \quad (3.36)$$

对于 $R_1 = R_2 = L/2$ 的共心腔称为对称共心腔。对于非对称共心腔，公共球心位于腔内者（双凹面镜腔）为实共心腔，公共球心位于腔外者称虚共心腔。

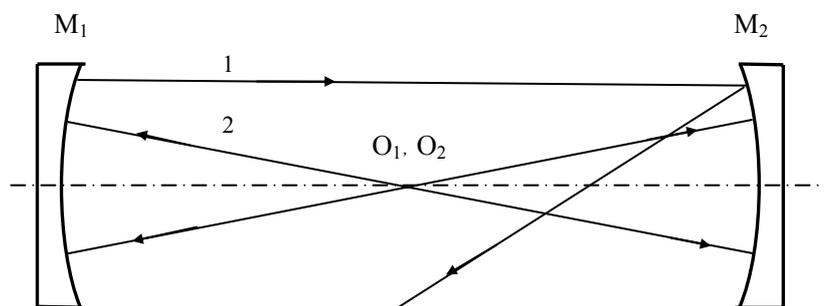


图 3-5 对称共心腔

对于对称共心腔，将 $R_1 = R_2 = R = L/2$ 代入 (3.16) 式，看到一般光线 (1) 在腔中传播的往返矩阵

$$T = \begin{bmatrix} -3 & -2L \\ 8/L & 5 \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

这种光线将很快逸出腔外。

但是对于通过公共球心的光线 (2)，即

$$\theta_0 = -\frac{x_0}{R} = -\frac{2x_0}{L}$$

它的往返矩阵为

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = E \quad (3.39)$$

符合稳定条件。这说明，在对称共心腔中，仅有通过球心的光线是稳定的，所以它是介稳腔。各种非对称共心腔均为介稳腔。

(4) 一般稳定腔

(a) 平凹腔

由一个凹面镜与一个平面镜（一般为平行平面镜）构成的谐振腔称平凹腔，即

$$R_1 = R, \quad R_2 = \infty。$$

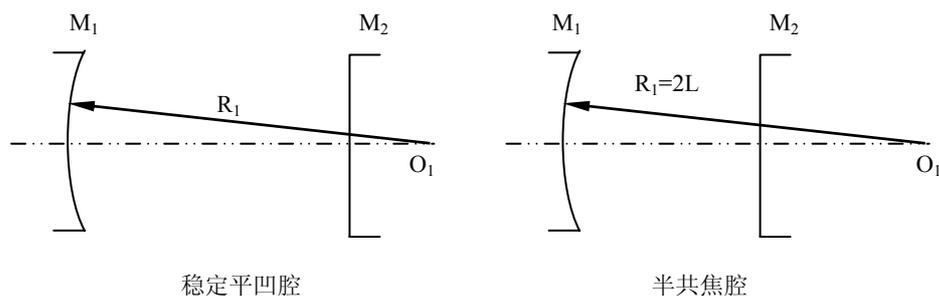


图 3-6 平凹腔

对于平凹腔， $g_1 = 1 - \frac{L}{R}$ ， $g_2 = 1$ ，由 (3.29) 式得平凹腔的稳定条件

$$R > L$$

对于 $R = 2L$ 的平凹腔，称为半共焦腔。显然它是稳定腔。

平凹腔也是一种重要的谐振腔，一般气体激光器多采用平凹腔，平面镜为输出镜。

(b) 双凹腔

由两个凹面反射镜构成的谐振腔称双凹腔。由 (3.29) 式容易证明，双凹腔的稳定条件为：

$$1、R_1 > L, \quad R_2 > L \quad (3.41)$$

$$2、 R_1 < L, R_2 < L, R_1 + R_2 > L \quad (3.42)$$

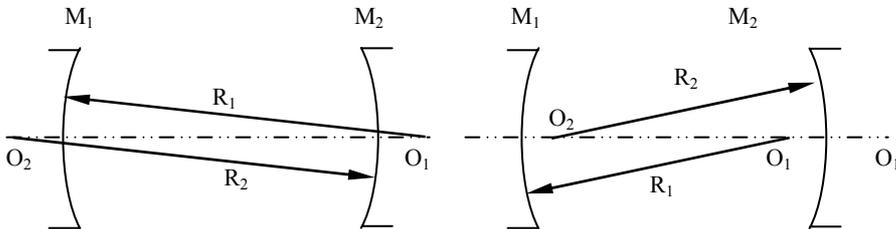


图 3-7 双凹腔

如果， $R_1 = R_2 = R$ ，为对称双凹腔，稳定条件为

$$R > \frac{L}{2} \quad (3.42)$$

其它结构的谐振腔还很多，这里不再讨论。

综上所述，对于简单谐振腔，我们完全用 g 因子来表述它的稳定性。

$$\text{稳定腔： } 0 < g_1 g_2 < 1 \quad \text{或 } g_1 = g_2 = 0 \quad (3.43)$$

$$\text{介稳腔： } g_1 g_2 = 0 \text{ (} g_1 g_2 \text{ 不同时为 0)} \quad \text{或 } g_1 = g_2 = 1 \quad (3.44)$$

$$\text{非稳腔： } g_1 g_2 < 0 \quad \text{或 } g_1 g_2 > 1 \quad (3.45)$$

(四) 谐振腔稳定性的区域图

一般球面镜谐振腔的稳定条件 (3.43) 式和 (3.44) 式和 (3.45) 式可以用描写其稳定性的区域图更清楚地来说明。我们取 g_1 为横坐标， g_2 为纵坐标，在这样的坐标系中对稳定条件进行图解，如图 3-8 所示， $g_1 g_2 = 1$ 对应于两条双曲线； $g_1 g_2 = 0$ 对应于 $g_1 = 0$ 和 $g_2 = 0$ 的两条直线，即两个坐标轴。这些曲线构成谐振腔的稳定区与非稳定区之间的边界线。在第一和第三象限中，两条曲线和坐标轴所包围的区域为稳定区，因为这些区域中的每一点，都满足稳定条件 $0 \leq g_1, g_2 \leq 1$ ；两条双曲线之外的区域为不稳定区，因为在这些区域中， $g_1 g_2 > 1$ ，不满足稳定条件；整个第二和第四象限也为不稳定区，因为在这个区域中， g_1 和 g_2 的符号相反， $g_1 g_2 < 0$ 不满足稳定条件。稳定区以斜线标出，空白区均为非稳定区。为了更细致地区分不同的情况，整个图形可以划分为 14 个分区域，其中 1 至 6 分区域为稳定区，7 至 14 分区域为不稳定区，各个分区域所对应的谐振腔的结构形式示于图 3-8 的下部。在稳定的谐振腔

中，1 和 4 分区域所对应的结构形式用得较多，因为它们最稳定。

平行平面腔在图中的坐标为 (1,1)；共焦腔（即 $L = R$ 的谐振腔）的坐标为 (0,0)；共心腔的坐标为 (-1,-1)，而所有对称球面腔均位于这三点的连线上。

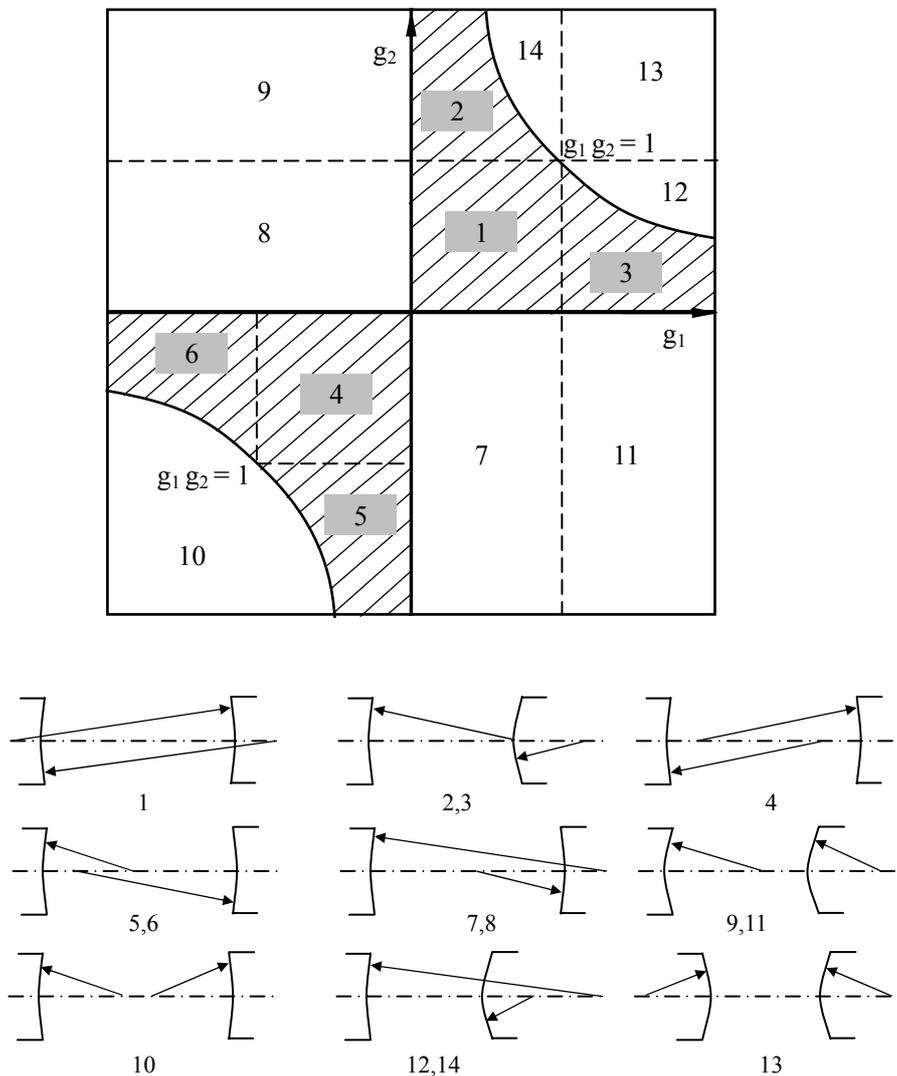


图 3-8 球面镜谐振腔稳定性区图

(五) 谐振腔稳定性的 σ 圆判定法

我们可以通过作 σ 圆的方法简便地判定谐振腔的稳定性，设有一谐振腔，由曲率半径为 R_1 和 R_2 的两反射镜所组成。作各反射镜的 σ 圆，所谓 σ 圆就是指这样的一种圆，

即它的直径等于该反射镜的曲率半径，并和其镜面内切于腔轴与该反射镜的交点。如图 3-9 所示， σ_1 圆和 σ_2 圆分别为反射镜 R_1 和 R_2 的圆。如一个球面镜谐振腔的两个反射镜的 σ_1 圆与 σ_2 圆能够相交，则该谐振腔就是稳定的；反之，如果两圆不相交，则谐振腔是不稳定的。如两 σ 圆相切，则谐振腔是介稳腔。这就是判断一般球面镜谐振腔稳定性的 σ 圆法。

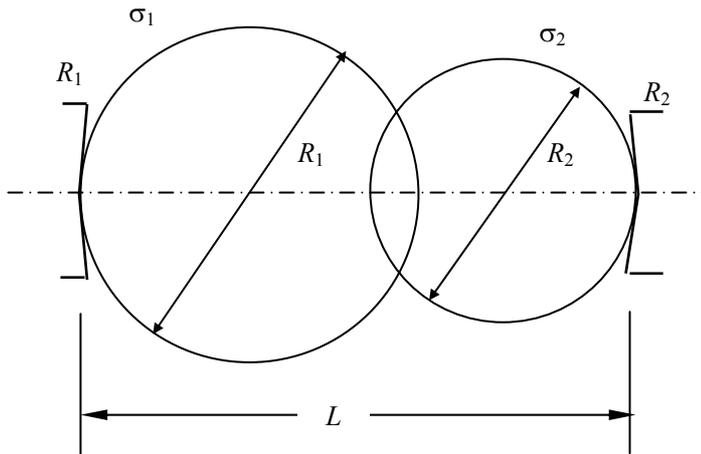


图 3-9 σ 圆的作图法

下面我们仅以双凹腔为例推导 σ 圆判定法的理论根据。设双凹腔的两反射镜的曲率半径为 R_1 和 R_2 （同为正值），且 $R_1 \geq R_2$ ，由公式 $0 < g_1 g_2 < 1$ ，可得

$$0 < (R_1 - L)(R_2 - L) < R_1 R_2 \quad \text{或} \quad 0 < R_1 R_2 - L(R_1 + R_2 - L) < R_1 R_2$$

解上述不等式的左右两边，并考虑到 $R_1 \geq R_2$ ，可得

$$L < R_2 \tag{3.46}$$

$$R_1 < L < R_1 + R_2 \tag{3.47}$$

从上式所示的关系可知，这相当于要求谐振腔两反射镜的 σ 圆必须互相相交。

利用 σ 圆法判定一球面谐振腔的稳定性非常简便，而且直观。在图 3-10 中，我们示出了几种典型的球面镜谐振腔的例子。从图中，我们可以一目了然地看出，在这些谐振腔中，何者为稳定的，何者为不稳定的。

σ 圆通常称作传播圆，关于它的物理意义和它的其它用途，将在 3-7 节中详细叙述。

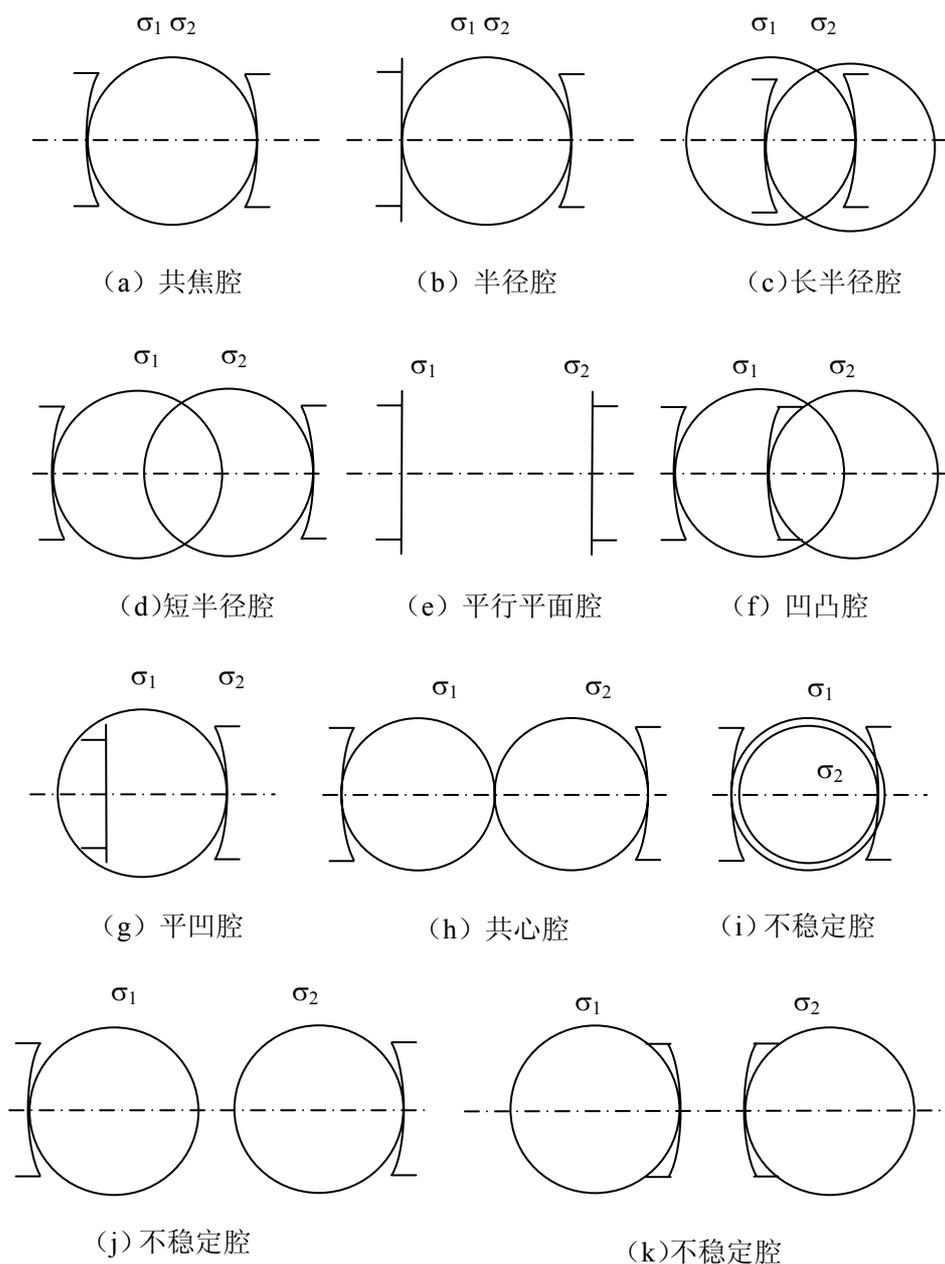


图 3-10 用 σ 圆法判定一般球面镜谐振腔的稳定性

3-4 谐振腔的损耗及有关参数

光学谐振腔的损耗是衡量谐振腔质量的重要参数。本节将对无源腔的几种损耗做一粗略的分析，并引入有关的几个重要参数，如光子在腔内的平均寿命、无源腔的 Q

值、菲涅尔数以及无源腔的线宽。

(一) 损耗的定义

对于各种损耗，无论其起因如何，我们都可以引进一个“平均单程损耗因子” δ 来定量地描述，所谓“单程”，就是指光在腔内行进 nL 的光程。 δ 的定义为：如果初始光强为 I_0 ，在腔内往返一次后，光强衰减为 I ，总可以写出

$$I = I_0 e^{-2\delta} \quad (3.56)$$

则

$$\delta = \frac{1}{2} \ln \frac{I_0}{I} \quad (3.57)$$

如果损耗有多种，每种相对独立的损耗因子为 δ_i ，则有

$$I = I_0 e^{-2(\delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \dots)} = I_0 e^{-2\delta} \quad (3.58)$$

$$\delta = \sum_i \delta_i \quad (3.59)$$

(二) 光子在腔内的平均寿命

设光子在腔内往返 m 次后，所用的时间为 t ，则

$$m = \frac{t}{2nL/c} \quad (3.60)$$

式中 n 为腔内介质折射率。

此时，光强由 I_0 衰减为 $I(t)$ ，则由 (3.56) 式得

$$I(t) = I_0 e^{-2m\delta} = I_0 e^{-\frac{c\delta}{nL}t}$$

设

$$\tau_p = \frac{nL}{c\delta} \quad (3.61)$$

则
$$I(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau_p}} \quad (3.62)$$

τ_p 是描述光腔性质的一个重要时间常数，从下面推导可以看清它的意义。

设 t 时刻腔内光子数密度为 $N(t)$ ，则

$$I(t) = N(t)h\nu v \quad (3.63)$$

式中 v 为光能传播速度，则由 (3.62) 式得

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{t}{\tau_p}} \quad (3.64)$$

式中 N_0 为 $t=0$ 时刻光子数密度。

在 $t-t+dt$ 时间间隔内，光子数密度的变化量为

$$-dN = \frac{N_0}{\tau_p} e^{-\frac{t}{\tau_p}} dt$$

从腔内衰减掉的这 dN 个光子，它们都在腔内存在了 t 这么长时间，则所有 N_0 个光子的平均寿命为

$$t = \frac{1}{N_0} \int (-dN) \cdot t = \frac{1}{N_0} \int_0^{\infty} \frac{N_0}{\tau_p} t \cdot e^{-\frac{t}{\tau_p}} dt = \tau_p$$

上式说明了 τ_p 为腔内光子的平均寿命。当 $t = \tau_p$ 时，由 (3.62) 及 (3.64) 式知，腔

内光强或光子数密度衰减到初始值的 $\frac{1}{e}$ 。由 (3.61) 式知，腔损耗 δ 值越大， τ_p 越小，

腔内光强衰减越快。

(三) 谐振腔的 Q 值

光学谐振腔的质量，也将延用 LC 振荡回路的品质因数 Q 值来表征。其定义为

$$Q = 2\pi\nu \frac{\text{腔内储存的总能量}}{\text{单位时间损耗的能量}} \quad (3.65)$$

在 t 时刻，设腔内的总能量为 $W(t)$ ，则由 (3.64) 式可得

$$W(t) = W_0 e^{-\frac{t}{\tau_p}} \quad (3.66)$$

单位时间腔内能量的损耗量（即减少量）为

$$-\frac{dW}{dt} = \frac{W(t)}{\tau_p} \quad (3.67)$$

将 (3.67) 和 (3.66) 式代入 (3.65) 式得

$$Q = 2\pi\nu \cdot \frac{W(t)}{\frac{dW}{dt}} = 2\pi\nu\tau_p = 2\pi\nu \frac{nL}{c\delta} \quad (3.68)$$

由上式看出，腔长越长，损耗越小，谐振腔的 Q 值越高，则激光越容易起振。

（四）无源腔的本征振荡线宽

在上面的讨论中已知，由于腔损耗的存在，腔内光强是按时间指数规律衰减的，即

$$I(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau_p}}$$

则中心频率为 ν_0 的光场，其电矢量表达式为

$$E(t) = E_0 e^{-\frac{t}{2\tau_p}} e^{-i2\pi\nu_0 t} \quad (3.69)$$

对于这样的衰减振动，由富里叶频谱分析已知，频谱将具有有限宽度 $\Delta\nu_c$ ，它与 τ_p 的关系为

$$\Delta\nu_c = \frac{1}{2\pi\tau_p} = \frac{c\delta}{2\pi nL} \quad (3.70)$$

$\Delta\nu_c$ 则称为无源腔的振荡线宽，由上式可知，光在腔内的衰减时间越长，或者说损耗越小，腔长越长，无源腔的线宽越窄。

由（3.68）式与（3.70）式可得

$$\frac{\Delta\nu_c}{\nu} = \frac{1}{Q} \quad (3.71)$$

上式说明，腔的 Q 越大，相对线宽越小。

（五）谐振腔的损耗

下面我们粗略地分析腔的四种主要损耗。这些损耗可能是同时发生的，但是在理论处理时认为它们是相对独立的，而腔的总损耗即为这些损耗之和。

（1）几何横向逸出损耗

从几何光学的理论出发，认为光线在腔内是直线传播的。由于腔的稳定性的差异、

腔的不同轴性以及光线与腔轴夹角的大小，光线在腔内多次传播之后，可能程度不同地逸出腔外而损耗掉，则称这种损耗为几何横向逸出损耗。下面仅以平行平面腔为例认识腔的几何损耗。

1、平行平面腔中斜射光线的损耗，设 M_1 与 M_2 是平行的，振荡光线与轴线成 θ 角，则光线往返传播 m 次以后，将完全逸出腔外，则光在腔内的寿命 τ_θ 为

$$\tau_\theta = mt_0$$

式中 t_0 为光在腔内往返一次时间。

由图 3-13 知，当 θ 很小时

$$mL2\theta = D \quad (3.72)$$

$$t_0 \approx \frac{2nL}{c} \quad (3.73)$$

$$\text{则 } \tau_\theta = \frac{nD}{c\theta} \quad (3.74)$$

由 (3.61) 式得

$$\delta_\theta = \frac{nL}{c\tau_\theta} = \frac{L\theta}{D} \quad (3.75)$$

上式即为以 θ 角斜射光线的损耗。这种损耗显然与角 θ 成正比，与腔的径长比 (D/L) 成反比。

2、腔镜的不完全平行引起的损耗

实际的平行平面腔难于调整到完全平行， M_1 与 M_2 之间可能有一小的夹角 β ，这样的光线在其中反射多次将会逸出腔外。设初始光线与 M_1 垂直，经 M_1 、 M_2 多次反射之后，入射光与反射光的夹角将依次为 2β 、 4β 、 6β 、 8β …… $2m\beta$ 。设光线往返 m 次之后逸出腔外，对 M_1 镜则有

$$2\beta L + 6\beta L + \dots + 2\beta(2m-1)L \approx D$$

$$2\beta L[1 + 3 + 5 + \dots + (2m-1)] = 2\beta Lm^2$$

$$m = \left(\frac{D}{2\beta L} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.76)$$

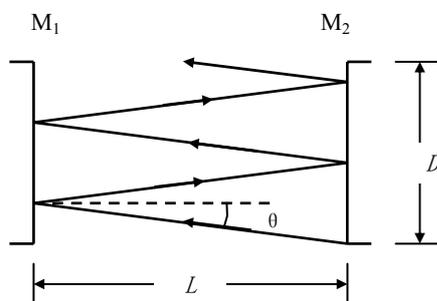


图 3-13 斜射光线的损耗

光线在腔内往返一次的时间 $t_0 \approx 2nL/c$ ，则光子在腔内的平均寿命 τ_β 为

$$\tau_\beta = mt_0 = \frac{2nL}{c} \left(\frac{D}{2\beta L} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{n}{c} \left(\frac{2DL}{\beta} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\delta_\beta = \frac{nL}{c\tau_\beta} = \left(\frac{\beta L}{2D} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.77)$$

δ_β 即为平行平面腔镜失调所致的腔损耗。它与两镜夹角 β 的平方根成正比，与腔的径长比的平方根成反比。

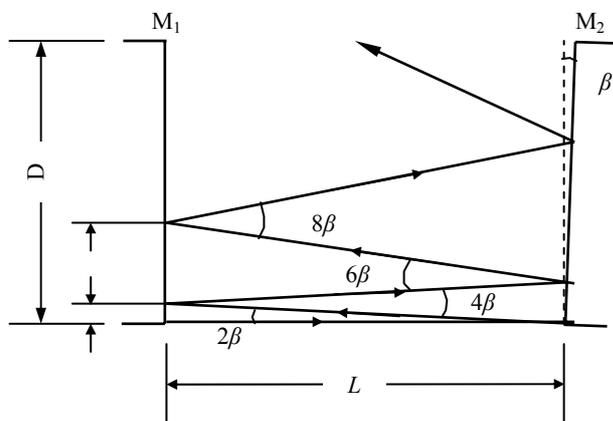


图 3-14 腔镜不完全平行

(2) 腔镜的不完全反射所引起的损耗

这种损耗包括反射镜面的吸收，散射以及透射损耗，为了把光能量有效地耦合到腔外，谐振腔的输出端镜必须有合适的透过率，有时这透过率是很大的，甚至大于 50%（如红宝石激光器及大功率 CO₂ 激光器）。这种由透过率所导致的能量输出，无疑对于腔的能量是一种不小的损耗。这种损耗与其它损耗不同，它可以是一种“有益”的损耗。另外，对于全反射镜，其反射率也不可能做到 100%。

设 r_1 和 r_2 分别为 M_1 和 M_2 的反射率，光在腔内往返一次以后，初始光强 I_0 将变为 I

$$I = r_1 r_2 I_0$$

按照 δ 的定义，对由镜面的不完全反射所引入的损耗系数 δ_r 应有

$$I = I_0 e^{-2\delta_r}$$

由此得到

$$\delta_r = -\frac{1}{2} \ln r_1 r_2 \quad (3.78)$$

若 $r_1 = r_2 = r \approx 1$ (如小型 He-Ne 激光器)

$$\delta_r \approx 1 - r \quad (3.79)$$

若 $r_1 = 1, r_2 = r \approx 1, \delta_r \approx \frac{1}{2}(1 - r)$ 。

(3) 衍射损耗与菲涅尔数

由于腔的反射镜面的有效孔径都是有限大小的, 因此腔中的光场将在镜面上发生衍射, 镜面有效孔径以外的衍射光能量将损失掉, 因而产生了衍射损耗。衍射损耗与腔的类型、几何尺寸及振荡模式有关, 是一个很复杂的问题。这里仅从夫琅和费圆孔衍射现象出发对腔的衍射损耗作一粗略的估计。

如图 3-15 所示的系统, 它等效于一个腔镜有效孔径为 $2a$ 的平行平面腔。

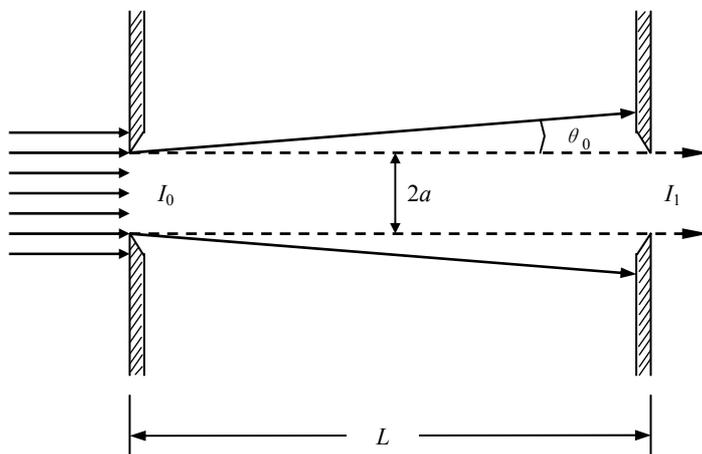


图 3-15 夫琅和费圆孔衍射

由夫琅和费圆孔衍射原理可知, 入射的平面波经第一光阑衍射后, 第一极小值出现在 θ_0 方向。

$$\theta_0 = 0.61 \frac{\lambda}{a} \quad (3.80)$$

对于第二光阑上的衍射光能量，如果我们忽略 θ_0 角以外的能量，即认为光能量近似于分布在爱里斑之内，并且是均匀分布的。设第一光阑处的光强为 I_0 ，第二光阑处的光强为 I_1 ，光阑孔径的面积为 S_0 ，爱里斑的面积为 S_1 ，则有

$$\begin{aligned} \frac{I_0 - I_1}{I_0} &= \frac{S_0 - S_1}{S_0} = \frac{\pi(a + L\theta_0)^2 - \pi a^2}{\pi(a + L\theta_0)^2} \approx \frac{2L\theta_0 a}{a^2 + 2L\theta_0 a} \\ &= \frac{1}{1 + \frac{a^2}{1.22L\lambda}} \approx \frac{1}{1 + \frac{a^2}{L\lambda}} = \frac{1}{1 + N} \end{aligned} \quad (3.81)$$

在上式计算中忽略了 θ_0 的平方项。

(3.81) 式求得的是光强的单程相对损耗。按照 (3.56) 式 δ 的定义可知，当衍射损耗不太大时，平均单程衍射损耗因子 $\delta_{\bar{a}}$ 为

$$\delta_{\bar{a}} \approx \frac{1}{1 + N} \quad (3.82)$$

$$N = \frac{a^2}{L\lambda} \quad (3.83)$$

N 称为谐振腔的菲涅尔数，即从一个镜面中心看到另一个镜面上可以划分的菲涅尔半波带的数目，它是谐振腔的一个重要参数。从 (3.83) 式看出， N 越大，衍射损耗越小。

在上面的推导过程中，我们做了一些近似和假设，使问题大为简化。但对于实际的各种谐振腔来说，问题要复杂细致得多。因此，(3.83) 式所给出的结果不能作为计算的依据，它比实际衍射损耗要高得多。它仅仅说明了衍射损耗随菲涅尔数的减少而增大，并从而引出菲涅尔数这个重要参数。

3-5 光学谐振腔的基本衍射理论

模特性是光学谐振腔的最重要的特性。在第二章中，我们曾定性地介绍了谐振腔的模特性。一个稳定的光学谐振腔横模对应于谐振腔内横向稳定的可能光场分布；谐

谐振腔的纵模对应于满足共振条件的纵向稳定的可能光场分布。表现在激光器的输出光束中，不同横模相当于光强分布不同的光斑花样；不同纵模相当于频率不同的单色谱线。在以下几节中，我们就来详细讨论谐振腔模特性问题。

讨论谐振腔的模特性，必须要考虑到光波在一定的边界和传播条件下的衍射效应。激光器中作为谐振腔的反射镜的尺寸是有限的，光束在腔内来回传播时，反射镜的边界将起“光阑”的作用。因而反射镜不仅对光束起反射作用，而且还会引起光波的衍射效应。腔内的光束每经过一次反射镜的反射，相当于通过一次“光阑”。由于“光阑”的有限孔径的拦光作用，光束的一部分不能再次被反射回至腔内，因而反射回来的光束的光强将要减弱；同时，由于光波的衍射效应，反射光束将改变原先的光场分布。当光束一次又一次地经过反射镜的反射时，腔内光束的光场分布就不断地遭受改变；但当反射次数足够多时（理论计算的结果是大约经过 300 多次反射），光束的横向分布便趋于稳定；此后，再经反射镜的反射，光束的横向场分布保持不变，只是强度有所减弱而已。与此同时，由于腔内多次反射光束的干涉作用，光束的纵向场分布也稳定于某种驻波形式，这就是谐振腔内具有一定的稳定场分布或一定模式的共振波场形成的物理过程。因此，有必要运用衍射理论来处理谐振腔的模特性问题。

在这一节中我们就来介绍谐振腔的基本衍射理论。衍射理论的基础是光学中的惠更斯—费涅尔原理。按照惠更斯—费涅尔原理的假设，任意光学波阵面上的任意一点，均可看作是能够发射出球面次波的辐射源，波阵面上不同点发出的次波可以彼此产生干涉，并进而给出下一时刻的新的波阵面。基尔霍夫等发展了惠更斯—费涅尔原理，对这一原理给出了严格的数学表达。只要我们知道了光波场在其所到达的任意空间曲面上的振幅和相位分布情况，就可以求出该光波场在空间其他任意位置处的振幅和相位分布。设已知光波场在空间某一曲面 S 上的场分布函数为 $E(\varepsilon, \eta)$ ，这里 ε 和 η 为曲面 S 上的某点 P 的位置坐标，而所要考察的空间任一其它点 P' 处的波场函数为 $E(X, Y)$ ，这里 X 和 Y 为考察点 P' 处的位置坐标，则由惠更斯—费涅尔原理，可以导出如下的关系式

$$E(X, Y) = \frac{ik}{4\pi} \iint_S E(\varepsilon, \eta) \frac{e^{-ik\rho}}{\rho} (1 + \cos\theta) ds \quad (3.84)$$

此处 $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ 为光波的波数的 2π 倍， θ 为曲面 S 上 P 点处的法线和 PP' 连线的夹角，

ρ 为曲面 S 上的 P 点至考察点 P' 间的距离。

上述公式称为费涅尔—基尔霍夫衍射积分方程。它的物理意义是，任一考察点处的波场，是前一时间光波所到达的空间曲面上的各点所发出的子波在该考察点处的迭加。

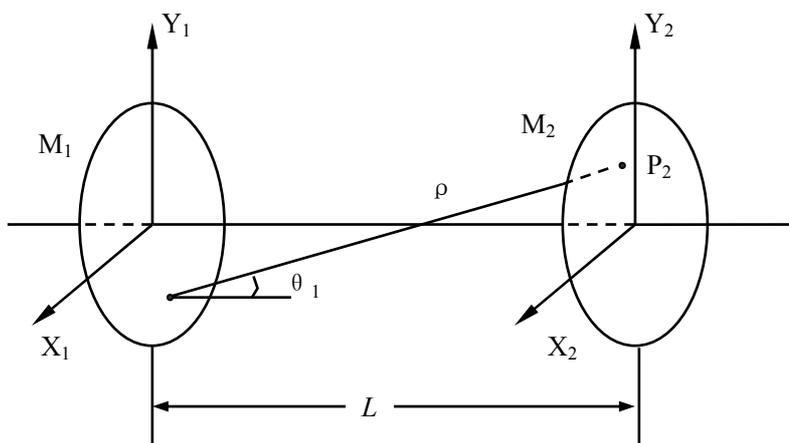


图 3-16 谐振腔衍射场特性分析示意图

我们可以将惠更斯—费涅尔原理直接应用于光学谐振腔内衍射场特性的分析。设谐振腔由两个具有任意曲面和边界形状的反射镜 M_1 和 M_2 所组成，两个镜面上任意点 P_1 和 P_2 两点之间的距离为 ρ ，而两镜面中心连线的距离为 L （见图 3-16）。按照费涅尔—基尔霍夫衍射积分方程（3.84）式，设镜面 M_1 处的光波场分布函数为 $E_1(X_1, Y_1)$ ，则镜面 M_2 上任意考察点 P_2 处的光波场函数可表述如下：

$$E_2(X_2, Y_2) = \frac{ik}{4\pi} \iint_{S_1} E_1(X_1, Y_1) \frac{e^{-ik\rho}}{\rho} (1 + \cos\theta_1) ds_1 \quad (3.85)$$

式中 θ_1 为镜面 M_1 上 P_1 点处的法线与 P_1P_2 连线的夹角。在一般情况下，两镜面间距 L 远大于镜面的横向尺寸，故 θ_1 角的变化范围总是很小，以致可令 $\cos\theta_1 \approx 1$ ；按照同样的理由，积分表示式中的 ρ 可近似用 L 来代替。由此，（3.85）式可进一步简化为

$$E_2(X_2, Y_2) = \frac{ik}{2\pi L} \iint_{S_1} E_1(X_1, Y_1) e^{-ik\rho} ds_1 \quad (3.86)$$

至此，我们导出了应用于光学谐振腔情况下的经过简化的费涅尔—基尔霍夫衍射积分方程，由此，只要知道了—个镜面上的光波场分布特征，就可以求出另一个球面上的光波场分布。

对于一个稳定的光学谐振腔，光波场可以在其中无限次地往返传播，而总不逸出腔外，或只有一少部分逸出腔外。因此，自然可以设想，腔内的光波场在多次往返传播过程中虽然不断经受衍射效应影响，但只要往返次数足够多，则最后应能达到一种相对稳定的分布状态。在最简单的情况下，如果我们假设组成谐振腔的两个反射镜具有相同的几何形状和尺寸，亦即为完全对称的，则光波场在两个反射镜面处应具有相同的相对稳定的分布特征。因此，应有如下的自洽关系：

$$E_2(X, Y) = \gamma E_1(X, Y) \quad (3.87)$$

式中 γ 为一复常数因子。将上式代入 (3.86) 式，可得

$$\gamma E(X_2, Y_2) = \frac{ik}{2\pi L} \iint_{S_1} E(X_1, Y_1) e^{-ik\rho} ds_1(X_1, Y_1) \quad (3.88)$$

上面导出的方程为具有对称反射镜的谐振腔的共振衍射场的自洽积分方程。它的基本物理意义是，对于腔内可能存在着的稳定共振波场而言，它们由一个镜面传播到另一个镜面的过程中，尽管经历了衍射效应但这些波场在两个镜面处的相对振幅分布和相位分布保持不变，亦即共振波场在腔内多次往返传播过程中始终保持自洽或自再现的条件。

积分方程 (3.88) 式可进一步简写如下的标准形式：

$$\gamma E(X_2, Y_2) = \iint_S K(X_1, Y_1; X_2, Y_2) E(X_1, Y_1) \cdot ds(X_1, Y_1) \quad (3.89)$$

满足上述方程式的函数 E 称为该积分方程的本征函数，常数 γ 称为积分方程的本征值，而函数

$$K(X_1, Y_1; X_2, Y_2) = \frac{ik}{2\pi L} e^{-ik\rho(X_1, Y_1; X_2, Y_2)} \quad (3.90)$$

称为积分方程的核。

从数学上可以证明, 对于我们所要考虑的一些常见的光学谐振腔而言, 积分方程式 (3.89) 存在着一系列分立的本征函数 E_m 及其对应的本征值 γ_m 。本征函数 E_m 在一般情况下为一复函数, 它表征谐振腔内共振波场的一种稳定的分布状态, 因此可称为是一个特定的共振波型或共振模, 与不同序数 m 对应的 E_m 表征着腔内不同的波型或模。而任何一种实际谐振腔内的总的共振波场的分布, 可视为由一系列不同的共振波型或共振模按一定的方式迭加而成。

按照本征值引入的定义 (参照 (3.87) 式), 应有如下的关系式成立:

$$E_{2m}(X, Y) = \gamma_m E_{1m}(X, Y) \quad (3.91)$$

式中 γ_m 为一复常数因子, 它可进一步表示为

$$\gamma_m = |\gamma_m| e^{-i\phi} \quad (3.92)$$

将上式代入 (3.91) 式, 可得

$$E_{2m}(X, Y) = |\gamma_m| E_{1m}(X, Y) e^{-i\phi} \quad (3.93)$$

由这一公式可以看出, $|\gamma_m|$ 表征第 m 个波型场由一个镜面传播到另一个镜面过程中发生的场振幅的相对变化。与此相应, 该波型场在腔内单程传播一次的能量损耗可求出为

$$\delta_m = 1 - |\gamma_m|^2 \quad (3.94)$$

上式表征的能量损耗, 通常称为谐振腔的衍射损耗, 它因不同序数 m 的模而异。

此外, 由 (3.93) 式还可以看出, 该式的指数因子表征波型在腔内单程传播一次时所发生的相位移动, 其相位移动的大小即为

$$\phi = \arg \gamma_m \quad (3.95)$$

该相移量系由两种因素所决定, 亦即由光波场通过腔长 L 所引起的相移, 再加上由衍射效应所导致的附加相移所组成。按照光波的干涉原理, 共振波型场在腔内多次往返传播过程中应满足干涉加强条件, 亦即要求在腔内往返传播一次时的相移应是 2π 的整数倍, 即有

$$2\phi = 2 \arg \gamma_m = 2\pi q \quad (q \text{ 为整数}) \quad (3.96)$$

在本征值 γ_m 的具体形式为已知的情况下，由上述条件，可确定不同共振波型的频谱结构。

综上所述，有关谐振腔波型（模）特性的衍射理论的分析，归纳为对光波场的自洽衍射积分方程（3.88）或（3.89）式的求解问题，如能求出本征函数 E_m 和本征值 γ_m 的解，则有关共振波型（模）的场分布、腔损耗和频谱结构问题就随之得到解决。

3-6 平行平面腔的模特性

设考虑一个由两个相距为 L 的边长为 $2a$ 的方形反射镜所组成的平行平面谐振腔，如图 3-17 所示。由图可以看出，在这种情况下，应有

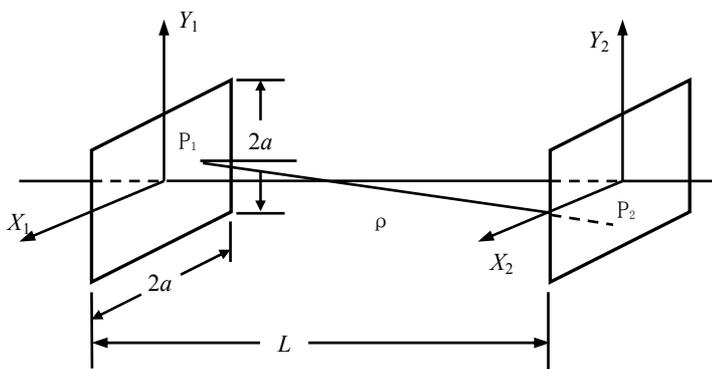


图 3-17 方形镜平行平面腔

$$\rho = [L^2 + (X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2]^{\frac{1}{2}}$$

的关系式。如 $L \gg a$ ，则上式可近似写为

$$\rho \approx L + \frac{1}{2L} [(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2]$$

将上式代入（3.88）式，可得方形镜平行平面腔共振波场的自洽衍射积分方程为

$$\gamma E(X_2, Y_2) = \frac{ik}{2\pi L} \int_{-a}^a \int_{-a}^a E(X_1, Y_1) e^{-ik[L + \frac{1}{2L} (X_2 - X_1)^2 + \frac{1}{2L} (Y_2 - Y_1)^2]} dX_1 dY_1 \quad (3.97)$$

可以看出，上式积分方程中的核对于变量 X 和 Y 是可以分离的，因此可以假设函数 $E(X, Y)$ 也是可以分离变量的，亦即

$$E(X, Y) = u(X)u(Y) \quad (3.98)$$

相应地假设

$$\gamma = \gamma^{(X)}\gamma^{(Y)}$$

将上式代入 (3.97) 式, 可得如下两个只含一维变量的积分方程:

$$\begin{aligned} \gamma^{(X)}u(X_2) &= \frac{e^{i(\frac{\pi}{4} - \frac{kL}{2})}}{\sqrt{2\pi L/k}} \int_{-a}^a u(X_1) e^{-\frac{ik}{2L}(X_2 - X_1)^2} dX_1 \\ \gamma^{(Y)}u(Y_2) &= \frac{e^{i(\frac{\pi}{4} - \frac{kL}{2})}}{\sqrt{2\pi L/k}} \int_{-a}^a u(Y_1) e^{-\frac{ik}{2L}(Y_2 - Y_1)^2} dY_1 \end{aligned} \quad (3.99)$$

上述两个方程相当于在 X (或 Y) 轴方向具有 $2a$ 宽度, 而在 Y (或 X) 轴方向无限延伸的一维反射镜平行平面腔的共振波场的自洽衍射积分方程。这样, 二维方形镜腔的问题即化为两个一维长窄带镜腔的问题。

由于这两个积分方程在形式上是完全相同的。因而它们的解形式上也应是相同的。只要对其中之一的积分方程求解, 如对第一个方程求得其本征函数和本征值的解为 $u_m(X)$ 和 $\gamma_m^{(X)}$, 则根据 (3.98) 式, 即可得出二维方形镜腔的本征函数和本征值的解, 即为

$$\begin{aligned} E_{mn}(X, Y) &= u_m(X)u_n(Y) \\ \gamma_{mn} &= \gamma_m^{(X)}\gamma_n^{(Y)} \end{aligned} \quad (3.100)$$

(3.99) 式的积分方程不能解析求解, 只能用数值积分的方法求解, 福克斯和厉 (A. G. Fox, T. Li) 用数值积分方法解出了这些方程。他们所采用的一种叠代法, 即假定在一个反射镜上有一初始的场分布, 利用 (3.99) 式的积分方程, 用数值积分方法解得光波场在另一反射镜上的场分布, 如此反复地叠代求解。经多次反复地求解而得的场分布将逐渐地趋向于一个稳定不变的场分布。这样的场分布便为谐振腔的一个横模。

无限长窄带镜谐振腔的横模通常用符号 TEM_m 表示, 它所对应的场分布为 $u_m(X)$ 。在图 3-18 中示出这种谐振腔的 TEM_1 横模的场分布。方形镜谐振腔的横模通常用符号 TEM_{mn} 表示, 它所对应的场分布为 $E_{mn}(X, Y) = u_m(X)u_n(Y)$ 。各个横模的序次系按

本征值 γ_m 和 γ_n 的大小排列，本征值最大的被排为最低次。因此损耗最低的横模是 TEM_{00} ，通常叫基模，次最低的横模是 TEM_{01} 或 TEM_{10} ，其余依次类推。

由图 3-18 可见，最低次模是一个准平面波，其振幅峰值位于反射镜中心，并向边缘逐渐下降；次低次模的振幅在反射镜中心为零，但仍具有平面波前，波场的振幅和相位分布的“波纹”数目取决于费涅尔数 N ，它定义为

$$N = \frac{a^2}{L\lambda} \tag{3.101}$$

费涅尔数是谐振腔的一个重要参数，下面我们还会看到，费涅尔数和谐振腔的衍射损耗有着直接的联系。

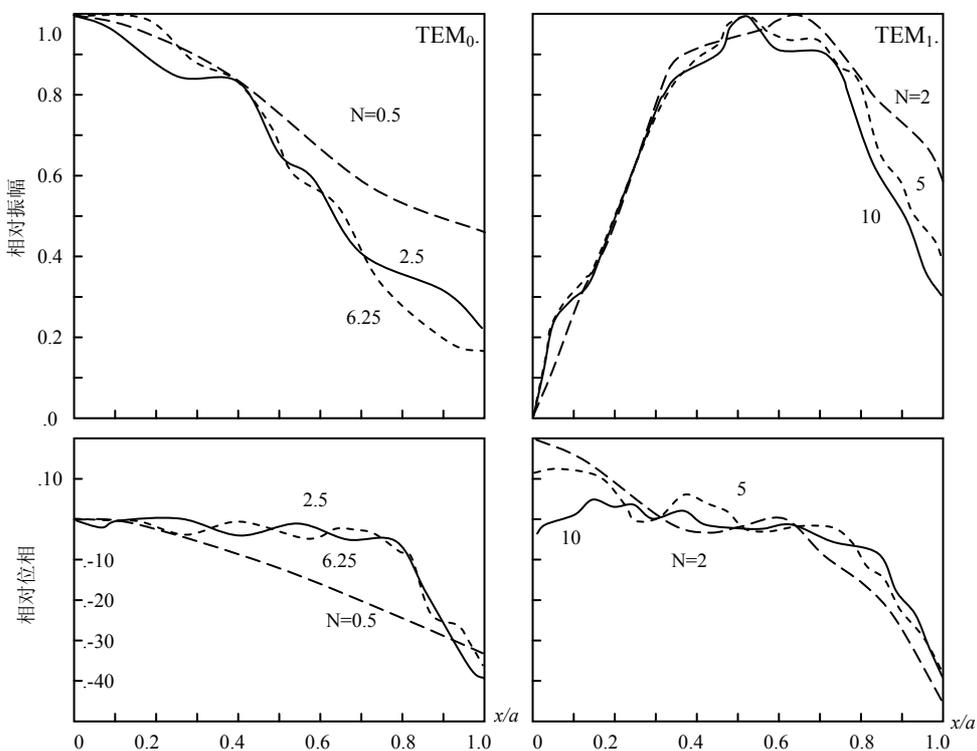


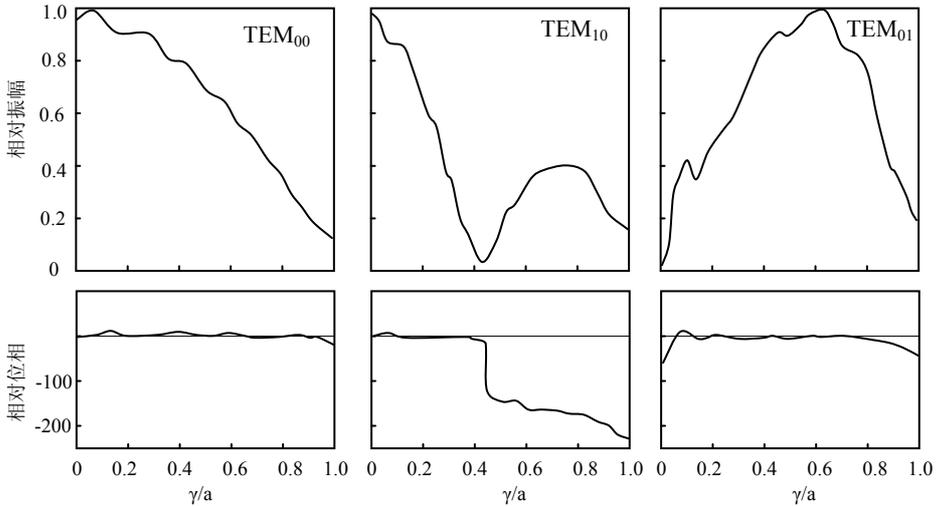
图 3-18 无限长窄带镜谐振腔的 TEM_0 和 TEM_1 模的场分布或表征的场分布

当平行平面腔由圆形平面镜组成时，场分布函数可写为如下形式：

$$E_{pl}(r, \phi) = R_{pl}(r)e^{-il\phi} \tag{3.102}$$

这里脚标 p 表示场分布的不同径向变化，而 l 则表示场分布按方位角以不同的正（余）

弦方式变化。在圆形镜腔中以 $E_{pl}(r, \phi)$ 称为 TEM_{pl} 波型或模，在圆形镜平行平面腔中，场分布函数同样不能解析求解，只能以数值积分方法解出。在图 3-19 示出由叠代法求得的这种谐振腔的三个低次模的场分布。这种谐振腔的横模除了按方位角呈现对称性外，与无限长窄带腔的颇为相似。



3-19 圆形镜平行平面腔的三个低次模的场分布 ($N=10$)

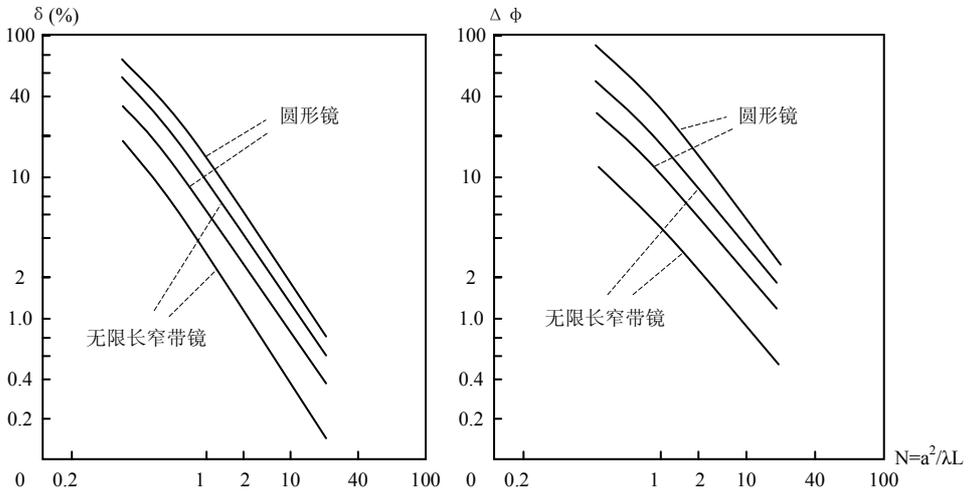


图 3-20 两种平行平面腔的一些低次模的单程衍射损耗 δ 和单程附加相移 $\Delta \phi$ 与费涅尔数 N 的关系

在图 3-20 中示出了上述谐振腔的一些低次模的单程衍射损耗 δ 和单程附加相移

$\Delta \phi$ (即由衍射所导致的相移, 不包括由几何路程 L 所决定的相移) 与费涅尔数的关系。由图中可以看出, 它们在对数坐标上近似为一直线, 同时, 和费涅尔数的大小成反比, 由此可以得出经验计算公式, 平行平面腔的基模衍射损耗可表之如下的式子:

$$\delta_{00} = 0.207 \left(\frac{L\lambda}{a^2} \right)^{1.4} = 0.207 N^{-1.4} \quad (N > 1 \text{ 时}) \quad (3.103)$$

由图中还可以看出, 不管是圆形镜腔还是无限长窄带镜腔, 基模的衍射损耗和附加相移都是最小, 它们将随着横模序次的增大而增大。

3-7 共焦腔的模特性

对于共焦球面镜, 基于惠更斯—费涅尔原理得到的光波场的自洽积分方程, 具有准确的解析函数解。下面我们分别对方形镜共焦腔和圆形镜共焦腔两种情况来讨论。

(一) 方形镜共焦腔

设所要讨论的谐振腔是由两个曲率半径相同 (均为 R) 的正方形球面镜 (边长均为 $2a$) 按共焦方式组成, 亦即 $R = L = b$ (见图 3-21) 这里的 b 专门用来表示共焦腔的腔长, 在共焦情况下, 两镜面上任意两点间的连线长度 ρ 可表示为

$$\rho = \left\{ \left[\sqrt{R^2 - (x_1^2 + y_1^2)} + \sqrt{R^2 - (x_2^2 + y_2^2)} - R \right]^2 + (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$$

因通常情况下, 反射镜间距大于镜面的横向尺寸, 故 ρ 可近似表示为

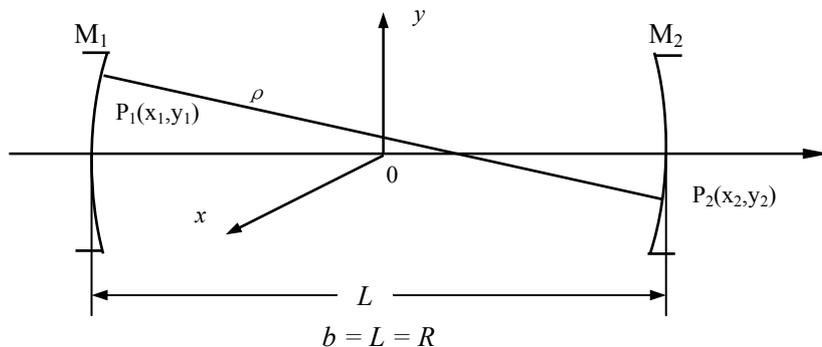


图 3-21 方形镜共焦球面腔

$$\rho \approx R - \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2}{R} = b - \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2}{b}$$

将上式代入 (3.88) 式, 可得方形镜共焦腔共振波场的自洽积分方程为

$$\gamma E(x_2, y_2) = \frac{i k e^{-i k b}}{2 \pi b} \int_{-a}^a \int_{-a}^a e^{i k \frac{(x_1 x_2 + y_1 y_2)}{b}} E(x_1, y_1) dx_1 dy_1 \quad (3.104)$$

与平行平面腔的情况相似, 假设镜面处的光波场分布函数是可以分离变量的, 亦即有

$$E(x, y) = F(x)G(y) \quad (3.105)$$

将上式代入自洽方程 (3.104), 并进一步作如下的参量变换:

$$X = \frac{x}{a}, \quad Y = \frac{y}{a}$$

则方程 (3.104) 可改写为如下形式:

$$\gamma F(X_2)G(Y_2) = i N e^{-i k b} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 e^{i 2 \pi N (X_1 X_2 + Y_1 Y_2)} F(X_1)G(Y_1) dX_1 dY_1 \quad (3.106)$$

式中 $N = \frac{a^2}{b \lambda}$ 为腔的费涅尔数。很明显, 上述二维变量的积分方程可进一步简化为两个一维变量的积分方程:

$$\begin{aligned} \sigma F(X_2) &= \int_{-1}^1 e^{i 2 \pi N X_1 X_2} F(X_1) dX_1 \\ \sigma' G(Y_2) &= \int_{-1}^1 e^{i 2 \pi N Y_1 Y_2} G(Y_1) dY_1 \end{aligned} \quad (3.107)$$

上面两个方程分别为沿 Y 轴和 X 轴方向无限伸长的窄带镜共焦腔的衍射场自洽积分方程。两个一维积分方程的本征值与原来二维方程的本征值之间有如下关系:

$$\gamma = \sigma \sigma' (i N e^{-i k b}) \quad (3.108)$$

由已有的数学理论可知, 满足上述条件的函数是一组长椭球函数, 它们满足如下的积分关系:

$$2i^m R_{0m}^{(1)}(c, l) S_{0m}(c, t) = \int_{-1}^1 e^{ict'} S_{0m}(c, t') dt', \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (3.109)$$

式中 $R_{0m}^{(1)}(c, l)$ 和 $S_{0m}(c, t)$ 分别为第一类径向长椭球函数和角向长椭球函数，它们均为实数。将 (3.107) 式与 (3.109) 式相比较，可以得出自洽积分方程 (3.107) 式的本征函数为：

$$\begin{aligned} F_m(X) &= S_{0m}(2\pi N, X), \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \\ G_n(Y) &= S_{0n}(2\pi N, Y), \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \end{aligned} \quad (3.110)$$

而相应的本征函数为

$$\begin{aligned} \sigma_m &= 2i^m R_{0m}^{(1)}(2\pi N, l) \\ \sigma_n &= 2i^n R_{0n}^{(1)}(2\pi N, l) \end{aligned} \quad (3.111)$$

将 (3.110) 式和 (3.111) 式的表示式分别代入 (3.105) 式和 (3.108) 式，可得方形镜共焦腔镜面处光波场的分布函数为

$$E_{mn}(X, Y) = S_{0m}(2\pi N, X) S_{0n}(2\pi N, Y) \quad (3.112)$$

相应的本征值为

$$\gamma_{mn} = 4NR_{0m}^{(1)}(2\pi N, l)R_{0n}^{(1)}(2\pi N, l)e^{i[\frac{\pi}{2}(m+n+1)-kb]} \quad (3.113)$$

由本征函数 E_{mn} 所表征的共振模称为 TEM_{mn} 模。由于角向长椭球函数为实数，故共振模在镜面处具有均匀的相位分布，其等相位与镜面本身重合，在 $N > 1$ 和近轴条件下 ($X^2, Y^2 \ll 1$)，本征函数 E_{mn} 可近似表示为

$$\begin{aligned} E_{mn}(X, Y) &\approx C_{mn} H_m(\sqrt{2\pi N} X) H_n(\sqrt{2\pi N} Y) e^{-\pi N(X^2 + Y^2)} \\ &= C_{mn} H_m\left(\sqrt{\frac{2\pi}{b\lambda}} x\right) H_n\left(\sqrt{\frac{2\pi}{b\lambda}} y\right) e^{-\frac{\pi}{b\lambda}(z^2 + y^2)} \end{aligned} \quad (3.114)$$

(上式的变量又还原为 x, y)

其中 C_{mn} 为常数因子， H_m 和 H_n 是厄米多项式，它具体表示为

$$H_0(\xi) = 1$$

$$H_1(\xi) = 2\xi$$

$$H_2(\xi) = 4\xi^2 - 2 \quad (3.115)$$

.....

$$H_n(\xi) = (-1)^n e^{\xi^2} \frac{d^n}{d\xi^n} e^{-\xi^2}$$

图 3-22 和图 3-23 中分别示出方形镜球面共焦腔的几个低次模的场分布和光斑图样。由图中可见，横模序数 m 和 n 正好对应于光波在 x 和 y 方向上为零的节点数。

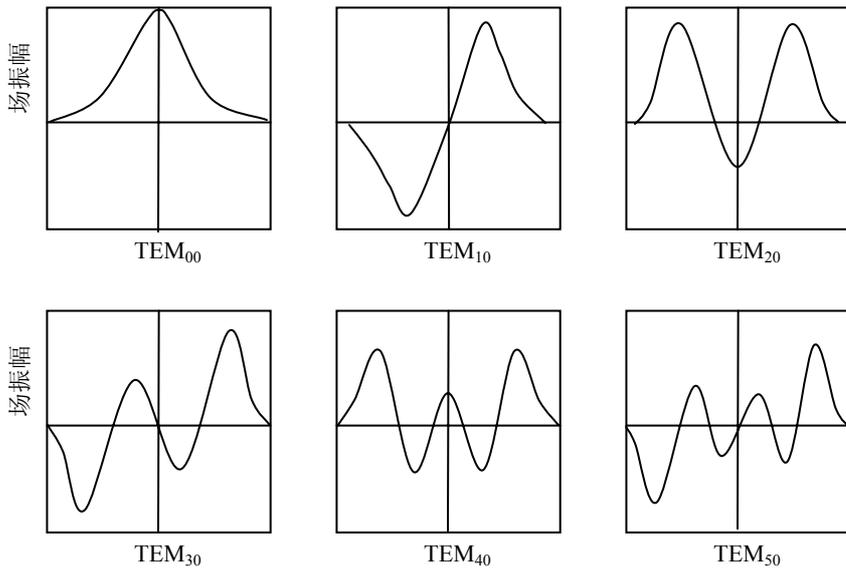


图 3-22 方形镜共焦腔的一些低次模的场分布

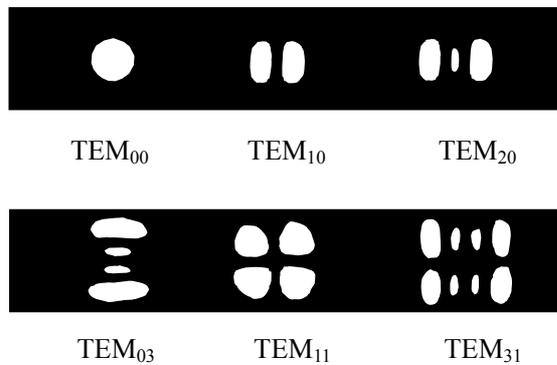


图 3-23 方形镜共焦腔的一些横模的光斑图样

由 (3.114) 式容易看出, 方形镜共焦腔 TEM_{00} 模在反射镜上的场分布为

$$E_{00}(X, Y) = C_{00} e^{-\frac{(X^2+Y^2)}{w^2}} \quad (3.116)$$

其中 $w = \sqrt{\frac{b\lambda}{\pi}}$ (3.117)

TEM_{00} 模的场分布是高斯型的。故 TEM_{00} 模常称之为高斯光束。 w 通常称为基模的光斑尺寸, 它定义为这样的一个离轴半径, 即 TEM_{00} 模的场振幅值, 在离开腔轴为 w 的圆周上, 下降至腔轴处的 $1/e$ 。

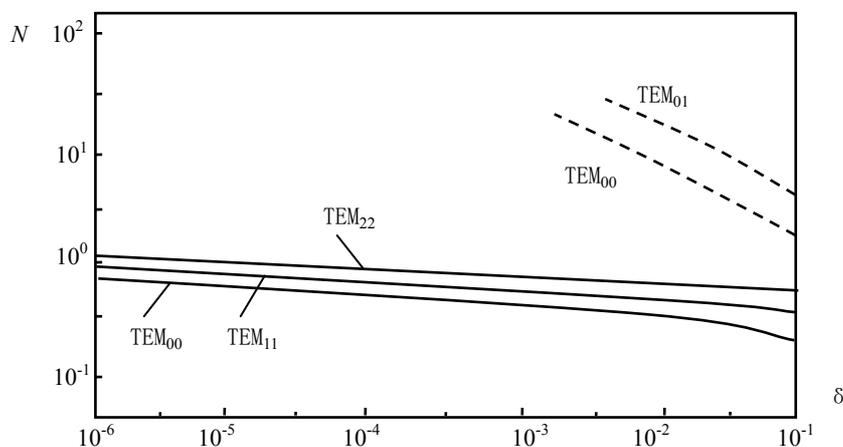


图 3-24 方形镜共焦腔的衍射损耗
(图中虚线为圆形镜平行平面腔的衍射损耗)

为求出方形镜共焦腔内各种共振模的单程衍射损耗, 由 (3.94) 和 (3.113) 式可得

$$\delta_{mn} = 1 - |\gamma_{mn}|^2 = 1 - [4NR_{0m}^{(1)}(2\pi N, l)R_{0n}^{(1)}(2\pi N, l)]^2 \quad (3.118)$$

图 3-24 示出边长为 $2a$ 的方形镜共焦腔不同共振模的能量损耗随 N 值的变化曲线。由图中可以看出, 与较大模序数 m 和 n 对应的模具有较大的损耗, 而当 N 值增大时, 所有横模的损耗均迅速随之减少, 对于基模来说, 近似有

$$\delta_{00} = 10.9 \times 10^{-4.94N} \quad (3.119)$$

当 $N = 1$ 时, $\delta_{00} = 1.25 \times 10^{-4}$ 。在图 3-24 的右上角还示出了由数值计算求解而得的圆形镜平行平面腔的两个低次模的单程衍射损耗, 它在数量级上显著地大于具有同样

N 值的共焦腔的单程衍射损耗。这是由于共焦腔情况下，大多数模的波场都分布在镜面中心附近，而所有模的等相位面与镜面本身重合，故衍射效应造成的损耗较小，对于平行平面腔来说，所有模的振幅均分布在镜面较大范围处，并且它们的等相位面严格说来均不同镜面重合，因此具有较大的衍射损耗。

为求出不同模的共振频率表示式，可按照干涉增强原理，即要求共振波场在腔内往返传播一次时的总相移为 2π 的整数倍，由公式 (3.113)，可得

$$2 \arg \gamma_{mn} = -2 \left[\frac{\pi}{2} (m+n+1) - kb \right] = 2\pi q \quad (q \text{ 为正整数})$$

由此可得共振频率的条件为

$$\nu_{mnq} = \frac{c}{2b} \left[q + \frac{1}{2} (m+n+1) \right] \quad (q \text{ 为正整数}) \quad (3.120)$$

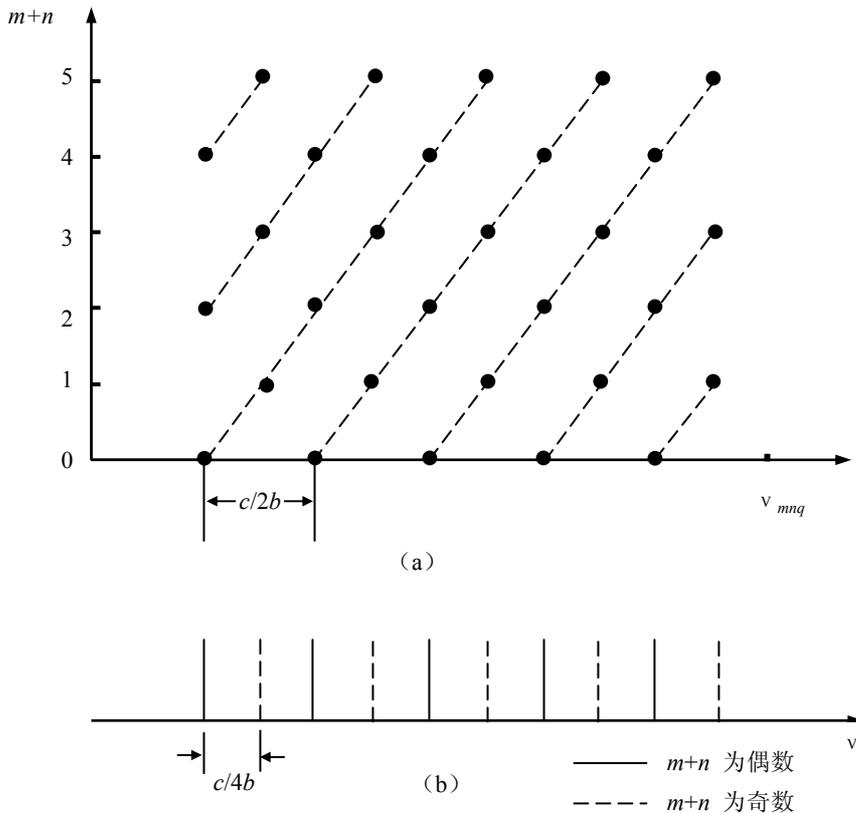


图 3-25 方形镜共焦腔的频谱结构：(a) 频谱点，(b) 频谱线

式中 c 为光速。由此可见，共振频率由 m 、 n 和 q 三个序数所决定，与频率 ν_{mnq} 对应的模可更全面地称为 TEM_{mnq} 模。

由 (3.120) 式可以看出，对于同样的 $(m+n)$ 值来说，与不同 q 值相对应的一系列共振频率的相邻间隔为

$$\Delta\nu_q = \nu_{mn(q+1)} - \nu_{mnq} = \frac{c}{2b} \quad (3.121)$$

另一方面，由 (3.120) 式可以看出，对于同样的 q 值而言，当模序数之和 $(m+n)$ 改变 1 时，二共振频率之差为

$$\Delta\nu_{mn} = \frac{c}{4b} \quad (3.122)$$

基于公式 (3.120)、(3.121)、(3.122) 可给出方形镜共焦腔的不同共振模的频谱结构，如图 3-25 所示。由图中可以看出，方形镜共焦腔具有分立的频谱结构，但却同时具有高度简并的频率特点，也就是说，对 $(m+n)$ 为偶数值的所有 TEM_{mn} 模而言，具有完全相同的一系列共振频率，其间隔为 $c/2b$ ；对 $(m+n)$ 为奇数值的所有 TEM_{mn} 模而言，也具有完全相同的一系列共振频率，其间隔亦为 $c/2b$ ；而两组共振频率之间又具有 $c/4b$ 的间隔。当共焦腔内大量共振模同时振荡时，总的共振频谱结构将表现为间隔为 $c/4b$ 的一系列分立的共振谱线。

(二) 圆形镜共焦腔

设现在所考虑的共焦腔是由两块相同的圆形球面镜所组成，球面镜的直径为 $2a$ ，在讨论圆形镜谐振腔时，采用圆柱坐标系较为方便。在圆坐标系中，有

$$X = r \cos \phi \quad Y = r \sin \phi$$

这里 r 为镜面上的径向坐标； ϕ 为方位角坐标（参看图 3-26）。

在此情况下，二镜面两点的距离 ρ 可近似表示为

$$\rho = R - \frac{X_1 X_2 + Y_1 Y_2}{R} = b - \frac{r_1 r_2}{b} \cos(\phi_1 - \phi_2)$$

将上式代入 (3.88) 式，可得圆形镜共焦腔共振波场的自洽积分方程为

$$\gamma E(r_2, \phi_2) = \frac{ike^{-ikb}}{2\pi b} \int_0^a \int_0^{2\pi} e^{ik \frac{r_1 r_2}{b} \cos(\phi_1 - \phi_2)} E(r_1, \phi_1) r_1 dr_1 d\phi_1 \quad (3.123)$$

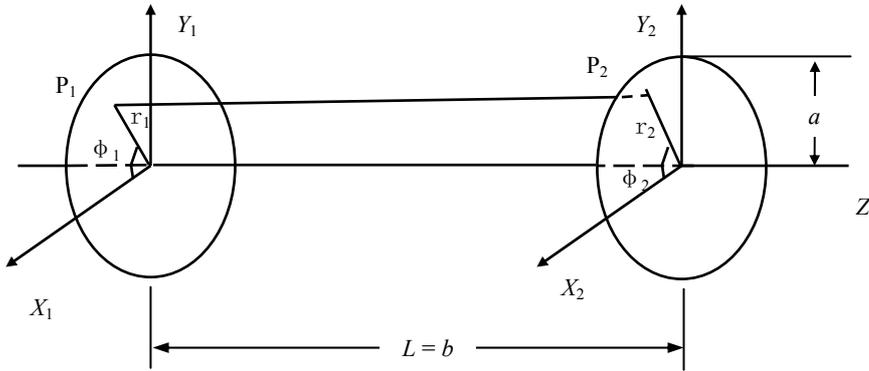


图 3-26 圆形镜共焦腔

该积分方程的本征函数可取如下形式：

$$E(r, \phi) = R_l(r) e^{il\phi} \quad (l \text{ 为正整数})$$

式中 $R_l(r)$ 为径向本征函数，将上述表示式代入 (3.123) 式，可得

$$\gamma R_l(r_2) e^{-il\phi_2} = \frac{ike^{-ikb}}{2\pi b} \int_0^a \left[\int_0^{2\pi} e^{ik\frac{r_1 r_2}{b} \cos(\phi_1 - \phi_2) - il\phi_1} d\phi_1 \right] R_l(r_1) r_1 dr_1$$

在上述方程两端乘上 $\sqrt{r_2}$ ，并利用如下的数学关系式

$$\int_0^{2\pi} e^{ik\frac{r_1 r_2}{b} \cos(\phi_1 - \phi_2) - il\phi_1} d\phi_1 = 2\pi e^{il(\frac{\pi}{2} - \phi_2)} J_l(k\frac{r_1 r_2}{b})$$

式中 J_l 为第一类第 l 阶贝塞尔函数，积分方程 (3.123) 最后写成如下形式：

$$\gamma R_l(r_2) \sqrt{r_2} = \frac{k}{b} (i)^{l+1} e^{-ikb} \int_0^a \sqrt{r_1 r_2} J_l\left(\frac{kr_1 r_2}{b}\right) R_l(r_2) \sqrt{r_1} dr_1 \quad (3.124)$$

由已有的数学理论可知，满足这种条件的函数是一组特殊定义的超椭圆函数系，并且在谐振腔的 N 值足够大的条件下，它们可近似表示为拉盖尔多项式与高斯分布函数乘积的形式，即有

$$R_{pl} = C_{pl} \left(\sqrt{\frac{2\pi}{b\lambda}} r \right)^l L_p^l \left(\frac{2\pi}{b\lambda} r^2 \right) e^{-\frac{\pi}{b\lambda} r^2} \quad (p \text{ 为正整数}) \quad (3.125)$$

式中 C_{pl} 为一常数因子； L_p^l 为缔合拉盖尔多项式，其具体形式为

$$L_0^l(\xi) = 1;$$

$$L_1^l(\xi) = l + 1 - \xi;$$

$$L_2^l(\xi) = \frac{1}{2}(l+1)(l+2) - (l+2)\xi + \frac{1}{2}\xi^2 \quad (3.126)$$

.....

$$L_p^l(\xi) = \frac{e^{\xi} \xi^{-l}}{p!} \frac{d^p}{d\xi^p} (e^{-\xi} \xi^{p+l})$$

由本征函数 $E_{pl}(r, \phi) = R_{pl}(r)e^{-il\phi}$ 所表征的模可称为圆形镜共焦腔的 TEM_{pl} 模, 由上述本征函数表达式可知, 基模在反射镜上的场分布为

$$E_{00}(r, \phi) = C_{00}e^{-r^2/w^2} \quad (3.127)$$

它和方形镜共焦腔的基模是完全相同的 (参看 (3.116) 式)。在图 3-27 中示出圆形镜共焦腔的一些较低模的光斑图样。

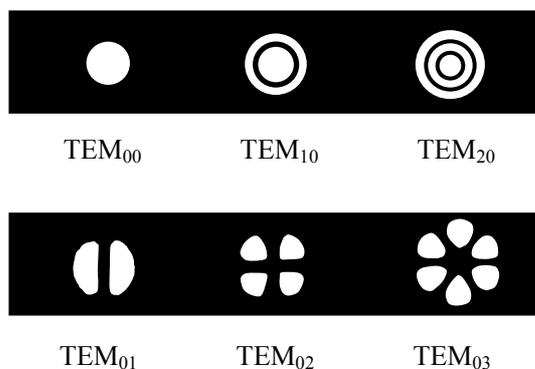


图 3-27 圆形镜共焦腔的一些低次模的光斑图样

在腔的 N 值足够大的条件下, 与本征函数 (3.125) 式相应的本征值解为

$$\gamma_{pl} = e^{-i[kb - \frac{\pi}{2}(2p+l+1)]} \quad (3.128)$$

因为本征值的模量 $|\gamma_{pl}|^2 = 1$, 故衍射损耗 $\delta = 1 - |\gamma_{pl}|^2 = 0$, 这是因为 (3.125) 式和 (3.128) 式均在自洽积分方程的径向积分限开拓至无限大的情况下所得的结果。谐

振腔的实际衍射损耗应由严格的本征值解求得。圆形镜共焦腔的衍射损耗要比方形镜稍大一些，在 $N=1$ 的情况下 $\delta_{00} \approx 5 \times 10^{-6}$ 。

腔的共振频率可由近似解 (3.128) 式求得，这和严格解求得的结果是相同的，利用干涉加强条件，可得共振频率的表示式为

$$\nu_{plq} = \frac{c}{2b} \left[q + \frac{1}{2}(2p+l+1) \right] \quad (q \text{ 为正整数}) \quad (3.129)$$

(四) 共焦腔的行波场特性

到现在为止，我们已求出了不同共振模在镜面处的场分布特征，为进一步研究共振模场沿共振腔轴线 (Z 轴) 方向上的变化特性，我们仍可基于惠更斯—费涅尔原理，从一个镜面上已知的场分布出发确定沿 Z 轴方向其它任意截面上的场分布情况。在腔的 N 值较大的情况下，由上述考虑所得出的方形镜共焦腔的 TEM_{mn} 模在腔内或腔外任一 Z 处的场分布函数为

$$E_{mn}(X, Y, Z) = C_{mn} \frac{\omega_0}{\omega} H_m \left(\frac{\sqrt{2}}{\omega} X \right) H_n \left(\frac{\sqrt{2}}{\omega} Y \right) e^{-\frac{r^2}{w^2}} e^{-i \left[\frac{2\pi}{\lambda} (Z + \frac{r^2}{2R^*}) - \Delta\phi \right]} \quad (3.130)$$

式中

$$r^2 = X^2 + Y^2 \quad (3.131)$$

$$w = \sqrt{\frac{\lambda}{2\pi} \frac{b^2 + 4Z^2}{b}} \quad (3.132)$$

$$R^* = \frac{b^2 + 4Z^2}{4Z} \quad (3.133)$$

$$\Delta\phi = (m+n+1) \tan^{-1} \frac{\lambda Z}{\pi w_0^2} \quad (3.134)$$

该式以谐振腔的中心为 $Z=0$ 而求得的，它在任意 Z 处均适用。由 (3.130) 式可以看出，行波场在腔轴附近具有球面波前的特点。式中 w 、 R^* 和 $\Delta\phi$ 均为 Z 的函数，它们分别为任意处行波场的基模光斑尺寸、波前曲率半径和由于光波衍射引起的附加相位因子， w_0 为 $Z=0$ 处的基模光斑尺寸。

类似地，圆形镜共焦腔的 TEM_{pl} 模的行波场可表示为

$$E_{pl}(r, \phi, Z) = C_{pl} \frac{w_0}{w} \left(\frac{\sqrt{2}}{w} r\right)^2 L_p^l \left(\frac{2r^2}{w^2}\right) e^{-\frac{r^2}{w^2}} e^{-il\phi} e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}(Z+r^2/2R^*)-\Delta\phi} \quad (3.135)$$

式中振幅部分的 $e^{-il\phi}$ 项，具体计算时取其实部 $\cos l\phi$ 。

$$\Delta\phi = (2p + l + 1) \tan^{-1} \frac{\lambda Z}{\pi w_0^2} \quad (3.136)$$

这里 w 和 R^* 与 (3.132) 式和 (3.133) 式完全相同。

在 (3.130) 式和 (3.135) 式中我们可以看到横模的行波场振幅的函数形式在 Z 轴的任一截面上都是相同的，这表明在 Z 轴的任一截面上激光束的光斑图样都是相同的，此外，由 (3.132) 式和 (3.133) 式还可以看到，对于一个给定波长 λ 的行波场的基模光斑尺寸和波前曲率半径，两者均由一个参数 b 所完全确定， b 值通常叫做光束的共焦参数。在图 3-28 中示出共焦腔行波场的基模光斑尺寸和波前曲率半径沿 Z 轴的变化规律。 w 在 $Z=0$ (即谐振腔的中心) 处有一最小值，该值为

$$w_0 = \sqrt{\frac{b\lambda}{2\pi}} \quad (3.137)$$

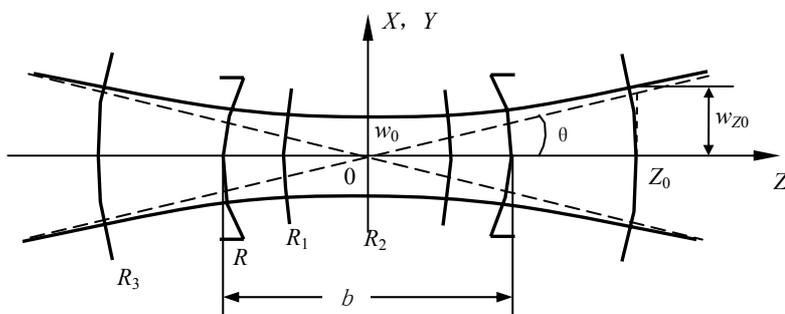


图 3-28 共焦腔行波波前曲率半径和基模光斑尺寸随 Z 的变化

$Z=0$ 处通常称作光束的束腰，即光束的最细部位。由 (3.137) 式可知， b 值越小，束腰越小。利用 (3.137) 式，(3.132) 式和 (3.133) 式可改写为

$$w^2 = w_0^2 \left[1 + \left(\frac{\lambda Z}{\pi w_0^2} \right)^2 \right] \quad (3.138)$$

$$R^* = Z[1 + (\frac{\pi w_0^2}{\lambda Z})^2] \quad (3.139)$$

由 (3.138) 可以看出, w 按双曲线规律随 Z 变化。在距离腔中心足够远的平面内

$$w(Z \rightarrow \infty) \approx \frac{\lambda Z}{\pi w_0}$$

将上述光斑尺寸除以距离 Z , 可得基模的远场发散角为

$$\theta = \frac{w(Z \rightarrow \infty)}{Z} = \frac{\lambda}{\pi w_0} \quad (3.140)$$

由 (3.140) 式可知, 基模的束腰越小, 则其发散角越大。

由 (3.132) 式可求得, 镜面处基模的光斑尺寸为 $w_M = \sqrt{\frac{b\lambda}{\pi}}$, 这就是 (3.127)

式所得结果。

由 (3.133) 式不难看出, 波前曲率半径在 $Z = 0$ 和 $Z \rightarrow \infty$ 处均为无穷大, 而在 $Z = \pm \frac{b}{2}$ 处, 即镜面处则为最小值, 其值为 $R^* = b = R$, 即与镜面的曲率半径相等, 也就是说, 共振模行波场在镜面处的波前是完全和镜面相重合的。

3-8 传播圆

在上节中我们已经分析了共焦腔共振模的行波场的特性, 并导出了描写这种行波场传播特性的有关公式。

在此基础上, 我们引入一种传播圆的作图方法。利用这种方法可以简便地确定共焦腔的行波场的传播特性。

如图 3-29 所示, 设我们有一个共焦腔, 其腔长为 b 。首先我们以 $Z = 0$ (即共焦腔的中心) 为圆心, 以共焦腔的腔长为直径作一圆称之为共焦腔的 σ_b 圆, 这个圆与谐振腔的两个反射镜相切。过 $Z = 0$ 点作一条腔轴的垂线, 它与 σ_b 圆相交于 F 和 F' 。这两点称之为该共焦腔的侧焦点。 F 和 F' 的连线称之为侧焦距, 其值等于 b 。过 F 、 F' 和 P 点 (腔轴上的任意点) 作一个圆, 称之为 σ 圆, 则可以证明, 该 σ 圆的直径正

由上面两式，可得

$$b' = \frac{b^2 + 4Z^2}{2b} \quad (3.141)$$

将该式代入如下的关系式：

$$w = \sqrt{\frac{b'\lambda}{\pi}} \quad (3.142)$$

即可得 (3.132) 的关系式， b' 为 P 点处的 π 圆的直径，它可以作 π 圆求得。求得 b' 后，再将其代入 (3.142) 式，即可求 P 点处的基模光斑尺寸 w 。

综上所述可知，我们可以通过作 σ 圆和 π 圆的方法，简便地确定共焦腔的共振模行波场的传播特性。因此， σ 圆和 π 圆图总称为传播圆。

从上述传播圆的作图法可知，对于任一确定的共焦腔来说，与其共振模行波场的各处波前相对应的所有 σ 圆，和各处基模光斑对应的所有 π 圆，均相交于两个侧焦点 F 和 F'。因而，这两侧焦点也就完全地决定了共焦腔的横模结构及其传播特性。

一个共焦腔的侧焦点可以用不同的方法来确定，如已知该共焦腔共振模行波场在 Z 轴上任意处的波前曲率半径和基模光斑尺寸，或任意两处的波前曲率半径或基模光斑尺寸，那么我们均可通过作相应的 σ 圆和 π 圆，求出它们的相交点，即可确定该共焦腔的侧焦点，进而可以求出整个行波场的传播特性。

总之，利用传播圆的作图方法，我们可以十分简便地分析共焦腔共振模行波场的传播特性。

3-9 一般球面镜谐振腔的模特性

基于共焦腔共振模的行波场的传播特性，我们进一步来讨论一般球面镜腔的模特性。

(一) 一般球面镜腔与共焦腔的等效性

由传播圆的特性，我们可以作出如下的一个重要的推论，以一定侧焦点表征的行波场，既可以由一定的共焦腔来产生，也可以由一系列等效的球面镜腔来产生。如图 3-30 所示，它们是由这样的任意一对反射镜所组成，这些反射镜的曲率半径与其所在处的 σ 圆的直径是等同的。这一推论的正确性是不难证明的。因为这球面镜腔的反射镜的曲率半径等同于它们所在处的 σ 圆的直径，因而与传播至该处的行波场的波前相重合的。这一行波场被其反射后，当它刚离开这些反射镜时，其波前仍应和反射镜面

相重合，因而和刚入射时的波前相重合。显然，入射前后的基模光斑尺寸也是相等的。因此，由传播圆的特性可知，反射回来的行波场和入射的行波场，只是传播方向相反而已。这样的一种行波场，在上述任意一对球面反射镜面来回反射传播时，便形成谐振腔的共振模，而这些谐振腔的共振模的行波场则显然是同一的。这就证明了上述推论的正确性。

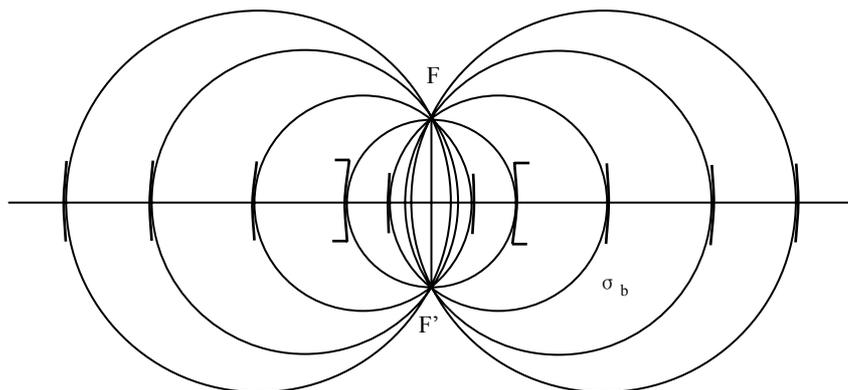


图 3-30 共焦腔及其等效球面镜腔

这一推论的反命题显然也是正确的，即任一球面镜谐振腔的共振模的行波场，也可以用一等效共焦腔的共振模的行波场来描写。因此，为了确定一般球面镜谐振腔共振模的行波场特性，关键的问题是，先要确定一个与其等效的共焦腔。对于任一给定的一般球面镜谐振腔，如图 3-31 所示，由曲率半径为 R_1 和 R_2 的两反射镜所组成。如在这一腔内能够形成稳定的共振模，则这个共振模的波场在两反射镜处的波前应与镜面重合，即波前的曲率半径分别为 R_1 和 R_2 。作两镜面处行波场的波前所对应的 σ_1 圆和 σ_2 圆，如果这两个 σ 圆相交，则两圆的交点即为该球面腔的等效共焦腔的侧焦点 F 和 F' 。确定了等效共焦腔的侧焦点，也就可以确定等效共焦腔的行波场，因而也就可以确定与其相应的一般球面镜腔的共振模的行波场，因为后者的行波场与它的等效共焦腔的行波场是完全相同的。

上面所述的情况，是指谐振腔的两个反射镜所对应的 σ_1 圆和 σ_2 圆相交的情况，在这种情况下，总是可以确定谐振腔的稳定的共振模的行波场。相反地，如果谐振腔的这两个 σ 圆不相交，则就无法找出和它等效的共焦腔，因而也就得不到稳定的共振

模的行波场。在 3-4 节中我们已经介绍过利用 σ 圆作图法判断谐振腔的稳定性的方法。在那里 σ 圆的定义和这里所用的是完全相同的，而且也是利用谐振腔的两个反射镜所对应的 σ_1 圆和 σ_2 圆是否相交作为谐振腔是否稳定的判据。由上所述可知，所谓谐振腔的稳定与否，也就意味着在给定的谐振腔中能否形成稳定的共振模场，能够形成稳定共振模场的稳定谐振腔，否则，谐振腔是不稳定的。

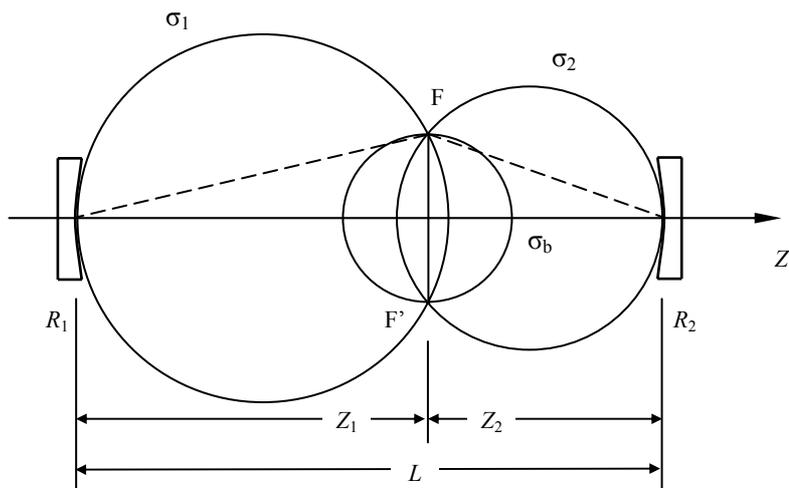


图 3-31 一般球面镜腔及其等效共焦腔

(二) 一般球面镜腔的行波场和横模特性

一般稳定球面腔的行波场可用 (3.130) 式或 (3.135) 式来描写，只是这时行波场的光束参数 b 应为其等效共焦腔的侧焦距或腔长。根据图 3-31 所示的几何关系，我们不难求得：

$$b = \sqrt{4Z_1(R_1 - Z_1)} \quad \text{或} \quad b = \sqrt{4Z_2(R_2 - Z_2)} \quad (3.143)$$

$$Z_1 = \frac{L(R_2 - L)}{R_1 + R_2 - 2L} \quad (3.144)$$

$$Z_2 = \frac{L(R_1 - L)}{R_1 + R_2 - 2L} \quad (3.145)$$

此处 Z_1 和 Z_2 分别为等效共焦腔的中心至两反射镜的距离。

将 (3.143)、(3.144) 和 (3.145) 式代入 (3.132)、(3.137) 和 (3.140) 式，我

们可求出一般球面镜上和光束腰部的光斑尺寸及发散角的表达式为

$$w_1^4 = \left(\frac{\lambda}{\pi}\right)^2 \frac{LR_1^2(R_2 - L)}{(R_1 - L)(R_1 + R_2 - L)} \quad (3.146)$$

$$w_2^4 = \left(\frac{\lambda}{\pi}\right)^2 \frac{LR_2^2(R_1 - L)}{(R_2 - L)(R_1 + R_2 - L)} \quad (3.147)$$

$$w_0^4 = \left(\frac{\lambda}{\pi}\right)^2 \frac{L(R_1 - L)(R_2 - L)(R_1 + R_2 - L)}{(R_1 + R_2 - 2L)^2} \quad (3.148)$$

$$\theta^4 = \left(\frac{\lambda}{\pi}\right)^2 \frac{(R_1 + R_2 - 2L)^2}{L(R_1 - L)(R_2 - L)(R_1 + R_2 - L)} \quad (3.149)$$

由上面这些表达式，我们可得出几种常用谐振腔的简化表达式：

(1) 共焦腔 ($R_1 = R_2 = L$)

$$w_1^2 = w_2^2 = \frac{\lambda L}{\pi} \quad (3.150a)$$

$$w_0^2 = \frac{\lambda L}{2\pi} \quad (3.150b)$$

$$\theta^2 = \frac{2\lambda}{\pi L} \quad (3.150c)$$

(2) 平凹腔 ($R_1 = \infty, R_2 = R$)

$$w_1^4 = w_0^4 = \left(\frac{\lambda}{\pi}\right)^2 L(R - L) \quad (3.151a)$$

$$w_2^4 = \left(\frac{\lambda}{\pi}\right)^2 \frac{LR^2}{R - L} \quad (3.151b)$$

$$\theta^4 = \left(\frac{\lambda}{\pi}\right)^2 \frac{1}{L(R - L)} \quad (3.151c)$$

(3) 一般球面镜对称腔 ($R_1 = R_2 = R$)

$$w_1^4 = w_2^4 = \left(\frac{\lambda}{\pi}\right)^2 \frac{LR^2}{2R - L} \quad (3.152a)$$

$$w_0^4 = \left(\frac{\lambda}{\pi}\right)^2 \frac{L(2R-L)}{4} \quad (3.152b)$$

$$\theta^4 = \left(\frac{\lambda}{\pi}\right)^2 \frac{4}{L(2R-L)} \quad (3.152c)$$

共焦腔是一般球面镜对称腔的一种特殊情况，由(3.152a)式不难得出，它是一般对称谐振腔中反射镜上光斑尺寸最小的一种谐振腔。在相同腔长的情况下，平凹腔的光斑尺寸 w_2 则又要比一般对称腔的 w_2 来得大(参看(3.151)和(3.152)式)。

为了更好地看出一般球面镜谐振腔的反射镜上的光斑尺寸和谐振腔结构之间的关系，我们将(3.146)和(3.147)式改写成如下的形式：

$$\frac{w_1}{w_{1S}} = \sqrt[4]{\frac{L(R_2-L)}{(R_1-L)(R_1+R_2-L)}} \quad (3.153)$$

$$\frac{w_2}{w_{2S}} = \sqrt[4]{\frac{L(R_1-L)}{(R_2-L)(R_1+R_2-L)}} \quad (3.154)$$

$$\text{式中 } w_{1S} = \sqrt{\frac{\lambda R_1}{\pi}}, \quad w_{2S} = \sqrt{\frac{\lambda R_2}{\pi}}$$

w_1/w_{1S} 和 w_2/w_{2S} 称为相对光斑尺寸。图 3-32 中示出两反射镜上的相对光斑尺寸随腔长的变化关系曲线。由图中可以看出，当 $L \rightarrow 0$ 时， w_1/w_{1S} 和 w_2/w_{2S} 均趋于零；当 $L \rightarrow R_1$ 时(在 $R_2 > R_1$ 的情况下)， $w_2/w_{2S} \rightarrow 0$ ，而 $w_1/w_{1S} \rightarrow \infty$ ；在 $R_1 < L < R_2$ 区域内，谐振腔是不稳定的；当 $L > R_1$ 和 $L \rightarrow R_2$ 时， $w_1/w_{1S} \rightarrow 0$ ，而 $w_2/w_{2S} \rightarrow \infty$ ；当 $L \rightarrow R_1 + R_2$ 时， w_1/w_{1S} 和 w_2/w_{2S} 两者均趋向无穷大；而当 $L > R_1 + R_2$ 时，谐振腔双处于不稳定区。 $L < 0$ 的区域相当于凸面镜腔的情况，也是属于谐振腔的不稳定区域。

由上所述可知，在谐振腔的稳定区内，两反射镜上的光斑尺寸均为有限值。在邻近不稳定区的边缘域内，至少有一个反射镜上的光斑尺寸趋向无穷大，或是两反射镜上的光斑尺寸同时趋向零。前一情况相当于谐振腔的衍射损耗迅速地增大，这是因为谐振腔内的有限尺寸的反射镜将无法容纳大光斑尺寸的光束，光束的相当大的一部分

逸出腔外；后一情况相当于在腔内难以形成稳定的共振波场，由此可以推知，谐振腔的不稳定区是一些高衍射损耗区，在其中不能形成稳定的共振波场。

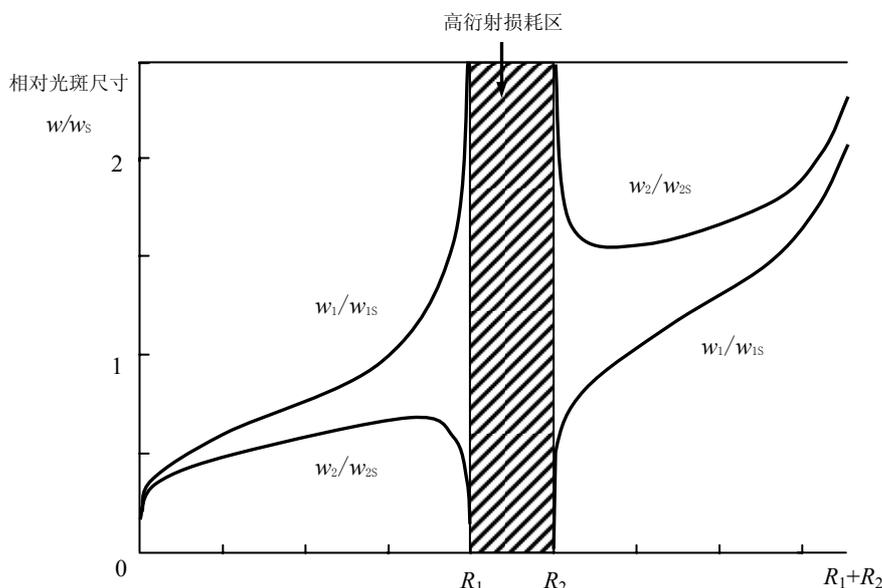


图 3-32 一般球面镜腔两反射镜上相对光斑尺寸随腔长的变化

上面我们着重讨论了基模的特性。对于其他序数的横模来说，其行波场的波前特征与基模是完全相同的。所不同的是，它们的光场分布各有自己的特征（参看图 3-23 和图 3-27）。由此相应的不同序数横模的光斑尺寸也是不同的。与基模光斑尺寸的定义类似，我们定义各种横模的光斑尺寸为其横向光场分布中距离光轴最远的光场花瓣的场振幅降至其最大值的 $1/e$ 处至光轴的最大距离。按此定义可知，各种横模的光斑尺寸随模序数的增大而增大，但其定量关系比较复杂。对于 TEM_{mn} 模来说，计算可得， TEM_{10} 和 TEM_{20} 模的光斑尺寸分别约为基模光斑尺寸 w 的 1.5 倍和 1.84 倍；较高序数 (m, n) 横模的光斑尺寸可近似表达为

$$w_m = \sqrt{2m+1}w; \quad w_n = \sqrt{2n+1}w \quad (3.155)$$

式中 w_m 和 w_n 分别为 X 和 Y 方向的光斑尺寸。

与此相应的，较高序数横模的远场发散角可近似表达为

$$\theta_m = \sqrt{2m+1}\theta, \quad \theta_n = \sqrt{2n+1}\theta \quad (3.156)$$

综上所述可知，从光能在空间上的分布来看，在各种横模中均较基模分散，因此，基

模光束是激光能量在空间上最集中的一种光束。这就是为什么在许多激光应用中都希望从激光器获得基模输出的一个主要原因。

(三) 一般球面镜腔的共振频率

一般球面镜谐振腔的共振频率决定于行波场在谐振腔两镜间多次来回反射时必须满足的共振条件,即要求其在两个反射镜上的位相改变必须是 π 的整数倍。对于方形镜球面谐振腔,其在两反射镜上位相,由(3.134)和(3.137)式可得

$$\phi_1 = -\frac{2\pi}{\lambda}Z_1 - \Delta\phi_1 = -\frac{2\pi}{\lambda}Z_1 - (m+n+1)\tan^{-1}\frac{2Z_1}{b}$$

$$\phi_2 = \frac{2\pi}{\lambda}Z_2 - \Delta\phi_2 = \frac{2\pi}{\lambda}Z_2 - (m+n+1)\tan^{-1}\frac{2Z_2}{b}$$

由共振条件

$$\phi_2 - \phi_1 = \pi q$$

则有

$$q = \frac{2L}{\lambda} - \frac{1}{\pi}(m+n+1)\tan^{-1}\frac{2b(Z_1+Z_2)}{b^2-4Z_1Z_2}$$

利用(3.143)、(3.144)和(3.145)式和 $v = \frac{c}{\lambda}$ 的关系,经过一些代数运算,最后可

得方形镜球面谐振腔的 TEM_{mnq} 模的共振频率为

$$v_{mnq} = \frac{c}{2L}\left[q + \frac{1}{\pi}(m+n+1)\cos^{-1}\sqrt{g_1g_2}\right] \quad (3.157)$$

其中

$$g_1 = 1 - \frac{L}{R_1}, \quad g_2 = 1 - \frac{L}{R_2}$$

下面我们给出几种常用谐振腔的共振频率公式:

(1) 平行平面腔 ($g_1=1, g_2=1$)

$$v_q = \frac{c}{2L}q \quad (3.158)$$

(2) 共焦腔 ($g_1=0, g_2=0$)

$$\nu_{mnq} = \frac{c}{4L} [2q + (m+n+1)] \quad (3.159)$$

(3) 平凹腔

$$\nu_{mnq} = \frac{c}{2L} \left[q + \frac{1}{\pi} (m+n+1) \cos^{-1} \sqrt{1 - \frac{L}{R}} \right] \quad (3.160)$$

(4) 对称球面腔

$$\nu_{mnq} = \frac{c}{2L} \left[q + \frac{1}{\pi} (m+n+1) \cos^{-1} \left(1 - \frac{L}{R} \right) \right] \quad (3.161)$$

由 (3.157) 式可以看出, 对于各种 TEM_{mnq} 模, 当横模序数之和 ($m+n$) 为一定时, 与不同纵模序数 q 对应的为一系列分立的共振频率, 其频率间隔为 $\Delta\nu = c/2L$; 对于具有相同 ($m+n$) 值的模, 其共振频率的频谱是相同的; 而对于具有不同 ($m+n$) 值的模, 一般说来, 其共振频率的频谱是不同的, 或者说, 这些模的频谱是非简并的, 但当谐振腔的几何参数的选择, 使得

$$\cos^{-1} \sqrt{\left(1 - \frac{L}{R_1}\right)\left(1 - \frac{L}{R_2}\right)} = \frac{\pi}{l} \quad (l \text{ 为一正整数}) \quad (3.162)$$

时, 则 (3.157) 式可改写为

$$\nu_{mnq} = \frac{c}{2Ll} [lq + (m+n+1)] \quad (3.163)$$

由此不难看出, 若 ($m+n$) 值增大 1, 而 q 值减小 1, 则共振频率保持不变, 也就是说, 有若干个横模对应于一组相同的共振频率。我们称这们的模为简并模。在共焦腔的情形中, $R_1 = R_2 = L$, 由 (3.162) 式可知 $l=2$, 此时对应于 ($m+n$) 值相差 $l=2$ 的那些横模的各组共振频率是相同的, 因此共焦腔的模是简并的。满足 (3.162) 式的谐振腔通常称为“模简并谐振腔”或者称为“重入谐振腔”。可以证明, 在模简并谐振腔中, 一光线经过 l 次来回传播之后将重新折回原来的光路上去, “重入谐振腔”即以此而得名。

对于圆形镜球面谐振腔来说, 只要把上面描写 TEM_{mnq} 模的有关共振频率的 ($m+n$) 改为 ($2p+l$) (参看 (3.134) 和 (3.136) 式) 即可得出描写圆形镜的 TEM_{plq}

模的共振频率的全部有关公式。

(四) 一般球面镜腔的衍射损耗一般较为复杂, 这里我们仅给出有关的结论, 并主要讨论对称球面腔和平凹腔的情况 (因这两种结构使用较多, 因而作为典型来讨论)。激光器中谐振腔的衍射损耗与反射镜的曲率半径 (R) 和两镜的间距 (L) 有关

(通常用衍射损耗与 $g = 1 - \frac{L}{R}$ 的关系来描写), 同时还与谐振腔的费涅尔数 $N = \frac{a^2}{L\lambda}$

有关。在图 3-33 和图 3-34 中示出了圆形镜腔的这种关系。图 3-33(a)和图 3-34(a)表示 TEM_{00} 模在谐振腔中单程传播的衍射损耗 δ_{00} 与费涅尔数 N 和 g 值的关系。图 3-33(b)和图 3-34(b)表示 TEM_{01} 模和 TEM_{00} 模衍射损耗的比值 δ_{01}/δ_{00} 与费涅尔数 N 的关系, 图中虚线表示 TEM_{00} 模的衍射损耗为定值时 TEM_{01} 模和 TEM_{00} 模的衍射损耗的比值与 g 值 (对应不同的 N 值) 的关系。由这些图中可以看出, 第一, 在 N 值相同的情况下, 衍射损耗随 g 值的减小而降低, 与 $g = 0$ 对应的共焦腔衍射损耗最小, 与 $|g| = 1$ 对应的平行平面腔和共心腔衍射损耗最大; 第二, 当腔的费涅尔数增大时, 各种腔的衍射损耗都减小, 当 $N > 10$ 时, 各种腔的衍射损耗实际上均可忽略; 第三, 衍射损耗随横模的序数而增大, 平凹腔的衍射损耗要比对称腔来得大。

上述谐振腔衍射损耗的特性可以用反射镜的有效半径 a 和反射镜上基模光斑尺寸 w 的比值的大小更直观地说明, 在共焦腔情况下, 费涅尔数可表示为

$$N = \frac{a^2}{L\lambda} = \frac{a^2}{\pi w^2} \quad (3.165)$$

由此不难明白, a/w 越大, 反射镜的有限孔径所引起的衍射损耗越小, 在共焦腔的情况中, 只要我们选取反射镜的有效半径 a 为适当大的值, 一般地可选择

$$a = \sqrt{\pi} w \quad (3.166)$$

则此时 $N = 1$, 由图 3-33 可看出, δ_{00} 约为 5×10^{-4} 。这样的低损耗在实际的激光器中已是可忽略的了。

对于其他结构的谐振腔, 我们可以推广共焦腔的 (3.165) 式的关系式, 定义一个等效费涅尔数

$$N^* = \frac{a^2}{\pi w^2} \quad (3.167)$$

只是这里 w 应为给定谐振腔反射镜上的基模光斑尺寸。同时, 仍可利用 (3.166) 式

所示的关系（相当于 $N^*=1$ ）来判定谐振腔的衍射损耗的一个可允许的大致界限。

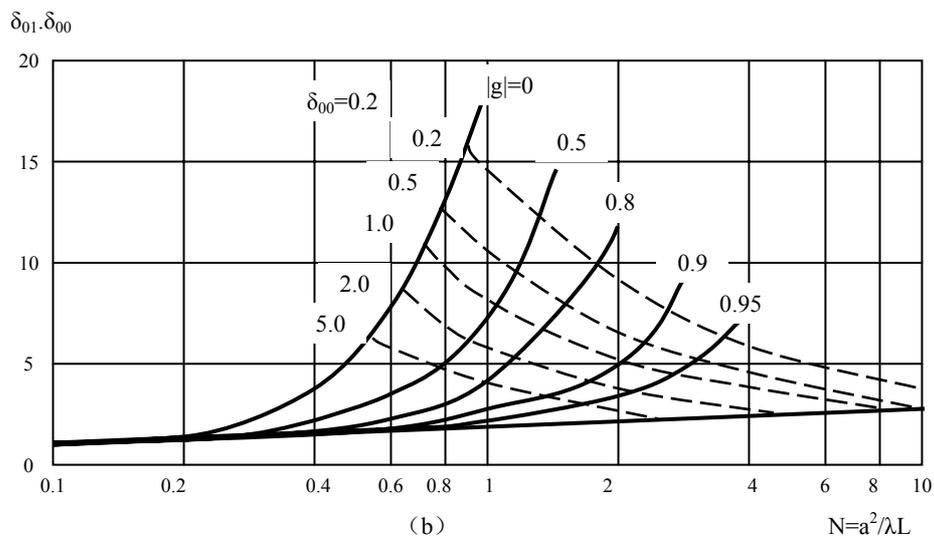
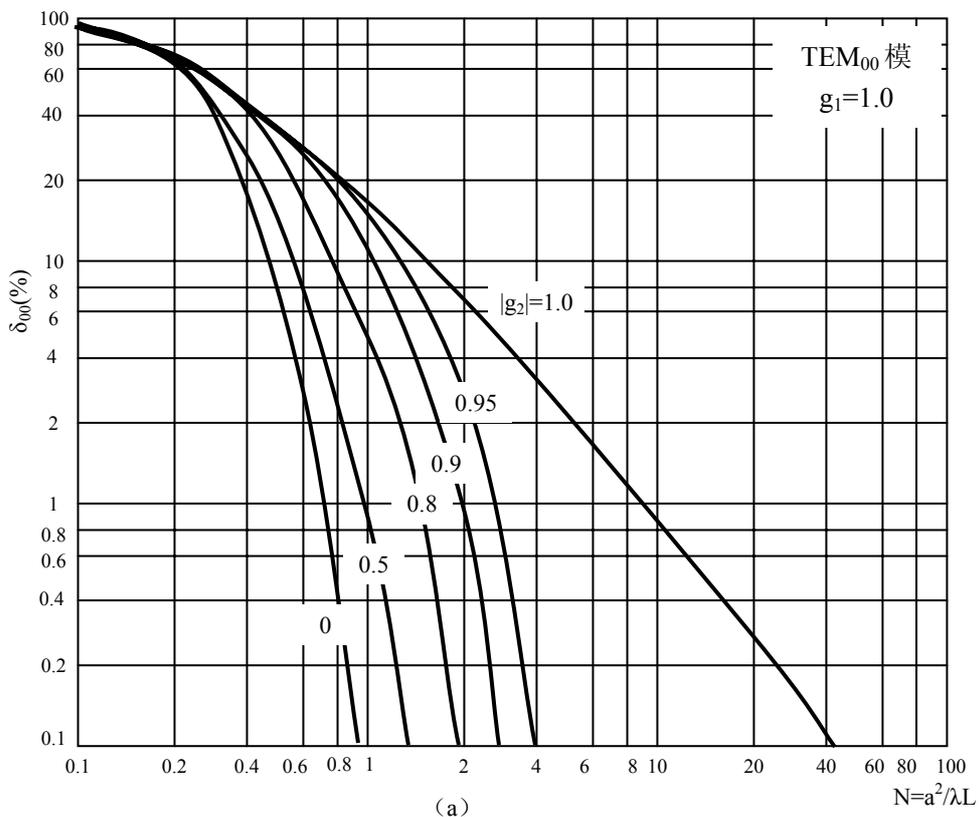


图 3.33 圆形镜对称腔的衍射损耗

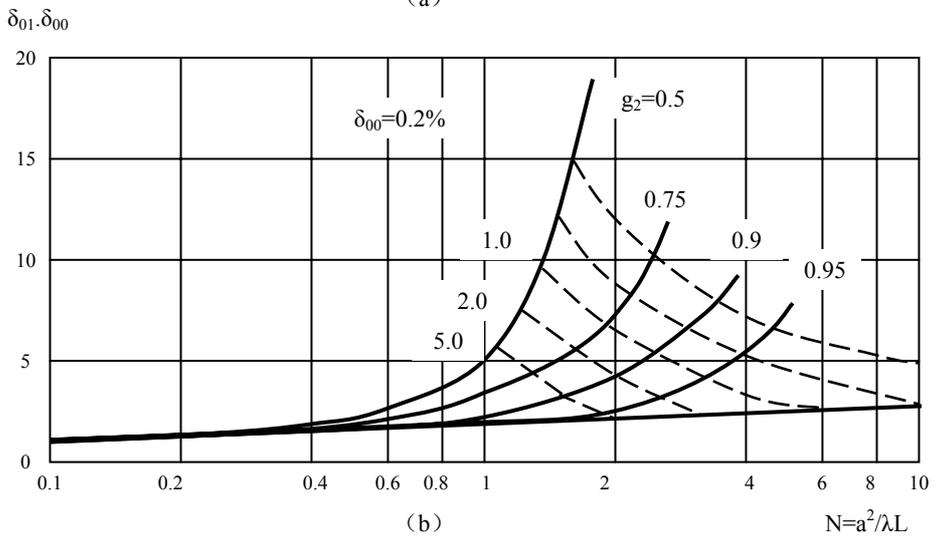
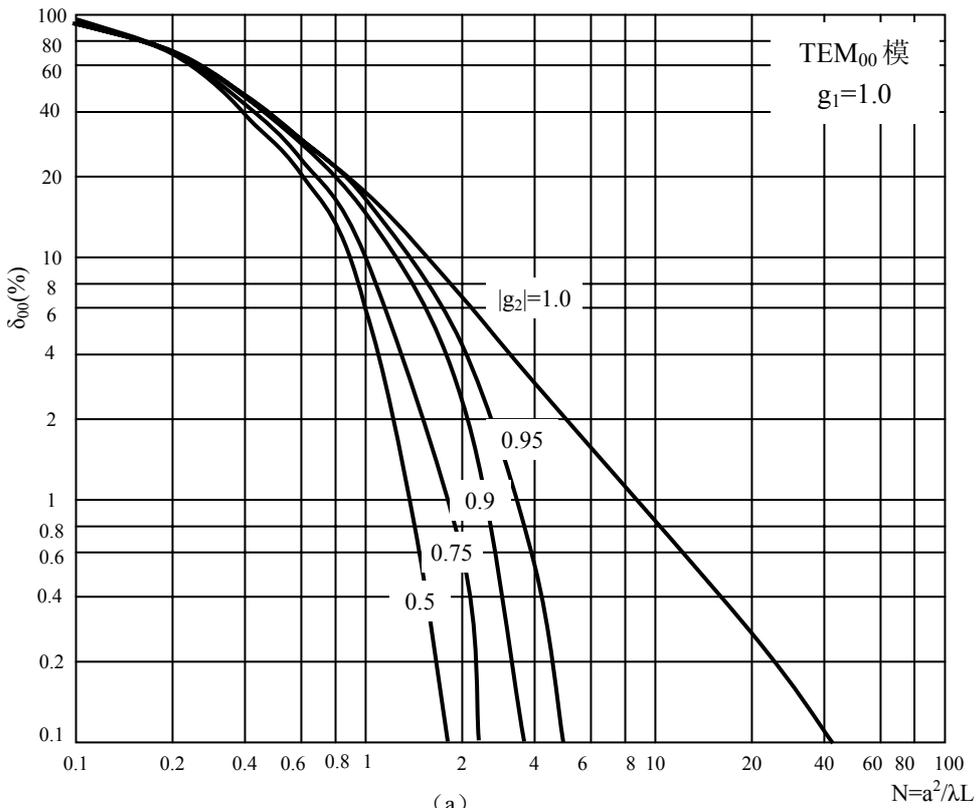


图 3.34 圆形镜平凹腔的衍射损耗

由上面的讨论可知。对于各种结构的谐振腔，在腔长相同，反射镜的有效半径相同的情况下，反射镜上光斑尺寸越小，其衍射损耗越低，共焦腔反射镜上的光斑尺寸

是各种腔结构中最小的，因而其衍射损耗也是各种腔结构中最低的。

上面所述的简单分析方法，也可以推广应用于不同序数的横模。利用类似于 (3.166) 式和 (3.167) 式的关系，只要把式中的基模光斑点换用相应序数横模的光斑尺寸，我们就可近似地估计不同序数模的衍射模的衍射损耗的大小。由前所述已知，横模的光斑尺寸随横模序数的增大而逐次增大，因而不同横模的衍射损耗将随模序数增大，显然，基模是各模中衍射损耗最低的一种模。

3-10 谐振腔的模体积

激光器的输出功率与谐振腔内光束传播所占的空间体积有关。这是因为，激活介质中受激光辐射的产生必须在外来光波的引发下才能发生，因而在谐振腔内只有光束通过的那一部分激活介质才参与激光的振荡作用，而激活介质的其它部分，因无光束通过，而不能产生强的受激辐射。所以谐振腔内激活介质中激光束所占的体积越大，参与产生激光的激活介质的体积就越大，激光输出的功率就越高。谐振腔的激光束所占的体积称为谐振腔的模体积。各种模的模体积是不同的，我们先讨论 TEM_{00} 模的模体积。

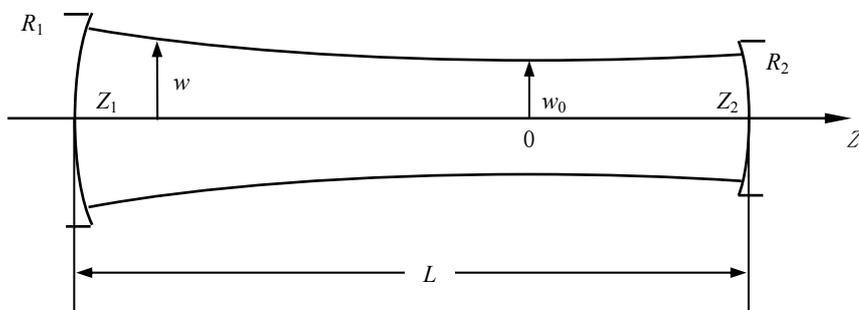


图 3-35 谐振腔的模体积

模体积与腔结构有关。如图 3-35 所示，设有一谐振腔，反射镜的曲率半径分别为 R_1 、 R_2 ，腔长为 L ， TEM_{00} 模的光束半径（即光斑尺寸）为 w ，则光斑点的截面为 πw^2 。如果将 πw^2 沿腔轴 Z 对整个腔长进行积分，便可求得 TEM_{00} 模的模体积为

$$V_{00} = \pi \int_{-Z_1}^{Z_2} w^2 dZ$$

将 (3.138) 式代入上式，积分后可得

$$V_{00} = \pi w_0^2 L \left[1 + \frac{1}{3} \left(\frac{\lambda}{\pi w_0^2} \right)^2 (Z_1^2 + Z_2^2 - Z_1 Z_2) \right]$$

再将 (3.144)、(3.145) 和 (3.148) 式代入上式, 最后可得 TEM₀₀ 模的模体积的具体表达式为

$$V_{00} = \frac{\lambda L \sqrt{L(R_1 - L)(R_2 - L)(R_1 + R_2 - L)}}{R_1 + R_2 - 2L} \cdot \left[1 + \frac{L[(R_1 - L)^2 + (R_2 - L)^2 - (R_1 - L)(R_2 - L)]}{3(R_1 - L)(R_2 - L)(R_1 + R_2 - L)} \right] \quad (3.168)$$

下面我们给出几种常用谐振腔的基模体积的表达式:

(1) 共焦腔 ($R_1 = R_2 = L$)

$$V_{00} = \frac{2}{3} \lambda L^2 \quad (3.169)$$

(2) 平凹腔 ($R_1 = \infty, R_2 = R$)

$$V_{00} = \lambda L \sqrt{L(R - L)} \cdot \left[1 + \frac{L}{3(R - L)} \right] \quad (3.170)$$

(3) 一般球面镜对称腔 ($R_1 = R_2 = R$)

$$V_{00} = \frac{1}{2} \lambda L \sqrt{L(2R - L)} \cdot \left[1 + \frac{L}{3(2R - L)} \right] \quad (3.171)$$

现在我们引入一个相对模体积的物理量 \overline{V}_{00} , 它定义为谐振腔的基模模体积除以 $\pi w^2 L$, 此处 w 为谐振腔反射镜上的基模光斑尺寸, 如两反射镜上的光斑尺寸 w_1 和 w_2 不相同, 则取其较大值。相对模体积 \overline{V}_{00} 的大小直接反映激光振荡时激光器中激活介质的利用率。由 (3.171) 式和 (3.152) 式, 可得一般球面镜对称腔的相对基模体积为

$$\overline{V}_{00} = \frac{2R - L}{2R} \left[1 + \frac{L}{3(2R - L)} \right] \quad (3.172)$$

在图 3-36 中给出一般球面镜对称腔的相对基模体积随反射镜曲率半径变化的关系曲

线。由图中可以看出，共心腔 ($L = 2R$) 的 \overline{V}_{00} 最小，只有 1/3；共焦腔 ($L = R$) 的 \overline{V}_{00} 有适中值，其值为 2/3；长半径腔 ($R^2 \gg L^2$) 的 \overline{V}_{00} 较大，如 $R > 3L$ ，则其值可达 0.9 以上，也就是说， $R > 3L$ 的长径腔，激光振荡时激活介质的利用率可达 90% 以上。对于平凹腔来说，只须把 (3.172) 式中的 $2R$ 改为 R ，即为其相对基模体积的表达式；而在图 3-36 中，只须将横坐标中的 L 改为 $2L$ ，即为平凹腔的 $\overline{V}_{00} \sim R$ 关系曲线。在设计基模运转的激光器时，我们必须要考虑 \overline{V}_{00} 的大小，也就是要考虑激活介质的利用率问题。

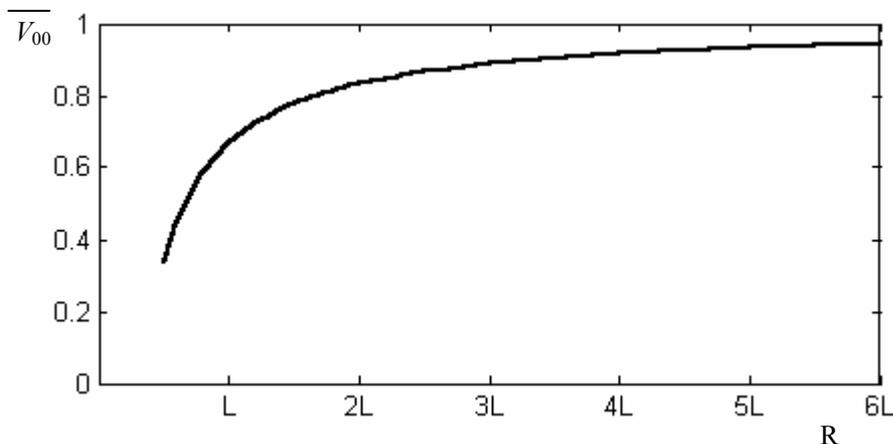


图 3-36 一般球面镜对称腔的相对模体积随 R 变化的关系曲线

不同模序数的模体积是不相同的。较高序数横模的光斑尺寸较基模的大，因而其模体积 V_{mn} 也较基模的大，对于 TEM_{mn} 的横模来说，利用 (3.155) 式可得

$$V_{mn} = \frac{4}{\pi} \sqrt{(2m+1)(2n+1)} V_{00} \quad (3.173)$$

由此可知，如果激活介质的体积适当地大，足以容纳若干 TEM_{mn} 模的模体积，则激活介质所能空纳的较高序数模的光束可能产生较大的激光功率，在激光器中也将择优地以这些高序数模的多模形式振荡，而基模的振荡则往往被压抑。

3-11 谐振腔的模选择

由上面的谐振腔的模特性的讨论中我们已经知道，在激光器的谐振腔中能以多种

横模的形式振荡，同时可有多种共振频率的激光输出，然而在许多激光应用中，则往往要求激光器能以基模的形式，甚至以单一共振频率的基模形式输出。例如利用 CO_2 激光器的激光光束进行打孔时，要求被打出的孔细而圆，这就要求激光束的能量能够更好地集聚于物体的很小面积上，使物质更容易被加热蒸发；而同时要求激光束集聚的光斑是一个圆形，这样才能打出较理想的细而圆的小孔，但这并不是任何模式的激光束都能胜任的。对于高序数模的激光束，由于其光强分布不是呈高斯型分布的一个圆点，而是强度被分割在若干个区域中，分而不均匀、不集中，因而物体不易被其打穿，即使能被打穿，打穿的孔也不会是较理想的细圆孔。以基模形式输出的激光束，由于其光强分布是高斯型的，光束的中心最强，四周能量对称地减弱，光束的截面是一个理想的圆光斑；同时它的光束发散角较小，经光学系统后能够更好地集聚成较小的斑点，因此在上述打孔应用中是比较理想的。

同样的激光通讯，激光雷达和激光准直等应用中，都要求激光束射到很远的目的物上的能量或照度比较大。如果激光束是高序数模，虽然整个光束能量可能大一些，但光束的发散角比基模的大，因而能量分散不集中，这样照射到目的物上的能量或照度反而要小得多。因此，在这些应用中也都提出，要求激光器以基模形式输出。

而在一些激光应用中，如精密测长、精密跟踪雷达，大面积全息照相和激光分离同位素等方面，不仅要求激光束是单横模的，而且还要求激光器以单一共振频率输出（或叫单纵模输出）才能更好地利用激光的相干辐射的特性。

因此，为了更好地发挥激光的特性，以满足各种激光应用，这就要求我们从激光器谐振腔可能产生的多种模中选出 TEM_{00} 模的光束，或是单一共振频率的光束，而设法抑制其他的模式或共振频率，使之不能产生振荡，下面我们分别介绍横模选择和纵模选择的有关原理和方法。

（一）横模选模的原理与方法

由前面的讨论我们已经知道，谐振腔中不同模的衍射损耗是不同的，一般地，高序数模的衍射损耗要比低序数模的大，同时，各种模的衍射损耗与腔的费涅尔数值直接有关，而且随费涅尔数的改变而改变。因此，我们可以通过调节谐振腔的费涅尔数的方法来调节各模的衍射损耗。如果我们通过这种调节，使基模仍保持较低的衍射损耗，并很好满足激光振荡的阈值条件；而其他较高序数模的衍射损耗均足够地大，以致不能产生振荡或在诸模的竞争中不能处于优势地位，那么，在这种谐振腔中只能以基模的形式振荡。这样，就可以达到谐振腔横模的选择目的，同时能够获得 TEM_{00} 模的激光束。

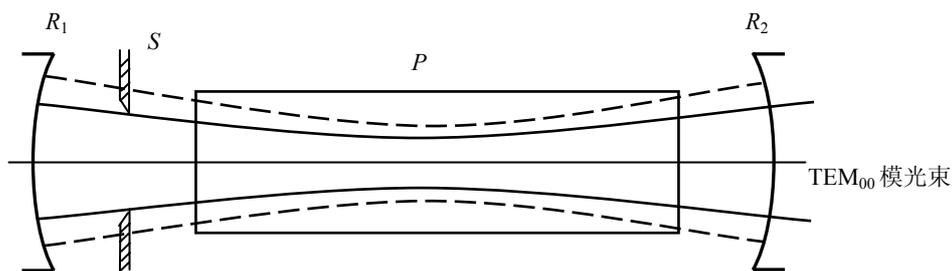


图 3-37 用腔内插入光阑方法选择横模
 R_1 —全反射镜； R_2 —输出镜； S —光阑； P —激光活介质

(1) 光阑选模

调节谐振腔费涅尔数的一个简单的方法是，在腔内插入一个光阑来改变反射镜的有效孔径。如图 3-27 所示，是一个由反射镜 R_1 和 R_2 组成的腔长为 L 的谐振腔。在未加光阑之前，如反射镜的孔径足够大，允许激光以较高序数的多模形式振荡，这时在激光器的输出光束中可以看到某种高序数模或若干个高序数模的迭合的光斑图样，在腔内插入光阑 S 后，随着光阑孔径的逐渐变小，则我们可以看到输出光束由较高序数模逐渐变为较低序数模，最后，在选取适当小孔径的光阑情况下，可得 TEM_{00} 模的输出光束。这是因为腔内插入光阑后将引起反射镜的有效半径 a 的缩小，相应地使费涅尔数 ($N = a^2/L\lambda$) 变小，这样，各模的衍射损耗也因而发生变化，并逐渐增大，一般地高序数模的衍射损耗比基模的增大得更快。因而就有可能在选取适当小孔径的光阑情况下，除了基模外，使其他各模的衍射损耗均超过其在激光介质中通过的单程增益。这样就能抑制住其他各模的振荡，而只有基模获得择优的振荡。

我们可以利用 (3.166) 式所给的关系对选择光阑的孔径作出定量的估计。在共焦腔的情况下，如使反射镜的有效半径满足 (3.166) 式关系，即

$$a = \sqrt{\pi w}$$

则此时相当于 $N=1$ ，由图 3-33(a) 可看出， TEM_{00} 模的衍射损耗 δ_{00} 约为 5×10^{-4} ，这是一个可忽略的量值。而由图 3-33(b) 可看出 TEM_{01} 模的衍射损耗 δ_{01} 约比 δ_{00} 大 20 倍，即约为 10^{-2} 。在低增益的气体激光器中，这已是一个相当可观的衍射损耗值，足以使该模不能振荡。至于其它更高序数的模，其衍射损耗应比 δ_{01} 的更大，更难以振荡，

因此在共焦腔中选取这样光阑的孔径，使反射镜的有效半径 a 约等于镜面上基模光斑尺寸 w 的 $\sqrt{\pi}$ 倍，则就可以达到选基模的目的。如腔内插入光阑紧靠这个反射镜放置则就是要求光阑圆孔的半径等于 $\sqrt{\pi}w$ ，基模的光斑尺寸容易由谐振腔的结构参数来确定。在共焦腔情况下，由 (3.150) 式可知， $w = \sqrt{\lambda L/\pi}$ 因而也就是要求选模光阑的圆孔半径或反射镜的有效半径为 $a = \sqrt{\lambda L}$ 。

上述共焦腔中选模光阑孔径的选择方法，原则上可推广到其他结构的谐振腔中，如腔内插入光阑紧靠某一反射镜放置，则要求选模光阑的圆孔半径等于该反射镜上应有的基模光斑尺寸的 $\sqrt{\pi}$ 倍，这样就能达到基模选模的目的。但在高增益的激光器中选取光阑的孔径要稍小一些，否则 TEM_{01} 模也将伴随而振荡。

(2) 自孔径选模

上述腔内插入光阑的选模方法，虽较为简单，但并不理想，这是因为，光阑限制了高序数模振荡的同时，也限制了对激光活介质的有效利用。从图 3-37 中不难看出，在这里 TEM_{00} 模的振荡，仅只利用了激活介质的一小部分。更为合理的选模方法是，采用所谓自孔径选模的方法，在这个方法中，选模的基本原理还是与上面所述的一样，只是费涅尔数的调节不是通过在腔内中插入合适的光阑从而改变反射镜的有效孔径来实现，而是通过合理地选择谐振腔的结构参数及激活介质的几何尺寸，使反射镜上的基模光斑尺寸去适合由激活介质的有限孔径所决定的反射镜的有效孔径，并满足 (3.166) 式的关系。这时，如反射镜紧靠激活介质的两端，则反射镜的有效孔径即等于激活介质的有限孔径。这里激活介质的自身有限孔径起着上述选模光阑的作用，这也就是这个选模方法命名的由来。利用这种选模方法，既能达到选模的目的，又能充分利用激活介质，因为这时腔内振荡的基模几乎充满整个激活介质的大部分空间体积，这样，我们就有可能从激光器中获得较大功率的基模输出，这种选模方法无疑更具有实用意义。

根据上述原则，利用 (3.166) 式和 (3.150)、(3.151)、(3.152) 式，可得出一些常用谐振腔的自孔径选模的关系：

$$a = \sqrt{\lambda L} \quad (\text{共焦腔}) \quad (3.174)$$

$$a = \sqrt[4]{\frac{\lambda^2 R^2 L}{R-L}} \quad (\text{平凹腔}) \quad (3.175)$$

$$a = \sqrt[4]{\frac{\lambda^2 R^2 L}{2R-L}} \quad (\text{一般球面镜对称腔}) \quad (3.176)$$

这里为 a 激活介质自身的有限孔径的半径，在导出这些关系式时，假定两反射镜紧靠激活介质的两端。如两反射镜远离激活介质的两端，则应计算基模的激活介质两端面处的光斑尺寸，取其较小者，代入 (3.166) 式，即可得出应有的自孔径选模的关系式。

(二) 纵模选模的原理与方法

(1) 缩短腔长法

从关于谐振腔的共振频率的讨论中已知，一般球面镜谐振腔的共振频率可表达为

$$\nu_{mnq} = \frac{c}{2L} \left[q + \frac{1}{\pi} (m+n+1) \cos^{-1} \sqrt{g_1 g_2} \right] \quad (\text{方形镜})$$

$$\nu_{plq} = \frac{c}{2L} \left[q + \frac{1}{\pi} (2p+l+1) \cos^{-1} \sqrt{g_1 g_2} \right] \quad (\text{圆形镜})$$

在各模振荡的情况下，激光振荡的共振频率不仅决定于横模的序数 (m, n) 或 (p, l)，而且决定于纵模的序数 q ，这时，在激光器的输出光束中包含有颇多的不同频率的单色谱线，即是多纵模的。当我们采用适当的横模选模措施后，则可得基模输出光束，这时上面两式可简化为

$$\nu_q = \frac{c}{2L} \left[q + \frac{1}{\pi} \cos^{-1} \sqrt{g_1 g_2} \right] \quad (3.177)$$

也就是说，激光器的共振频率主要决定于纵模序数 q ，与此相应的，在输出激光束中一般仍包含有若干等频率间隔 ($\Delta \nu_q = c/2L$) 的单色谱线。

激光器可能产生几个共振频率的振荡呢？这就要由发射激光谱线的增益曲线宽度和相邻两个共振频率间隔 $\Delta \nu_q = c/2L$ 的大小来决定。如果增益曲线的阈值宽度约等于或小于相邻两共振频率的间隔，在此增益曲线内，只允许一个纵模存在，这样就只能产生单一共振频率的振荡。

例如 He-Ne 激光器 6328Å 谱线的增益曲线的阈值宽度约为 1000 兆赫，若激光器

腔长为 1 米，那么由它可能产生的共振频率的相邻两频率间隔 $\Delta\nu_q=150$ 兆赫，则激光器中可能产生六个共振频率的振荡；如激光器的腔长是 15 厘米，则 $\Delta\nu_q=1000$ 兆赫，因而在这样的增益曲线宽度范围内，只可能存在一个共振频率，因而可得单纵模振荡（参看图 3-38）。

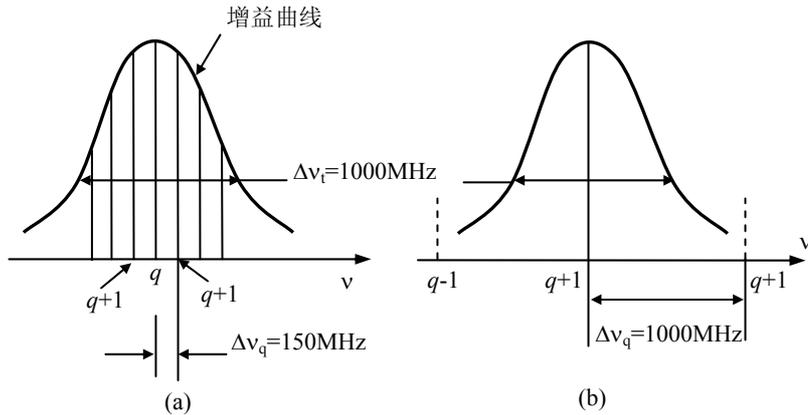


图 3-38 He-Ne 激光器 6328Å 谱线增益带宽内的纵模数与腔长的关系：(a) $L=1$ 米；(b) $L=15$ 厘米

由此可见，通过适当地缩短激光器的腔长的方法，便可获得单纵模的激光输出。但缩短腔长，必然相应地缩短激活介质的长度，因而相应地减小激光器的输出功率，这是上述方法的一个主要弱点。但在对激光器的输出功率要求不高的一些应用中，如一般的激光干涉测量技术中，如此获得单纵模激光的强度即已足够，因此，这种单纵模的选模方法也是用得较多的。

(2) 福克斯—史密斯干涉法

为了获得较大功率的单纵模激光，必须要采用长腔激光器，同时在其中激活介质要有足够的长度。这种长腔激光器的纵模，通常可通过在腔内引入一个附加的干涉器的方法实现。如图 3-39 所示，谐振腔一端的反射镜换用一个福克斯—史密斯干涉器，这样由三个反射镜 R_1 、 R_2 、 R_3 和一个分束片 BS 组成一个长腔腔叠合的谐振腔，这时腔内振荡的共振频率，既要符合长腔 L_1 （由 R_1 和 R_2 组成的）的共振条件 $\nu_{q_1} = q_1 c/2L_1$ ，同时又要符合短腔 L_2 （由 R_2 和 R_3 组成的）的共振条件 $\nu_{q_2} = q_2 c/2L_2$ ，只有这样一些共振频率的纵模才能克服腔内损耗而获得振荡输出，

为了限制激光器使其振荡在一个纵模，短腔的长度 L_2 应当这样选择，使得干涉器在激光谱线的增益带宽内只有一个共振频率。这种长短叠合腔在工作时需仔细调整 L_1 和 L_2 的长度，使某一频率同时符合两个谐振腔共振条件，并落在激光谱线的增益曲线的极大值附近，这时激光器可获得最大的单纵模输出功率。

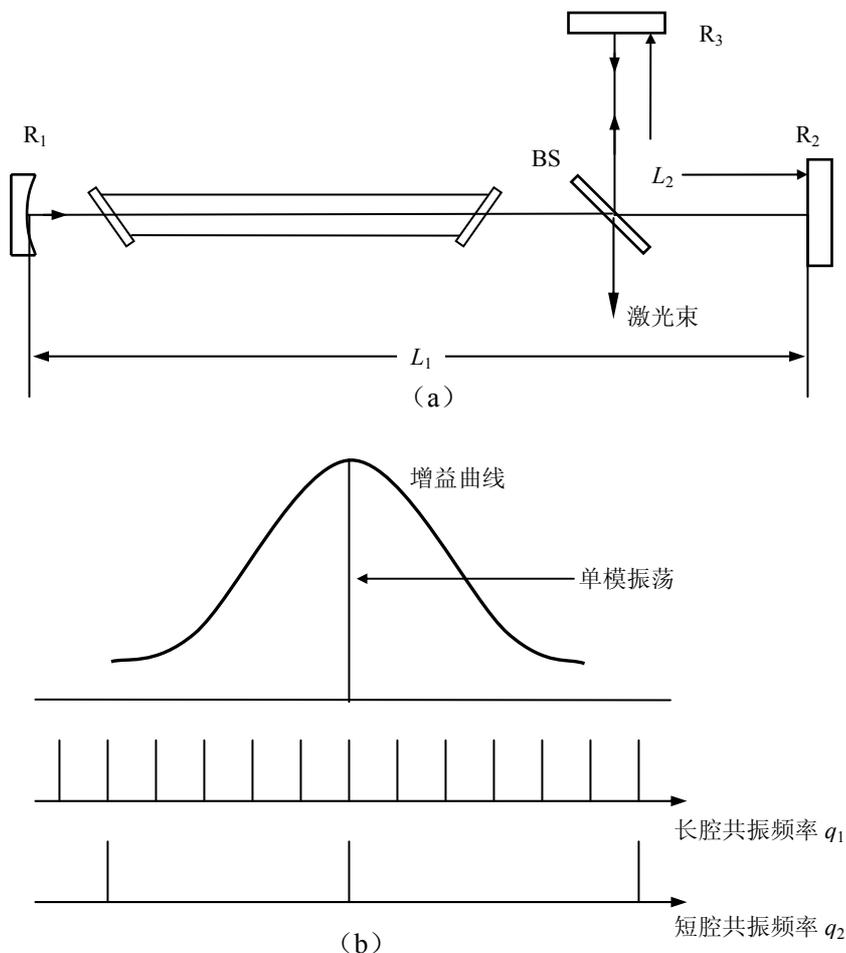


图 3-39 福克斯—史密斯干涉器选择单纵模

(3) 插入标准具法

在气体激光器中较多地采用在谐振腔内插入标准具的方法来实现纵模的选模。如图 3-40 所示的是一种利用标准具选择单纵模的示意图。插入腔内的标准具是以光学质量很高的石英材料研磨而成，两个端面磨成严格平行（平行性在 1 秒以内），并镀以低反射率的反射膜，反射率一般低于 20%或 30%。标准具插入腔内时，使其垂线相对谐振腔的光轴稍作倾斜。腔内插入标准具对激光器的振荡频率有很大影响，为了弄

清这种腔内插入标准具的作用，需要我们先回顾一下物理光学中所讲过的关于标准具的通光特性。我们知道标准具的透射率近似地满足如下的关系式：

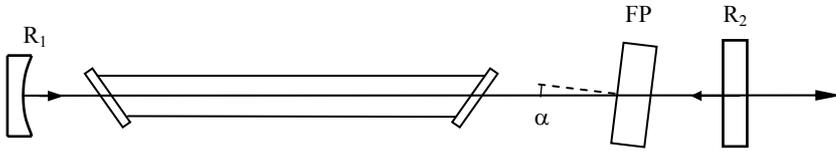


图 3-40 利用标准具选择单纵模的示意图

R_1 、 R_2 —反射镜；FP—标准具

$$T = [1 + (\frac{2F}{\pi})^2 \sin^2 \frac{\phi}{2}]^{-1} \quad (3.178)$$

式中 ϕ 表示在标准具内参与多光束干涉效应的相邻两出射光线的相位差，它可表示为

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} 2nd \cos \frac{\alpha}{n} \quad (3.179)$$

此处 n 为标准具材料的折射率， λ 为光波的波长， d 为标准具的厚度， α 为标准具相对于谐振腔光轴的倾斜角。(3.178) 式中的 F 是所谓标准具的锐度，它定义为

$$F = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R} \quad (3.180)$$

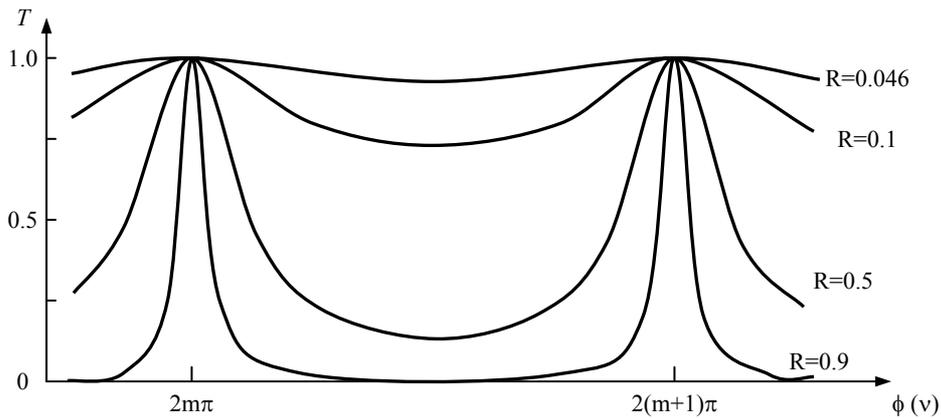


图 3-41 标准具的透射特性曲线

此处 R 为标准具两端的反射率。标准具的透射特性如图 3-41 所示。由 (3.178) 式可得透射率极大值的条件为

$$\phi = 2m\pi \quad (m \text{ 为任意整数})$$

将此关系代入 (3.179) 式, 不难看出, 标准具具有最大透射率的频率为

$$\nu = \frac{mc}{2nd \cos \frac{\alpha}{n}} \approx \frac{mc}{2nd} \quad (3.181)$$

具有最大透射率的相邻频率的间隔 (或称自由光谱区) 为

$$\Delta\nu = \frac{c}{2nd \cos \frac{\alpha}{n}} \approx \frac{c}{2nd} \quad (3.182)$$

由 (3.182) 式可知, 适当地选择标准具的厚度 d (一般地取 1~2cm) 可使 $\Delta\nu$ 约等于或大于激光谱线的增益带宽, 如此, 在激光谱线的增益曲线的频率范围内只包含有标准具的一个通频带。可以通过轻微地改变标准具的倾斜角 α 或其折射率 n (通常由改变标准具的环境温度来实现) 来调节这个通频带的中心频率 (即透射率为最大值的频率)。使其和激光谱线的增益曲线的中心部位的一个纵模的频率相重合 (参见图 3-42)。这时, 只有这个纵模才能在腔内无损耗地通过标准具, 实现最大功率的单纵模振荡; 而其它纵模, 每通过一次标准具时, 都有一定的反射损失 (由于标准具微倾斜放置, 被其反射的光线, 就要逸出腔外), 因而难以在腔内形成振荡。

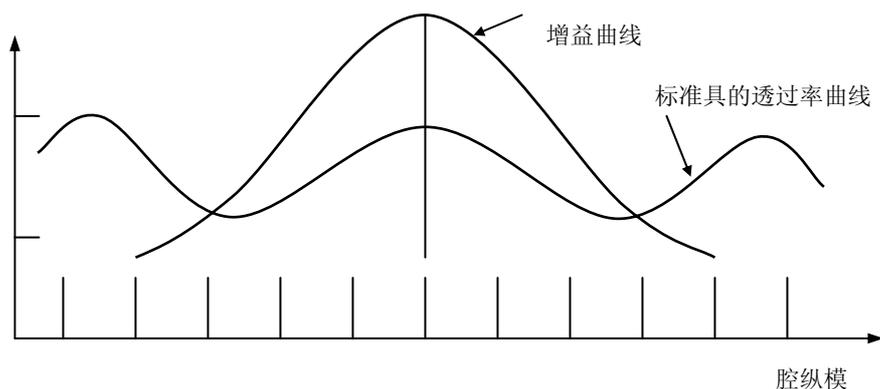


图 3-42 利用腔内插入标准具选模的频率特性分析

仅从纵模选模的要求来看, 为了更好地抑制不需要纵模的振荡, 似乎标准具的透射频带越窄越好, 即要求标准具的锐度 F 要高, 或标准具的两端面的反射率 R 要大, 但要这样做, 必须要使标准具两个端面的反射膜增加厚度, 因而伴随着而来的是不可

避免地增大光波在反射膜上的吸收和散射损耗。这样，标准具的通频带的峰值透射率就要实际降低，因而使振荡单纵模的功率下降。通常使用的标准具的两端面的反射率 R 可取适当低的值。只要使不需要的纵模的反射损耗略大于腔的增益即可，这样就既能达到选模的目的，又能更好地保证标准具有良好的峰值透射率（几乎等于 1），使需要选出纵模能以较大的功率振荡。这里，十分关键的是，要使标准具两端面的反射率做成尽可能地相等，否则就会导致标准具的通频带的峰值的透射率的明显降低，从而严重地影响选模后单纵模振荡的输出功率。在低增益的长腔氩氖激光器中，通常使用未镀膜的优质石英平行平板作选模用的标准具，这时，标准具两端面的反射率不到 4%，但两面的反射率则是严格相等的，这就保证了选模较大功率的单纵模输出，在氩氖激光器中已能做到这种单纵模振荡的输出功率达到其多模振荡时的输出功率的 70% 以上。在氩离子激光器中，这种选模用的标准具的两端面的反射率，一般取为 20%~30%，这是由于氩离子激光器具有较大的增益，应适当提高标准具的通频带的锐度，才能更好地选模。在氩离子激光器中可做到单纵模振荡的输出功率为其多模振荡时的输出功率的 60% 以上。

（4）衍射光栅选频法

有些激光器在一定的波段上可以有多个波长同时工作。如染料激光器在可见区域的 100\AA 宽度内都有增益。CO、CO₂、NO₂、HF 等分子激光器，在它们的振动转动带上可以有数百条支线获得增益，当然它们输出的是跃迁几率最大的谱线。

为了在这类激光器中获得特定波长的激光输出，通常采用光栅调谐腔。即用一块合适的衍射光栅（通常为反射光栅）代表一个腔反射镜，利用光栅的衍射原理，使不需要的波长损耗增加，从而得到抑制，实现单一波长输出。

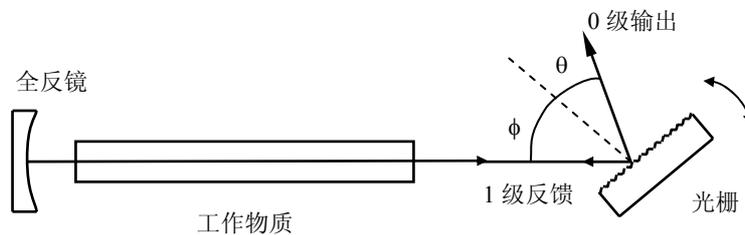


图 3-43 光栅调谐腔

如图 3-43 所示，光栅做为谐振腔的一个反射镜，根据光栅的衍射原理，激光经光栅衍射后不同级次的衍射光满足光栅方程

$$d(\sin \phi + \sin \theta) = K\lambda \quad (3.183)$$

式中 ϕ 为入射光与光栅法线的夹角， θ 为衍射光与光栅法线的夹角，它与 ϕ 位于法线同一侧时为正，否则为负； d 为光栅常数， K 为任意整数。

当某一波长 λ_i 的 K_i 级衍射光恰好沿入射光方向（即腔轴方向）返回工作物质时（即 $\theta = \phi$ 时），则

$$2d \sin \phi = K_i \lambda_i \quad (3.184)$$

此时 λ_i 的第 K_i 级衍射光回馈腔内，有可能形成激光振荡。这种情况称为自准直结构。不满足自准直条件的光将逸出腔外。

但是从 (3.184) 式看出：1、对于波长 λ_i ，除去 K_i 级衍射光外，其他级次的衍射光将被光栅衍射出腔外而损耗掉，致使 λ_i 有可能不起振。2、能够满足 (3.184) 式的 λ_i 、 K_i 可能不止一对，因此不能形成单频振荡。然而，当光栅常数满足

$$1.5\lambda_0 > d > 0.5\lambda_0 \quad (3.185)$$

则衍射光中仅存在 0 级和 1 级衍射。其它高级次的衍射将基本消失。

对于 0 级衍射， $K = 0$ ， $\theta = -\phi$

对于 1 级衍射，如果它满足 (3.184) 式，则

$$2d \sin \phi_1 = \lambda_1 \quad (3.186)$$

这样 1 级衍射光作为反馈，0 级衍射光作为输出，而无其他损耗。 λ_1 与 ϕ_1 一一对应，转动光栅，改变 ϕ 值，则在激活介质提供的增益范围内，获得一系列的单一波长输出。这种激光器通常称为“调谐激光器”。(3.185) 式中， λ_0 选为可调谐波段的中心波长，即光栅的闪耀波长。

沿一级衍射光方面作为激光输出也可以，但此时 0 级衍射光就全部变为损耗，这将严重影响输出功率。

第四章 高斯束光学

前一章中我们讨论了激光的模式特性与谐振腔的关系，并介绍激光束在腔内和腔外的传播特性，但是，在各种激光应用中，激光束总是要通过某种光学系统，经适当变换后，才能更好利用。例如在激光精密测长、激光准直和激光通讯应用中，都需要将激光束通过一倒置望远镜系统使它变成近乎平行的光束；又如在激光打孔和激光切割等应用中，则需要将激光束通过透镜聚焦。激光束通过这些系统后，它的传播发生什么样的变化？它与光学系统的参数（焦距、孔距等）有什么关系？在各种应用中怎样正确选择和安排光学系统？对于这些问题，我们都必须要很好加以考虑。此外，我们在分析各种复杂的多镜谐振腔问题以及研究两个谐振腔之间的模式匹配问题时，也需要搞清楚光束通过一些光学系统时的变换特性，才能更好地处理这些问题。在这一章中就介绍激光束通过各种光学系统时一些变换规律并利用它们来讨论上面所述的一些问题。

4-1 高斯光束的特性和描写方法

从上一章关于光学谐振腔的讨论中我们已经知道，一般球面镜腔的共振模的行波场可用(3.130)或(3.135)式来描写。由此可知，从这种谐振腔输出的基模激光束沿 z 方向传播的行波场可用如下的式子描写：

$$E_{00}(x, y, z) = C_{00} \frac{w_0}{w} e^{-\frac{x^2+y^2}{w^2}} e^{-i[\frac{2\pi}{\lambda}(z+\frac{x^2+y^2}{2R})-\Delta\phi]} \quad (4.1)$$

式中 $\underbrace{\quad}_{\text{振幅部分}}$ $\underbrace{\quad}_{\text{位相部分}}$

$$w = \sqrt{\frac{\lambda}{2\pi} \frac{b^2 + 4z^2}{b}} \quad (4.2)$$

$$R = \frac{b^2 + 4z^2}{4z} \quad (4.3)$$

$$\Delta\phi = \tan^{-1} \frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \quad (4.4)$$

表征基模光束传播特性的三个参数，它们分别为基模光束的光斑尺寸、波面曲率半径

和衍射引起的附加位相。须便说明一下，为了书写简便起见，以下光束的波面曲率半径不再用 R^* 表示，用 R 表示。

由 (4.1) 式不难看出，这种基模光束的场振幅的横向分布具有高斯函数的形式，如图 4-1 所示，因此，基模光束通常称为高斯光束。高斯光束的参数 w ， R 和 $\Delta\phi$ 不仅决定着基模光束本身的特性，而且也规定着其它序数模的特性。正如 (3.130) 式或 (3.135) 式可以看出，不同序数模的行波场位相部分具有相同的特点（只相差一个不大的常位相），而它们的场振幅的横向分布，虽然有很大的差别，但它们通过基模光斑尺寸这一束参数，以一定的函数形式发生确定的联系。因此，研究高斯光束的传播特性，也就可以定性理解各种激光束的传播特性。

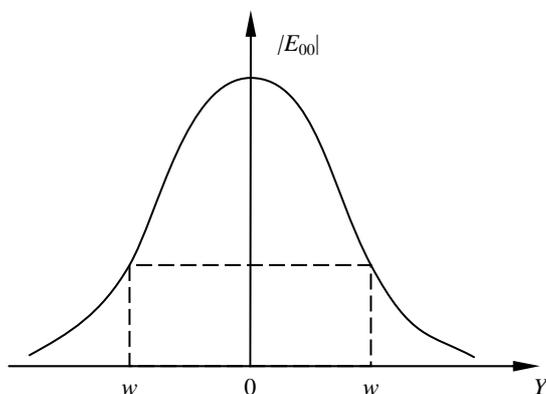


图 4-1 基模光束的横向场分布

由 (4.2) ~ (4.4) 式可知，要了解一个给定的高斯光束的传播特性关键的是掌握它的共焦参数 b ，或它的束腰光斑尺寸 w_0 这一特征参数。而由 (4.2) 式可知，两者之间存在着如下的关系：

$$w_0 = \sqrt{\frac{\lambda b}{2\pi}} \quad (4.5)$$

将上式代入 (4.2) 和 (4.3) 式，可得

$$w^2 = w_0^2 \left[1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \right)^2 \right] \quad (4.6)$$

$$R = z \left[1 + \left(\frac{\pi w_0^2}{\lambda z} \right)^2 \right] \quad (4.7)$$

由此可以清楚地看到， w 和 R 随 z 的变化，可由束腰的光斑尺寸 w_0 这一参数完全确

定, 且 $w \geq w_0$, $R \geq z$ 。图 4-2 示出高斯光束和这两个参数随 z 变化的一般规律。 $w(z)$ 随 z 按双曲线的规律而增大, 这表示光束在传播过程中逐渐发散。光束的发散度可由下式描写:

$$\frac{dw(z)}{dz} = \frac{\lambda^2 z}{\pi^2 w_0^3} \left[1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}}$$

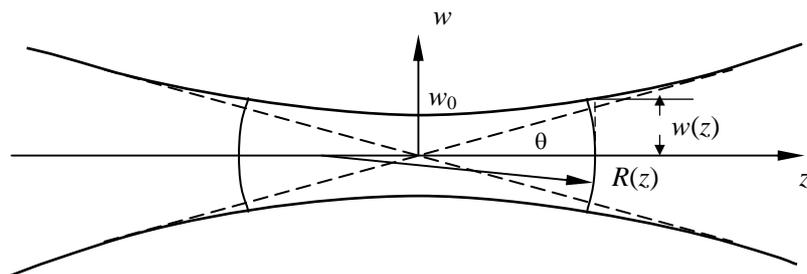


图 4-2 高斯光束和光束参数 w 和 z 的关系

由此不难看出, 在高斯光束的束腰 ($z=0$) 附近, 光束的发散度很小 ($\left. \frac{dw}{dz} \right|_{z=0} = 0$), 随 z 的增大, 光束的发散度也逐渐增大, 最后趋向于一个常数。这时, 可用高斯光束的远场发散角 θ 来描写, 它定义为

$$\theta = \left. \frac{dw}{dz} \right|_{z \rightarrow \infty} = \frac{\lambda}{\pi w_0} \quad (4.8)$$

远场发散角也是高斯光束的一个特性参数, 它反映激光束的能量在空间上的集中性。显然, 它也是唯一地由 w_0 来决定的。 w_0 越大, 高斯光束的远场发散角越小, 激光束的能量在空间上更为集中。

由波动光学可知, 一个光强分布均匀的平面波, 经一半径为 r 的圆孔衍射后, 在远离圆孔距离 l 处的屏上的中心圆光斑的半径为

$$d = \frac{0.61\lambda l}{r} \quad (4.9)$$

由此可得其远场发散角为

$$\theta' = \frac{d}{l} = \frac{0.61\lambda}{r} \quad (4.10)$$

比较 (4.8) 式和 (4.10) 式可知, 高斯光束和上述平面波经小孔衍射后的传播特性是十分类似的。

高斯光束的平行传播的特性 (或简称为平行性) 可用这样的一个光束传播距离来描写, 即在该距离内, 光束的光斑尺寸不大于束腰光斑尺寸的 $\sqrt{2}$ 倍。根据这一规定, 由 (4.6) 式不难得出该距离为

$$\bar{z} = \frac{2\pi w_0^2}{\lambda} = b \quad (4.11)$$

即高斯光束的 $z_1 = -\frac{b}{2}$ 和 $z_2 = +\frac{b}{2}$ 两点之间的距离。 \bar{z} 值通常也叫高斯光束的准直距离, 它简单地等于它的共焦参数 b 。

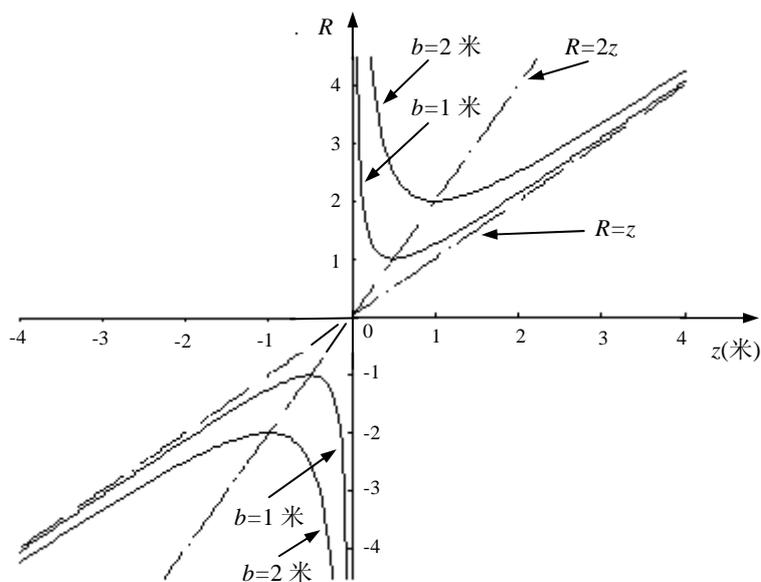


图 4-3 高斯光束的波面曲率半径 R 随 z 的变化

在图 4-3 中示出高斯光束的波面曲率半径 R 随 z 的变化规律, 图中的曲线由 (4.3) 式计算而得。这些曲线相对于坐标中心 $z = 0$ 是对称的。这表明, 高斯光束的波面相对于束腰的截面是对称的。波面曲率半径在接近束腰处和远离束腰处均趋向无限大,

在 $z = \pm \frac{\pi w_0^2}{\lambda} = \pm \frac{b}{2}$ 处有一极小值, 其值为 b , 一般地 $R > z$, 只有在远离束腰处 $R \approx z$ 。

由 (4.6) 和 (4.7) 式, 我们可以由给定的 w_0 值, 精确地计算不同 z 处的 w 和 R 。反过来, 我们也由任意 z 处已给的 w 和 R 值反解 w_0 值和束腰的位置。以 (4.7) 式除 (4.6) 式得:

$$\frac{w^2}{R} = \frac{\lambda^2 z}{\pi^2 w_0^2} \quad \text{或} \quad \frac{\lambda z}{\pi w_0^2} = \frac{\pi w^2}{\lambda R} \quad (4.11)$$

将这些关系再代入 (4.6) 和 (4.7) 式可解得

$$w_0^2 = w^2 \left[1 + \left(\frac{\pi w^2}{\lambda R} \right)^2 \right]^{-1} \quad (4.12)$$

$$z = R \left[1 + \left(\frac{\lambda R}{\pi w^2} \right)^2 \right]^{-1} \quad (4.13)$$

这是一组由任意高斯光束的波面曲率半径和光斑尺寸求解束腰位置和束腰光斑尺寸的关系式。

描写高斯光束的传播特性, 除了上述代数计算方法外, 还可以运用传播圆的作图法, 在 3-8 节中, 我们已经介绍过这种作图法, 但鉴于这种作图法在分析高斯光束光学问题中的实用性, 在这里我们还将作必要的重要介绍和补充。

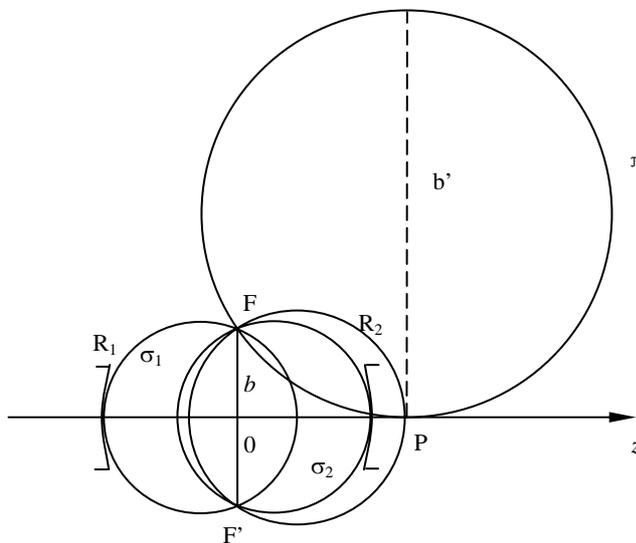


图 4-4 利用传播圆作图法直接由给定谐振腔确定高斯光束的传播特性

利用传播圆作图法, 可方便地从一给定的谐振腔, 直接确定其输出激光束的特性, 如图 4-4 所示, 若输出激光束的谐振腔是给定了的, 它由两个曲率半径为 R_1 和 R_2 的

反射镜所组成,那么通过作和反射镜 R_1 和 R_2 对应的 σ_1 和 σ_2 圆,就可确定该腔的两个侧焦点 F 和 F' ,两个侧焦点的距离即等于 b 值,确定了侧焦点 F 和 F' ,我们就确定了该高斯光束的束腰的位置 ($z=0$)。这时,在光束传播方向任意点 P 处的高斯光束的波面曲率半径 R ,可能过作过 F 和 P 点的 σ 圆来求得,这是因为 P 点处的波面曲率半径 R 正好等于这个 σ 圆的直径,而 P 点处的高斯光束的光斑尺寸 w 可通过 F 点并和光轴 z 相切于 P 点的 π 圆而求得。由 3-8 节中的分析可知,将由作图法求得的 π 圆的直径 b' 值代入下式 (即 (3.82) 式)

$$w = \sqrt{\frac{b'\lambda}{\pi}} \quad (4.14)$$

即可求得 P 点处的高斯光束的光斑尺寸 w ,如此反复地利用上述作传播圆的方法,我们即可以确定高斯光束在整个自由空间中的传播特性。

利用传播圆作图法,我们也可以由高斯光束在任何 P 处已知的光束参数 R 和 w 来确定高斯光束在整个自由空间中的传播特性。确定的步骤是,先由 P 处已知的参数 R 和 w 作相应的 σ 圆和 π 圆,由这两个圆的交点,即可确定该高斯光束的侧焦点 F 和 F' ,确定了 F 和 F' ,也就可以继续反复地利用传播圆的方法,求得高斯光束在整个自由空间中的传播特性。

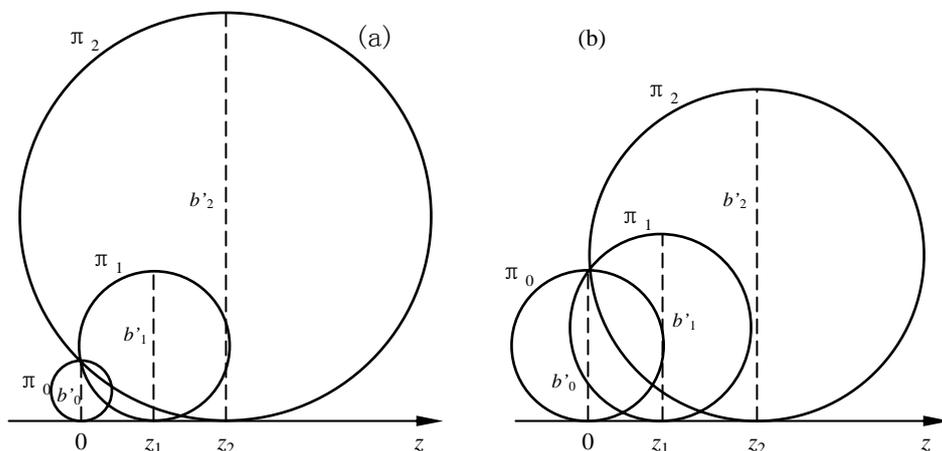


图 4-5 高斯光束的 π 圆随 z 的变化

利用传播圆的作图方法,我们可以简便地、形象地描绘出高斯光束的一些主要特性。图 4-5 示出的高斯光束沿其传播方向不同处的几个 π 圆,由这些 π 圆的直径 b'

的大小可以看出，高斯光束的光斑尺寸 w ($\sim b'$)，在 $z=0$ 处最小，并随着光束沿 z 方向传播距离的增大而增大，比较图中的 (a) 和 (b) 还可以看出，在 $z=0$ 处的 b'_0 值越小，则高斯光束的光斑尺寸增大的越快。

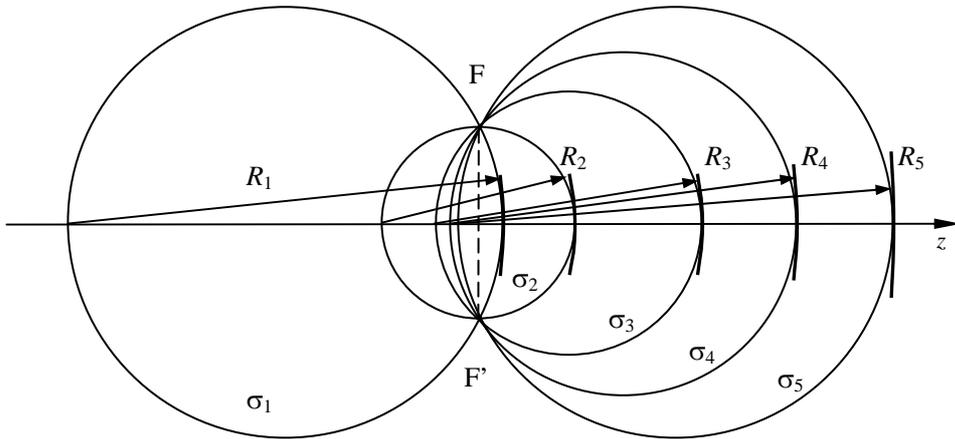


图 4-6 高斯光束的 σ 圆随 z 的变化

图 4-6 示出高斯光束沿其传播方向不同处的几个 σ 圆，由这些 σ 圆可以看出，高斯光束不同 z 处的波面犹如发自不同位置的“点源”所产生的球面。在 $z=0$ 处，高斯光束的波面是一个平面，它犹如发自无限远处的“点源”的光源在 $z=0$ 处形成的一个波面；随着光束沿 z 方向传播距离的增大，和各处的波面相应的“点源”将逐渐地移近束腰所在处，即 $z=0$ 处；在远离束腰处的高斯光束的波面，可认为是发自束腰处的“点源”的光波在该处所形成的球面，从图中还可以看出，高斯光束的波面在 $z = \pm b/2$ 处的曲率半径最小，其值等于共焦参数 b ，当 b 值甚小时，高斯光束的波面可以看作发自一个固定“点源”的球面波。

传播圆作图法十分简单、形象，在一些毋需严格计算的场合，它可以帮助我们迅速地作出有关的定性分析结果。

上述代数运算方法和传播圆作图法，主要是用来确定高斯光束的波面曲率半径和光斑尺寸在传播过程中的变化，但是对其附加位相和场振幅的变化则缺少分析。下面我们介绍一种复数的描写方法，它能更全面地反映高斯光束的传播特性。

现在我们引入一个参数 q ，它定义为

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{R} - \frac{i\lambda}{\pi w^2} \quad (4.15)$$

在束腰处, $R = \infty$, $w = w_0$, 此时, 复参数为

$$q_0 = i \frac{\pi w_0^2}{\lambda} \quad (4.16)$$

在距束腰 z 处的复参数 $q(z)$, 可通过将 (4.6) 和 (4.7) 式代入 (4.15) 式可求得, 即为

$$q(z) = q_0 + z = z + i \frac{\pi w_0^2}{\lambda} \quad (4.17)$$

由上式可进一步得出任意两处复参数的关系式:

$$q'(z) = q(z) + (z' - z) \quad (4.18)$$

利用上面引入的这个复参数 q , 我们可以对高斯光束的行波场表达式 (4.1) 式进行改写:

$$E_{00}(x, y, z) = C_{00} \frac{w_0}{w} e^{i\Delta\phi} e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}(z + \frac{x^2 + y^2}{2q})}$$

而由于

$$\begin{aligned} e^{i\Delta\phi} &= \cos \Delta\phi + i \sin \Delta\phi \\ &= \frac{1 + i \frac{\lambda z}{\pi w_0^2}}{[1 + (\frac{\lambda z}{\pi w_0^2})^2]^{\frac{1}{2}}} = \frac{w q_0}{w_0 q} \end{aligned} \quad (4.19)$$

故有

$$E_{00}(x, y, z) = C_{00} \frac{q_0}{q} e^{i\frac{2\pi}{\lambda}(z + \frac{x^2 + y^2}{2q})} \quad (4.20)$$

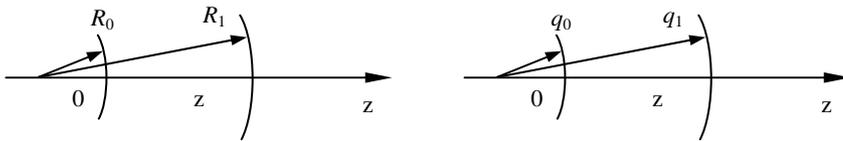
将这一式子和一般的发自一个点源的均匀球面波的表达式 (参看图 4-7(a))

$$E(x, y, z) = C \frac{R_0}{R} e^{i\frac{2\pi}{\lambda}(z + \frac{x^2 + y^2}{2R})}$$

进行比较, 不难看出, 两者在形式上是完全相同的, 只要将一般均匀球面波的波面曲率半径 R 换成复参数 q , 则描写一般均匀球面波的表达式即可变为描写高斯光束的表达式。因此, 高斯光束可以看作是一种以复数波面曲率半径表示的均匀球面波, 而 q 则具有复数波面曲率半径的意义 (参看图 4-7)。这种类比关系也直接表现在发自同一点源的不同波面曲率半径间的关系上, 在一般的球面波中, 它们有如下的关系:

$$R = R_0 + z$$

这和描写高斯光束的 (4.18) 式在形式上也是完全相同的, 下面我们还会看到, 这种类比关系同样适用于光束通过各种光学系统时的变换关系。因此, 利用复参数来描写高斯光束的传播特性和变换关系将是颇为方便的, 因为, 我们可以借用全部描写一般球面波的有关公式, 而这些我们在普通光学中是早已熟悉了的。



(a) 一般均匀球面波

(b) 高斯光束

图 4-7 高斯光束与一般均匀球面波的类比

从上面的讨论中我们可以看出, 实数的波面曲率半径这一参数, 只能用来描写均匀球面波; 对于光场非均匀分布的球面波, 必须要引入复数的波面曲率半径这样的参数, 才有可能对这种光波的传播特性给出完全的描写。对于光场按高斯函数分布的高斯光束, 我们引入以 (4.15) 式定义的复数 q , 就可以对它的传播特性给出完全描写, 复参数 q 不仅直接规定了高斯光束的波面曲率半径 R 和光斑尺寸 w (规定 w 相当于对横向场分布的确定), 而且也可用来确定由于光波的衍射效应所引起的附加位相 $\Delta\phi$ 和场振幅随 z 的变化 (参看 (4.19) 和 (4.20) 式)。也就是说, 复参数 q 完全描写了高斯光束的传播特性。特别地, 复参数的引入, 使我们可以更清楚地揭示出光波的衍射特性是和光场的非均匀分布这一现象密切相关的。正是由于光场的非均匀分布才引起非零的附加位相 $\Delta\phi$; 只有那些在自由空间中自由传播的均匀球面波, 则没有这种衍射效应和附加位相 $\Delta\phi$ 。

4-2 高斯光束通过光学系统的基本变换关系

(一) 高斯光束通过薄透镜的变换

先让我们回顾一下几何光学中的简单物象变换关系。如图 4-8(a)所示。若物点为轴上点 O_1 ，则由该物点发出的球面波，在其达到透镜的左方时的曲率半径为 R_1 ；而当这一球面波通过焦距为 f 的薄透镜的变换后，出射的是一向象点 O_2 会聚的曲率半径为 R_2 的球面波，则它们应满足如下的关系：

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_1} - \frac{1}{f} \quad (4.21)$$

此处 f 为薄透镜的焦距。这里我们规定，沿光波传播方向发散的球面波的曲率半径为正值，会聚的球面波的曲率半径为负值，从这里我们可以看到，透镜的作用是将它左侧的曲率半径为 R_1 的球面波变换为右侧的满足关系式 (4.21) 式的曲率半径为 R_2 的球面波。也就是说，透镜的作用只是改变光波的波面曲率半径。

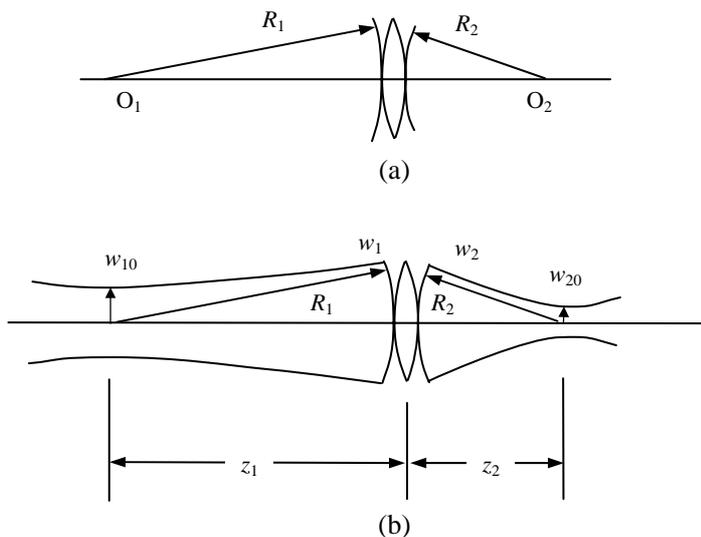


图 4-8 (a)通常球面波和 (b)高斯光束通过薄透镜的变换

根据透镜的这种作用，我们可以将这种变换关系推广应用于高斯光束的情况。这时 (4.21) 式中的 R_1 和 R_2 分别为高斯光束在透镜左侧和右侧的波面曲率半径，它们的正负号的规定和上述一样（参见图 4-8(b)）。

由于薄透镜厚度足够小，所以透镜两侧光束的分布应是完全相同的，即在透镜的

右侧光场分布仍为高斯分布，且光斑尺寸不变，即有

$$w_2 = w_1 \quad (4.22)$$

同时，由于透镜右侧出射的光束仍是光场按高斯分布的球面波，所以它向右方继续传播时，仍将是高斯光束。

对于给定的高斯光束，如其在透镜左方的束腰位置 z_1 和光斑尺寸 w_{10} 是已知的，则可利用 (4.6) 和 (4.7) 式，求得透镜左侧的波面曲率半径 R_1 和 w_1 ，继而利用 (4.21) 和 (4.22) 式，可求得透镜右侧的波面曲率半径 R_2 和 w_2 ，最后利用 (4.12) 和 (4.13) 式，可求得透镜右方束腰位置 z_2 和光斑尺寸 w_{20} 。这样也就可以完全确定经透镜变换后的高斯光束的传播特性。然而，这样的计算过程是比较繁杂的。下面我们利用复参数来确立有关的变换关系。

(1) 透镜两侧高斯光束复参数的变换关系

高斯光束通过薄透镜的变换可表达为如下的复参数的关系式：

$$\frac{1}{q_2} = \frac{1}{q_1} - \frac{1}{f} \quad (4.23)$$

此处 q'_1 和 q'_2 分别为透镜左侧和右侧高斯光束的复数波面曲率半径。

(4.23) 式的成立是不难证明的，只要我们将 (4.15) 式的关系代入 (4.23) 式，并使等式两边的实数虚数部分各自相等，便可得 (4.21) 和 (4.22) 两式，因此，(4.23) 式实际上等价于 (4.21) 和 (4.22) 两个关系式。

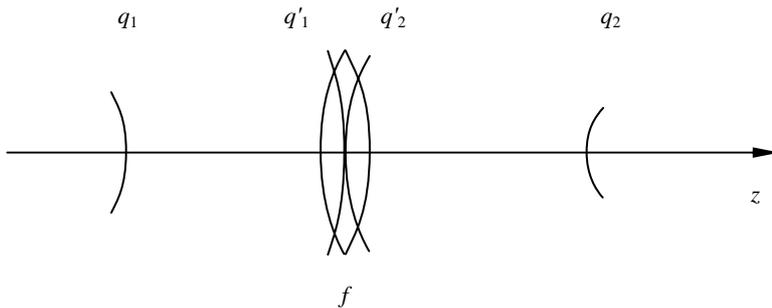


图 4-9 透镜两方高斯光束复参数的变换关系

(2) 透镜两方高斯光束复参数的变换关系

如图 4-9 所示， q'_1 和 q'_2 为透镜两侧高斯光束的复参数， q_1 和 q_2 为透镜两方距透镜分别为 d_1 和 d_2 两处的复参数。由 (4.18) 式，它们应有如下的关系：

$$q_1' = q_1 + d_1 \quad q_2' = q_2 - d_2$$

代入 (4.23) 式, 则有

$$\frac{1}{q_2 - d_2} = \frac{1}{q_1 + d_1} - \frac{1}{f} \quad (4.24)$$

或

$$q_2 = \frac{(1 - \frac{d_2}{f})q_1 + (d_1 + d_2 - \frac{d_1 d_2}{f})}{-\frac{q_1}{f} + (1 - \frac{d_1}{f})} \quad (4.25)$$

利用 (4.24) 或 (4.25) 式, 我们可以由已知入射光束在距离透镜 d_1 处的复参数 q_1 , 求得出射光束在距离 d_2 处的复参数 q_2 。

(3) 高斯光束的物象变换关系

对于我们特别感兴趣的是, d_1 和 d_2 满足物象关系这样一种情况, 即有

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f} \quad (4.26)$$

这时, 透镜两方高斯光束参数应存在有什么样的变换关系?

由 (4.26) 式, 显然有 $d_1 + d_2 - \frac{d_1 d_2}{f} = 0$, 将这一关系代入 (4.25) 式, 可得

$$\frac{1}{q_2} = \frac{f - d_1}{f - d_2} \cdot \frac{1}{q_1} - \frac{1}{f - d_2}$$

将 (4.15) 式的复参数的具体表达式代入上式, 并使等式两边的实数部分和虚数部分各自相等, 便可得到如下两个关系式:

$$\frac{1}{R_2} = \frac{f - d_1}{f - d_2} \cdot \frac{1}{R_1} - \frac{1}{f - d_2}$$

$$\frac{f - d_1}{f - d_2} = \frac{w_1^2}{w_2^2}$$

再利用关系式 (4.26) 式, 可将上式改写为

$$\frac{1}{R_2 - d_2} = \frac{1}{R_1 + d_1} - \frac{1}{f} \quad (4.27)$$

$$\frac{w_2}{w_1} = \frac{d_2}{d_1} \quad (4.28)$$

综合 (4.26)、(4.27) 和 (4.28) 三个关系式，我们不难看出，透镜两方高斯光束的波面互为物象关系。即由透镜左方的任一“物”波面，总可找到透镜右方的一个“象”波面，两者的位置、波面的曲率中心和光斑尺寸均满足一般的几何光学的成象关系（参看 (4.26) — (4.28) 式和图 4-10）。上面所述的这种变换关系，我们把它称作高斯光束的模象变换关系。

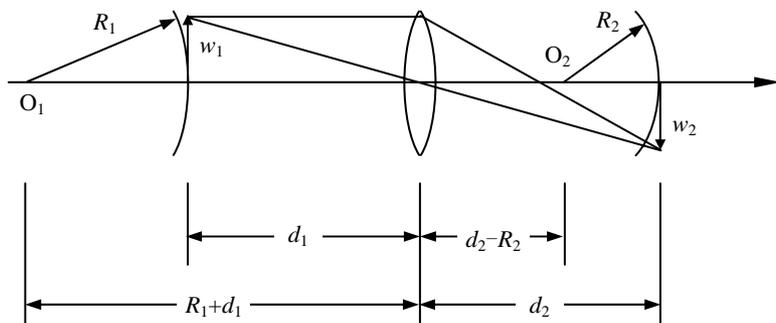


图 4-10 高斯光束的模象变换关系

从以上的分析可以看出，就高斯光束的波面特性参数的变换关系来看，高斯光束和普通的光束是一样的。

(4) 高斯光束束腰参数的变换关系

透镜两侧高斯光束的复参数可用两方的束腰参数表达如下（参看图 4-8(b)）：

$$q_1 = z_1 + i \frac{\pi w_{10}^2}{\lambda}; \quad q_2 = -z_2 + i \frac{\pi w_{20}^2}{\lambda}$$

将上面两式代入 (4.23) 式，经适当运算，并使等式两边的实数和虚数部分相等，便可得如下两个等式：

$$(f - z_1)(f - z_2) = f^2 - \left(\frac{\pi}{\lambda}\right)^2 w_{10}^2 w_{20}^2 \quad (4.29)$$

$$\frac{f - z_2}{f - z_1} = \frac{w_{20}^2}{w_{10}^2} \quad (4.30)$$

或

$$(f - z_1)(f - z_2) = f^2 - \frac{b_1 b_2}{4} \quad (4.31)$$

$$\frac{f - z_2}{f - z_1} = \frac{b_2}{b_1} \quad (4.32)$$

此处 $b_1 = \frac{2\pi w_{10}^2}{\lambda}$, $b_2 = \frac{2\pi w_{20}^2}{\lambda}$ 为透镜两方高斯光束的共焦参数。

由 (4.31) 和 (4.32) 式, 可解得

$$b_2 = \frac{b_1 f^2}{(f - z_1)^2 + (b_1/2)^2} \quad (4.33)$$

$$z_2 = f - \frac{f^2(f - z_1)}{(f - z_1)^2 + (b_1/2)^2} \quad (4.34)$$

在图 4-11 中示出两式所表达的 $z_2 - z_1$ 和 $b_2 - z_1$ 关系曲线。

如将高斯光束中入射光束和出射光束的束腰比作几何光学中旁轴光线的聚焦点, 则我们从图中不难看出, 高斯光束经透镜变换后的聚焦特性与通常几何光学中旁轴光线的聚焦特性是大有差异的。特别是, 当入射高斯光束的束腰位于透镜左方焦点附近时, 出射高斯光束的束腰, 并不是位于无限远处, 而是位于透镜右方焦点附近, 只有当 z_1 满足如下关系

$$(f - z_1)^2 \gg (b_1/2)^2$$

时, 或 $b_1 \rightarrow 0$ 时, (4.31) 式可近似表达为如下的形式:

$$(f - z_1)(f - z_2) = f^2$$

即通常几何光学中描写旁轴光线聚焦特性的牛顿公式。这时, 高斯光束的束腰位置经透镜的变换关系可用几何光学的物象变换关系近似处理。

由 (4.33) 式和图 4-11 可以看出, 当 $z_1 = f$ 时, b_2 具有极大值, 并有如下的关系式:

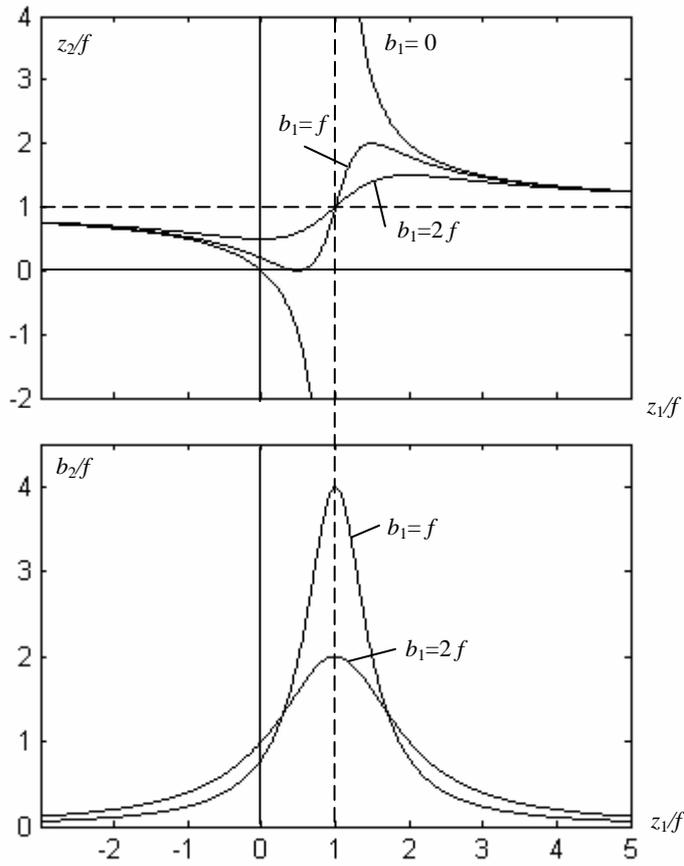


图 4-11 z_2-z_1 和 b_2-z_1 和关系曲线

$$b_2 = 4f^2/b_1 \quad (4.35)$$

这时，不论 b_1 为何值， z_2 均等于 f 。由图 4-11 可以看出，只有当 $(f - z_1)^2 \gg (b_1/2)^2$ 时，可望获得较小的 b_2 值。

(二) 高斯光束通过两种不同介质界面的变换

设有两种不同折射系数 n_2 和 n_1 的介质，其界面为一曲率半径 R 的球面，如图 4-12 所示，高斯光束通过这一界面时的变换关系可由下式给出：

$$\frac{n_2}{q_2} = \frac{n_1}{q_1} + \frac{n_2 - n_1}{R} \quad (4.36)$$

此处 q_1 和 q_2 分别为界面左侧和右侧的高斯光束的复参数，它们可表达为：

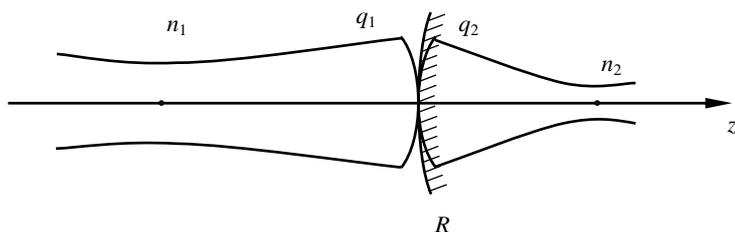


图 4-12 高斯光束通过不同介质界面的变换

$$\frac{1}{q_1} = \frac{1}{R_1} - \frac{i\lambda}{\pi w_1^2 n_1}$$

$$\frac{1}{q_2} = \frac{1}{R_2} - \frac{i\lambda}{\pi w_2^2 n_2}$$

这里 n_1 和 n_2 的引入, 是由于介质中的光波波长应为 λ/n_1 或 λ/n_2 , 将上面两式的关系代入 (4.36) 式, 可得

$$\frac{n_2}{R_2} = \frac{n_1}{R_1} - \frac{n_2 - n_1}{R}; \quad w_1 = w_2 \quad (4.37)$$

即为几何光学中球面波通过不同介质界面时的变换关系, 这里的 R 符号和 R_1 和 R_2 一样, 从光波传播方向来看, 凸面为正值, 凹面为负值。

(三) 高斯光束通过透镜组的变换

上面我们在分析高斯光束通过单透镜的变换关系时已经清楚, 对于高斯光束的波面特性来说, 它的变换关系完全可以用几何光学中的有关公式来描写。因而, 当高斯光束通过由若干个透镜组成的透镜组时, 仍可运用一般的几何光学的公式加以处理。特别是, 当透镜组有两个焦距为 f_1 和 f_2 的透镜所组成的情况下 (参看图 4-13), 我们可以根据几何光学的原理求得透镜组的等效焦距 f :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2} \quad (4.38)$$

和第一主平面与第二主平面分别至透镜 f_1 和 f_2 的距离:

$$h_1 = \frac{f}{f_2} d; \quad h_2 = \frac{f}{f_1} d \quad (4.39)$$

然后利用这些数据，即可利用上述单透镜的有关变换公式，进行高斯光束传播特性的变换处理。如透镜组由更多的透镜所组成，可通过逐步组合的方法，求得透镜组的等效焦距的主平面的位置，然后再进行高斯光束传播特性的变换处理。

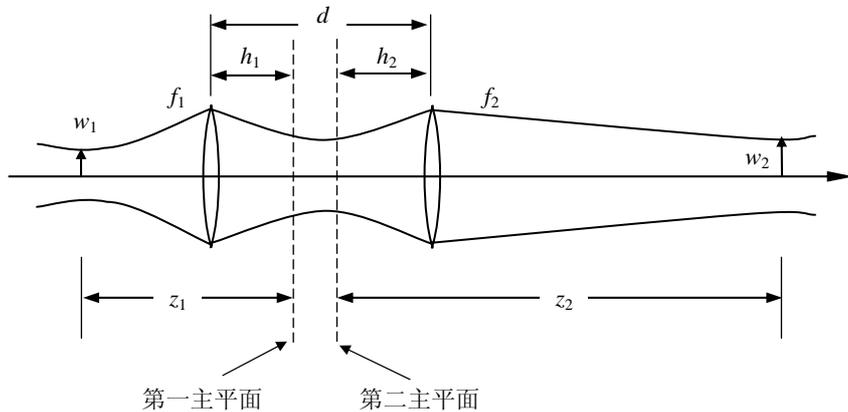


图 4-13 高斯光束通过 f_1 和 f_2 透镜组的变换

4-3 高斯光束的聚焦、准直与扩束

(一) 高斯光束的聚焦

一激光束（或高斯光束）经一凸透镜聚焦后可形成一很小的光斑。激光束的聚焦特性一般可由（4.33）和（4.34）式决定。由这两个式子或图 4-11 可以看出，当透射高斯光束的束腰远离透镜时，可望出射光束在透镜焦点附近获得较小的光斑。然而，这种安排在实际使用上是不方便的，因为这等于要求将激光器和聚焦透镜分离得很远。

较为合适的聚焦光学系统应当是，将聚焦透镜置于激光器输出端的附近。在这种情况下，使用单一凸透镜的聚焦方法就会有大的局限性，下面我们就来探讨高斯光束的更为合理的聚焦方案。

首先分析一高斯光束经一单透镜的聚焦特性。对（4.33）和（4.34）式进行分析不难看出，在 b_1 和 f 一定的情况下，若使 b_2 很小，则要求 z_1 尽可能大，这意味着，只有当高斯光束的束腰远离透镜时才能在透镜左方焦点附近获得较小的光斑，这在实际使用中是不方便的。

若将入射高斯光束的束腰置于透镜聚焦透镜附近，为使问题简化，设 $z_1 = 0$ （这种情况是可以实现的，因为平凹腔激光器的束腰位置位于平面镜上，只要将聚焦透镜置于激光器的平面输出镜上即可），由（4.33）式可得到：

$$b_2 = \frac{b_1 f^2}{f^2 + \left(\frac{b_1}{2}\right)^2}$$

由 $b = \frac{2\pi w_0^2}{\lambda}$ 可得

$$w_{20}^2 = \frac{w_{10}^2 \lambda^2 f^2}{4\lambda^2 f^2 + \pi^2 w_{10}^4}$$

在 f 不大的情况下，可得到

$$w_{20} = \frac{\lambda f}{\pi w_{10}}$$

引式表示，若 w_{20} 很小，则需 w_{10} 较大，但是实际激光器的束腰 w_{10} 并不很大，因此用单透镜聚焦不可能得到很小的光斑。

再分析在 $z_1 = 0$ 时聚焦后束腰的位置。由（4.34）式可得

$$z_2 = f - \frac{f^3}{f^2 + \left(\frac{b_1}{2}\right)^2} \quad (4.40)$$

这表明，聚焦后束腰的位置小于 f ，而 f 又不是很大。

总之，在激光器输出端附近用一简单的透镜来聚焦激光束，既得不到微米量级的小聚焦光斑，更不能在远处聚成较小的光斑。然而，在一些激光打孔和激光打靶等应用中则又都分别要求满足这些聚焦特性。

为了满足上述应用对激光束聚焦特性的要求，一般地需要采用组合透镜的方法予以解决。在图 4-14 中给出双透镜组合系统聚焦特性分析示意图。如图中所示，两透镜的焦距分别为 f_1 和 f_2 ，两者的间距为：

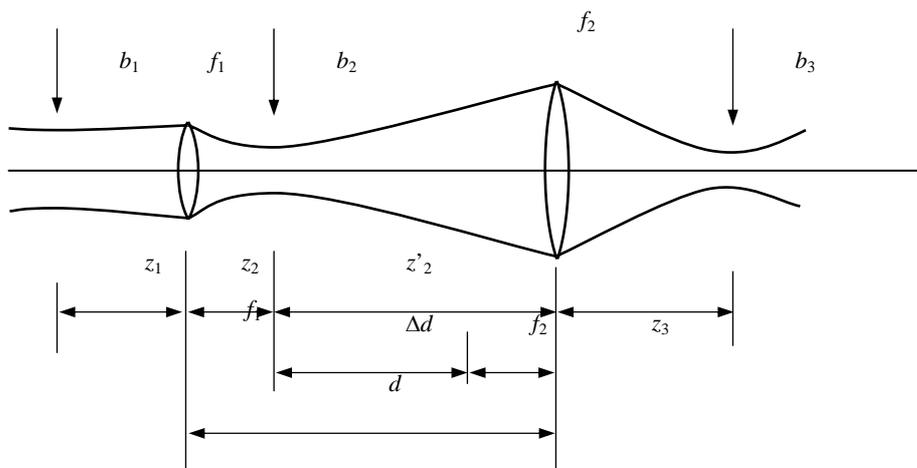


图 4-14 双透镜聚焦系统

$$d = f_1 + f_2 + \Delta d$$

因此，由 (4.38) 式可得，该系统的等效焦距为：

$$f = \frac{f_1 f_2}{\Delta d} \quad (4.41)$$

如入射高斯光束的共焦参数为 b_1 ，而束腰离透镜 f_1 的距离为 $z_1 = f_1$ ，则利用 (4.33) 和 (4.34) 式，可求得经透镜 f_1 变换后的高斯光束共焦参数和束腰位置：

$$b_2 = \frac{4f_1^2}{b_1} \quad (4.42)$$

$$z_2 = f_1 \quad (4.43)$$

这里对 z_1 位置的这一规定并不对该系统的实际使用条件来严格的限制，只要将该系统置于激光器的输出端附近即可。这是由于一般激光器的输出光束的共焦参数 b_1 约为米的量级，而束腰位于输出平面镜上，因而，实际上总是满足 $(f_1 - z_1)^2 \ll (b_1/2)^2$ 这一关系，在这种情况下，(4.42) 和 (4.43) 式的结果就是一个很好的近似。因此，为了使分析简单起见，我们不妨规定 $z_1 = f_1$ 。

下面我们再继续分析高斯光束 f_2 的变换。这时，由于

$$z_2' = d - z_2 = d - f_1 = \Delta d + f_2$$

因此，再利用 (4.33) 和 (4.34) 式，可得出最后出射光束的共焦参数和束腰位置

$$b_3 = \frac{b_2 f_2^2}{(\Delta d)^2 + (b_2/2)^2} \quad (4.44)$$

$$z_3 = f_2 + \frac{\Delta d f_2^2}{(\Delta d)^2 + (b_2/2)^2} \quad (4.45)$$

在聚焦系统中总是要取适当大的 Δd 值。这样才有可能得到较小的 b_3 值，因此容易满足 $(\Delta d)^2 \gg (b_2/2)^2$ 这一关系。在满足这一条件下，再利用 (4.42) 和 (4.43) 式的关系，可得双透镜聚焦系统聚焦特性的简化表达式：

$$b_3 = \frac{4f^2}{b_1} \quad (4.46)$$

$$z_3 = f_2 + \frac{f_2^2}{\Delta d} \quad (4.47)$$

(4.46) 式还可表达为光斑尺寸之间的关系：

$$w_{30} = \frac{\lambda f}{\pi w_{10}} \quad (4.48)$$

由 (4.46) 和 (4.47) 式容易看出，最后聚焦光斑的尺寸主要决定于系统的等效焦距 f ，聚焦光束的束腰位置主要决定于物镜，即第二个透镜的焦距 f_2 ，从使用上考虑，光束的最后聚焦点不能离物镜太近，因而 f_2 不能太小，因此，为欲在近处获得尽可能小的聚焦光斑尺寸，可通过选用较小的 f_1 值，或加大 Δd 值来实现。举例来说明，我们取 $f_1 = 1.5$ 厘米， $f_2 = 4$ 厘米， $\Delta d = 12$ 厘米，如入射光束束腰光斑尺寸 $w_{10} = 0.5$ 毫米，则可在 $z_3 = 5.3$ 厘米处获得 $w_{30} = 2$ 微米的聚焦光斑尺寸，为欲在较远处获得较小的聚焦光斑，则由 (4.47) 式可知，应相应增大 f_2 值和适当减小 Δd 值，例如，我们取 $f_1 = 1.5$ 厘米， $f_2 = 50$ 厘米， $\Delta d = 5$ 厘米， $w_{20} = 0.5$ 毫米，则可在 $z_3 = 5.5$ 米处获得 $w_{30} = 60$ 微米的聚焦光斑尺寸。

在考虑聚焦系统时，除了要计算上述聚焦特性外，还应估计透镜的最小孔径，对于透镜 f_1 ，由于激光束的输出光束的光斑尺寸一般在 1 毫米以内（对于可见激光而言），因而透镜的孔径总是比激光束的自孔径来得大，然而到达透镜 f_2 的高斯光束，则由于它经过了透镜 f_1 的聚焦与扩散后，其光斑尺寸就要大得多。因而有必要对它作定量的

计算，才能规定出透镜的合适孔径值。在图 4-15 中示出 f_2 处的 π_2 圆。由图中所示的

$$\text{关系, 可得 } (b_2' - \frac{b_2}{2}) \frac{b_2}{2} = (\Delta d + f_2)^2$$

$$\therefore b_2' = \frac{2(\Delta d + f_2)^2}{b_2} + \frac{b_2}{2}$$

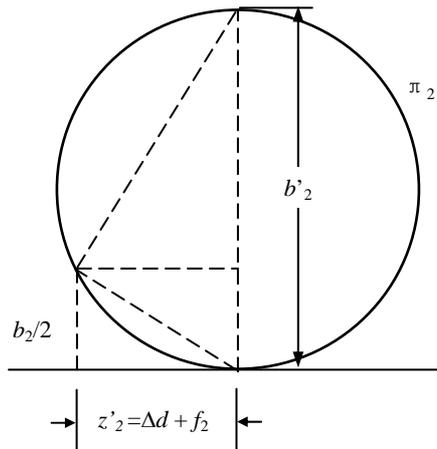


图 4-15 f_2 透镜处光斑尺寸的图解分析

由于 $(\Delta d + f_2)^2 \gg b_2^2$ ，再利用 (4.42) 式，可得 f_2 处的光斑尺寸

$$w_2' = \frac{\Delta d + f_2}{f_1} w_{10}$$

因而透镜 f_2 的最小孔径值应按下列式计算：

$$D_2 = 2\sqrt{\pi} \cdot w_2' \doteq 3.5 \frac{\Delta d + f_2}{f_1} w_{10} \quad (4.49)$$

由此可知，在上述两个例子中，前者 $D_2 = 19$ 毫米，后者 $D_2 = 54$ 毫米。

应当指出，上面的分析结果只是对基模激光束而言，如激光束为较高序数模，则各处的光斑尺寸均相应的扩大 $\sqrt{2m+1}$ 倍，因而，聚焦光斑的尺寸也扩大同样的倍数，因此，为欲获得更为理想的小聚焦光斑，必须采用基模激光束，即高斯光束。

(二) 高斯光束的准直与扩束

在许多实际应用中要求发射至远处的激光束具有较小的光斑尺寸，即要求激光束

具有更好的方向性或准直性。直接从激光器输出的激光束，由于其远场发散角一般约为 1 毫弧度左右，因而只要传播 1 公里远，其光斑尺寸即扩大至米左右，这种情况显然是不理想的。因此，为了改善这一情况，有必要采用一定的光学系统压缩激光束的场发散度。4-1 节的讨论中已经知道，高斯光束的远场发散角 θ 主要决定于束腰的光斑尺寸 w_0 ，即有

$$\theta = \frac{\lambda}{\pi w_0}$$

因此，压缩光束远场发散角的根本方法在于扩大光束束腰光斑尺寸，也就是要采用某种扩束的方法。

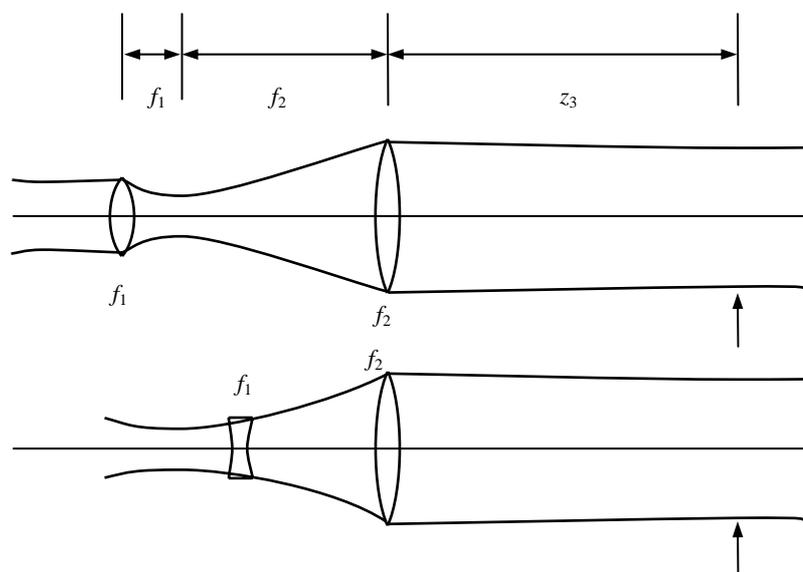


图 4-16 倒置望远镜扩束系统

在激光器输出端附近使用一种简单的透镜来变换激光束是达不到扩束的目的的。为了有效地扩展高斯光束的束腰光斑尺寸，可采用如图 4-16 所示的倒置望远镜系统，这里的光学系统也是一种双透镜组，其中第一个透镜 f_1 也是一个短焦距透镜，高斯光束通过透镜 f_1 的变换与上述双透镜聚焦系统中的情况相似，仍可用 (4.42) 和 (4.43) 式来描写，再经透镜 f_2 ，变换后的出射光束的特性仍可用 (4.44) 和 (4.45) 式来描写，但在这种系统中，应要求两透镜的间距 $d = f_1 + f_2$ ，这时才可能获得具有最大共焦参数的出射光束。在这种情况下，最后出射光束的特性可由如下的式子表达：

$$b_3 = \frac{f_2^2}{f_1^2} b_1 \quad \text{或} \quad w_{30} = \frac{f_2}{f_1} w_{10} \quad (4.50)$$

$$z_3 = f_2 \quad (4.51)$$

在这种情况下，透镜 f_2 的最小孔径值由下式确定：

$$D_2 = 3.5 \frac{f_2}{f_1} w_{10} \quad (4.52)$$

只要两透镜的间距为 $f_1 + f_2$ ，(4.50)式所示的关系，不仅在 $z_1 = f_2$ 的情况下成立， z_1 为任意的情况下均成立， b_3 这一结论的正确性是不难证明的，只要利用(4.33)和(4.32)式的关系，就不难导出(4.50)式的关系式。利用(4.32)式的关系，和(4.50)式的结果，可得 z_3 和 z_1 的关系式：

$$z_3 = f_2 + (f_1 - z_1) \frac{f_2^2}{f_1^2} \quad (4.53)$$

从上面的分析可知，高斯光束通过倒置望远镜变换后，其扩束比简单地决定于两个透镜的焦距比 f_2/f_1 ，如选择两透镜的焦距比为10，则可而得10倍的扩束比。如此传播至1公里远的高斯光束的光斑尺寸约只有10厘米，由(4.50)式还可以看出，扩束后的高斯光束的平行性将明显地改善，其准直距离（等于光束的共焦参数值）将增大 f_2^2/f_1^2 倍。

倒置望远镜系统中的第一个透镜 f_1 ，可采用正透镜，也可采用负透镜（参看图4-16）（采用后一方案，可使系统更为紧凑），这时要求两个透镜的左焦点重合。

在结束这一节时还应指出，在上述的分析中，我们没有涉及透镜的各种象差问题，但在设计上述光学系统时，必须要很好考虑透镜象差的消除问题，这样才能得到较为理想的结果。

4-4 谐振腔的模匹配

在一些实验研究中，需要把激光束引入另一些谐振腔。例如，将一激光束注入另一激光器内，使之产生再生放大；或应用扫描式球面法布里—珀罗干涉仪观察激光束的纵模频谱结构。在这些应用中，都要求所引入的激光束的模参量与新的谐振腔中可能产生的模相匹配。如两腔的模是匹配的，则自激光器发出的基模将在新谐振腔中只

产生同一光束参数的基模。如两个谐振腔的模是不相匹配的，则自激光器发生的基模光束，入射于新谐振腔后，将产生高序数模，这是我们所不希望的。然后，两谐振腔的模不相匹配往往是经常发生的。但是，在应用中往往要求两者是模匹配的，为了解决这一矛盾，通常可利用一透镜将激光器发出的光束进行变换，使变换后的激光束的光束参数和新谐振腔的固有模参数相吻合，这样就能满足上述要求。

图 4-17 中示出利用透镜变换光束的方法实现谐振腔模匹配的示意图。在这个方法中，就是要使被透镜变换后的高斯光束的共焦参数与束腰位置和新腔的共焦参数与束腰位置相吻合。

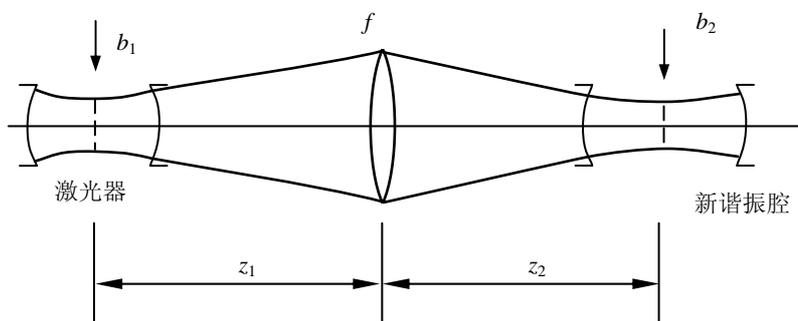


图 4-19 谐振腔的模匹配

在这种情况下，两个谐振腔的共焦参数 b_1 和 b_2 是已知的，这时我们可以利用 (4.31) 和 (4.32) 式得到如下的两个关系式：

$$z_1 = f \pm \sqrt{\frac{b_1}{b_2} \left(f^2 - \frac{b_1 b_2}{4} \right)} \quad (4.54)$$

$$z_2 = f \pm \sqrt{\frac{b_2}{b_1} \left(f^2 - \frac{b_1 b_2}{4} \right)} \quad (4.55)$$

上面两式可以同时选取两个正号或同时选取两个负号，因此一般地可有两个解。由 (4.54) 式可知，透镜的焦距 f 必须要大于 $\sqrt{b_1 b_2}/2$ 。一经选定了透镜的焦距 f 值，也就可以确定透镜和两腔的相对位置 z_1 和 z_2 。当然，还要从使用上方便考虑，即要求 z_1 和 z_2 不能太大，但也不能太小，致使三者无法摆开。

下面让我们举一个数值例子来说明，设激光器的谐振腔是由两个曲率半径为 $r=60$ 厘米的凹面镜组成，其间距为 60 厘米，因而是一共焦腔结构，束腰位于腔的中心位

置，共焦参数 $b_1 = 60$ 厘米；另一谐振腔是半共焦腔结构，凹面镜的曲率半径为 10 厘米，腔长为 5 厘米，因而束腰位于平面镜上，共焦参数 $b_2 = 10$ 厘米，这时，如取 $f = 20$ 厘米，可得

$$z_1 = 58.7 \text{ 厘米}, \quad z_2 = 26.5 \text{ 厘米}$$

因此，透镜与激光器输出镜的距离应为 28.7 厘米；与另一谐振腔的输入镜（如这是平面镜）距离应为 26.5 厘米。按理还有另一解： $z_1 = -18.7$ 厘米， $z_2 = 13.5$ 厘米，但这是无法实际安排的。

上面介绍的这种谐振腔的模匹配是一种横模完全匹配的，在这里，两个谐振腔中可能形成的横模是完全相吻合的。然而，正如上面所分析的，要实现这种完全的模匹配，对三者的相互关系的要求是比较严格的。只要改变任一谐振腔，则要求三者有另一相互关系。这样，就会给使用上带来不方便，特别是用一球面扫描干涉仪来测量各种激光器的纵模频谱结构时，就得要根据不同腔结构参数的激光器，经常变换透镜和重新安排三者的相互配置，才能进行测量。

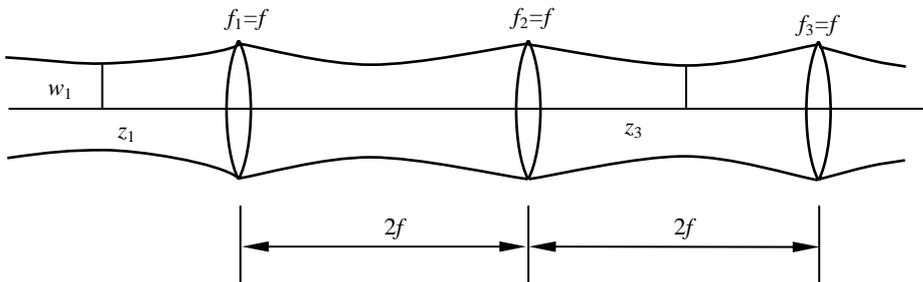


图 4-18 高斯光束在共焦腔的等效周期透镜系列中的传播

实际上，在应用中并不象上面所述的那样要求完全横模匹配，而只要求注入的基模光束，不至于在新腔内形成高序数模即可。可以证明，不论什么样的高斯光束沿腔轴方向注入一个共焦腔，则该高斯光束经共焦腔反射镜的两次反射后，将再次恢复原入射光束的全部特性。光束在谐振腔内的传播特性可用光束通过其等效周期透镜系列的传播特性来描写，在共焦腔的情形下，其等效周期透镜系列由间距为 $2f$ 的一系列等焦距 f 的透镜所组成，如图 4-18 所示，这里每两透镜组成的一扩束比为 $f_1/f_2 = 1$ 的望远镜。由上节中的分析可知在 $f_2/f_1 = 1$ 的情况下，任一束腰光斑尺寸为 w_1 ，束腰位置为 z_1 的高斯光束，经两个透镜 f_1 和 f_2 的变换后，由第二个透镜 f_2 出射的高斯光

束的光斑尺寸 w_3 应等于 w_1 ，而束腰离第二个透镜的距离 z_3 应等于 $2f - z_1$ （这些结果可由 (4.50) 和 (4.53) 式导出）。由共焦腔的腔长等于 $2f$ 这一特点可知，束腰 w_3 离透镜 f_3 的距离为 $2f - z_3$ ，即等于 z_1 ，由此可知，高斯光束每经两个透镜，将重复原先的光束特性。也就是说，注入共焦腔内的任一高斯光束，经共焦腔反射镜的两次反射后，将再次重复原入射光束的特性，高斯光束在共焦腔内的这一传播特点决定了向前传播的行波场将和原先的高斯光束不会有任何的差别，因而不会产生高序数模的光束。共焦腔和任意高斯光束之间的这种匹配关系对实际使用有很大的方便，只要我们使用共焦球面扫描干涉仪就可以对各种腔结构的激光器的输出光束直接进行纵模频谱结构的测量，毋须再通过透镜的变换。

此外，还应指出，其它“重入谐振腔”与共焦腔类似，它们与高斯光束之间也将有这种类似的匹配关系。

第五章 激活介质的特性

激活介质的增益特性是分析激光器特性的基础。本章用经典的速率方程方法导出激活介质的增益系数和粒子数反转的关系，并讨论了增益饱和现象。而增益饱和是形成激光稳定振荡的关键。本章在分析激活介质增益饱和的基础上，分析激光振荡的产生条件，激光器的振荡频率特性和输出功率特性。

激光线宽和频率牵引都是激光器的工作特性，对它的严格理论分析必须用量子理论和半经典理论，本章只从经典理论出发作简单的分析。

5-1 光放大和增益饱和

当光通过激活介质时，由于受激辐射的作用，某一特定频率的光波将被放大，设入射光强为 $I_0(\nu)$ ，经工作物质 x 距离后的光强为 $I(\nu)$ ，那么 $I(\nu)$ 与 $I_0(\nu)$ 之间的关系为

$$I(\nu) = I_0(\nu)e^{G(\nu)x} \quad (5.1)$$

$$e^{G(\nu)x} = \frac{I(\nu)}{I_0(\nu)} \quad (5.2)$$

$$\text{而 } G(\nu) = \frac{1}{I(\nu)} \frac{dI(\nu)}{dx} \quad (5.3)$$

$G(\nu)$ 称增益系数，其物理意义是频率为 ν 的光波通过激活介质单位长度的增长率。

第一章已讲过，在光放大的情况下

$$G(\nu) = \frac{A_{21}\lambda^2}{8\pi} \left(N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1 \right) g(\nu) \quad (5.4)$$

式中 $g(\nu)$ 是光谱线型函数。

如果入射光的谱线分布很窄，即 $\Delta\lambda$ 很小，上式除 $g(\nu)$ 外均可近似地看作常数，所以，可以认为增益系数与线型函数有相同的形式。

由于激活介质的放大作用，激光器在形成振荡的过程中，光束在谐振腔内往返传播，光强逐渐增大。但是光强是不能无限增加的，从 (5.4) 式可以看到，激活介质之所以能使光放大，是因为上下能级的粒子数达到反转分布状态，即

$$N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1 > 0 \quad (5.5)$$

当光在激活介质中传播时，受激跃迁的速率大于受激吸收的速率，光才能被放大。这样，随着光强 $I(\nu)$ 的增加， $N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1$ 就逐渐减小，所以增益系数 $G(\nu)$ 也就随

光强 $I(\nu)$ 的增加而减小，即 $G(\nu)$ 是 $I(\nu)$ 的函数，记为 $G(\nu, I)$ 。

在有些讨论中，将 $N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1$ 视为常数，这只是一种近似，这种近似只有在光强 $I(\nu)$ 很弱时才成立。在这种意义下的增益系数称为小信号系数，它表征粒子数反转的一个重要参数。

在实际的激光器中，一旦振荡产生，随着激光器内光强的增加，激活介质中上下能级粒子数反转减小，激活介质的增益系数就下降，这种现象叫增益饱和。

激活介质的增益饱和现象对激光器的工作特性（如频率特性和输出功率特性）有着直接的影响。有些激光器（如氦氖激光器）虽然小信号增益很大，但在很小的光强时就出现饱和现象，因而它的输出功率是较小的，可是有些激光器（如二氧化碳激光器）虽然小信号增益不大，但在较强的光强下才出现饱和现象，因此可望得到较大的输出功率。

具有均匀展宽线型和非均匀展宽线型的激活介质的增益饱和行为有着很大的差别，由它们构成的激光器的工作性质也很不相同。下面我们分别进行讨论。

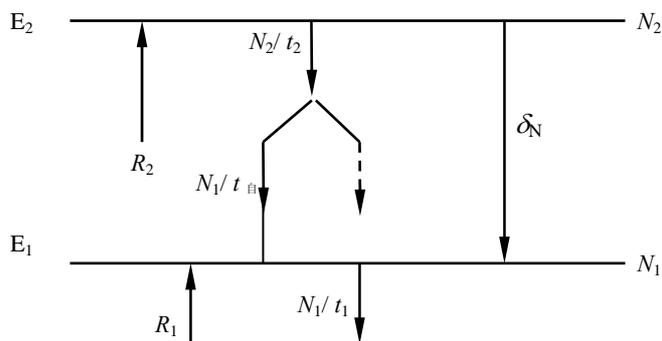


图 5-1 激光能级中的有关跃迁

(一) 均匀展宽激活介质的增益饱和：

假定激光跃迁发生在 E_2 和 E_1 能级之间（如图 5-1 所示），分布在能级 E_2 和 E_1 上

的粒子数密度为 N_2 和 N_1 ；单位时间内从单位体积中激发到能级 E_2 和 E_1 上的粒子数为 R_2 和 R_1 ， E_2 和 E_1 的能级寿命分别为 t_2 （包括自发辐射寿命 $t_{\text{自}}=1/A_{21}$ ）和 t_1 ；由于受激辐射作用，由能级 E_2 跃迁到能级 E_1 上的跃迁速率为 δ_N 。因此考虑到激发，消激发和受激作用过程，能级 E_2 和 E_1 上的粒子数密度变化速率为

$$\begin{aligned}\frac{dN_2}{dt} &= R_2 - \frac{N_2}{t_2} - \delta_N \\ \frac{dN_1}{dt} &= R_1 - \frac{N_1}{t_1} + \delta_N + \frac{N_2}{t_{\text{自}}}\end{aligned}\quad (5.6)$$

(5.6) 式称能级 E_2 和 E_1 间激光跃迁过程的速率方程。在稳定情况下的速率方程为

$$\begin{aligned}R_2 - \frac{N_2}{t_2} - \delta_N &= 0 \\ R_1 - \frac{N_1}{t_1} + \delta_N + \frac{N_2}{t_{\text{自}}} &= 0\end{aligned}\quad (5.7)$$

现在我们就从稳态速率方程出发，推导增益系数与光强的关系。单位时间内，由于受激辐射上能级 E_2 的粒子数密度减小 δ_N ，它辐射的能量就等于光强 $I(\nu)$ 在单位长度上的增加量。即

$$\frac{dI(\nu)}{dx} = h\nu \cdot \delta_N$$

将此式代入至 (5.3) 和 (5.4) 式中，得

$$\delta_N = \frac{A_{21}\lambda^2}{8\pi h\nu} (N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1) g(\nu) I(\nu) \quad (5.8)$$

将 (5.8) 式代入 (5.7) 中，可解得

$$N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1 = \frac{R_2 t_2 - (R_1 + \beta \cdot R_2) \frac{g_2}{g_1} t_1}{1 + [t_2 + (1-\beta) \frac{g_2}{g_1} t_1] \frac{\lambda^2 g(\nu) I(\nu)}{8\pi h\nu t_{\text{自}}}} \quad (5.9)$$

式中 $\beta = t_2/t_{\text{自}}$

当 $I(\nu) = 0$ 时

$$\Delta N^0 = N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1 = R_2 t_2 - (R_1 + \beta R_2) \frac{g_2}{g_1} t_1 \quad (5.10)$$

ΔN^0 为没有光作用时上下能级的粒子反转值，它与激发速率 R_1 、 R_2 ，能级寿命 t_1 、 t_2 ，以及能级简并度 g_1 、 g_2 等因素有关。

现在我们来化简 (5.9) 式，使其物理意义更加明显，令

$$\psi = \beta[1 + (1 - \beta)\frac{g_2 t_1}{g_1 t_2}] \quad (5.11)$$

则 (5.9) 式可写为

$$N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1 = \frac{\Delta N^0}{1 + \psi \frac{\lambda^2 g(\nu)}{8\pi h \nu} I(\nu)} \quad (5.12)$$

再令

$$I_s(\nu) = \frac{8\pi h \nu}{\lambda^2 g(\nu) \psi}$$

则

$$N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1 = \frac{\Delta N^0}{1 + \frac{I(\nu)}{I_s(\nu)}} \quad (5.13)$$

将此式代入 (5.4) 式，得

$$G(\nu, I) = \frac{G_0(\nu)}{1 + \frac{I(\nu)}{I_s(\nu)}} \quad (5.14)$$

$$\text{其中 } G_0(\nu) = \frac{\Delta N^0 \lambda^2}{8\pi t_2} g(\nu) \quad (5.15)$$

$G_0(\nu)$ 是 $I(\nu) = 0$ 时的增益系数，即小信号增益系数。从上式可看到，小信号增益系数是频率 ν 的函数，其函数形式与线型函数 $g(\nu)$ 相似，仅差一个比例常数。小信号增益系数是激活介质的一个重要参数。

从 (5.14) 式可看出，当 $I(\nu) = I_s(\nu)$ 时， $G(\nu, I) = \frac{1}{2} G_0(\nu)$ ， $I_s(\nu)$ 称为饱和参数，它具有光强的量纲， $I_s(\nu)$ 值越大，增益饱和现象发展的越缓慢，这就越能获得较大的腔内光强。

为了进一步说明, 现在把均匀展宽线型函数 $g_h(\nu) = \frac{2}{\pi\Delta\nu_h} \cdot \frac{1}{1 + (\frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu_h/2})^2}$ 代入

(5.14) 式, 经整理得

$$G(\nu, I) = \frac{G_0(\nu_0)}{\left(\frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu_h/2}\right)^2 + \left(1 + \frac{I(\nu)}{I_s(\nu_0)}\right)} \quad (5.16)$$

$$\text{其中 } G_0(\nu_0) = \frac{\Delta N^0 \lambda^2}{4\pi^2 t_{\text{自}}} \cdot \frac{1}{\Delta\nu_h} \stackrel{\text{令}}{=} G_0 \quad (5.17)$$

G_0 为 $\nu = \nu_0$ 时的小信号增益系数。

$$I_s(\nu_0) = \frac{4\pi^2 h \nu \Delta\nu_h}{\psi \lambda^2} \stackrel{\text{令}}{=} I_s \quad (5.18)$$

$$\because \nu = \frac{c}{n\lambda}$$

$$\therefore I_s(\nu_0) = \frac{4\pi^2 hc \Delta\nu_h}{n\lambda^2 \psi} \quad (5.19)$$

$I_s(\nu_0)$ 为 $\nu = \nu_0$ 时所对应的饱和参数。

从 (5.16) 式看到增益系数与小信号增益系数、光强、频率、饱和光强之间的关系。这时增益系数的曲线形状近似洛伦兹型的, 与 $g_h(\nu)$ 的线型类似。

由 (5.19) 式可以看到, $\nu = \nu_0$ 时的饱和参数 I_s 与谱线均匀展宽半强度 $\Delta\nu_h$ 成正比, 与波长的三次方成反比。这就是说, λ 越小, $\Delta\nu_h$ 越大, 越可望得到较大的饱和参数,

此外, I_s 还与能级寿命参数 ψ 有关 (见 (5.11) 式)。当 $t_{\text{自}}$ 较大时, $\beta = \frac{t_2}{t_{\text{自}}} \ll 1$, 若

设 $g_2 = g_1$, 则 $\psi \approx \frac{t_1 + t_2}{t_{\text{自}}}$, 所以 $I_s \propto \frac{t_{\text{自}}}{t_1 + t_2}$, 在这种情况下, $t_{\text{自}}$ 越大, $t_1 + t_2$ 越小,

越可望得到较大的饱和参数。例如, CO_2 激光器的激活介质, $t_{\text{自}}$ 较大, 为毫秒数量级,

因而有较大的饱和参数和较大的输出功率。 I_s 的数值主要取决于激活介质的性质, 可

以由实验测得。对于常用激光器，其 I_s 值可以从手册上查得。现将典型激光器的值列于表 5.1 中。

表 5.1 典型气体激光器基本参数实验数据

激光器种类	He—Ne (6328Å)	He—Cd (4416Å)		Ar ⁺		CO ₂ (纵向) (10.6 微米)
		单一同位素	天然 Cd	5145Å	4880Å	
$\Delta\nu_h$ (千兆赫)	1.6	1.8	4.0	6—7	6—7	0.06~0.1
α (兆赫/托) ($\Delta\nu_c = \alpha P$)	100					6.5
I_s (瓦/mm ²)	~0.3	~0.7		~7	~2	1~2
I_M/d (毫安/mm)	6	40~50		25×10^2	25×10^3	2.5
Pd (托•mm)	3~5	10		1~1.8	1~1.8	100~250
$K(G_M = K/d)$	3×10^{-4}	1×10^{-2}	2.5×10^{-4}	20×10^{-4}	50×10^{-4}	1.4×10^{-2}
每米输出功率 (瓦/米)	0.03~0.05 (TEM ₀₀)	0.05~0.1		1~5	3~5	50~70
效率(%)	0.1	0.03		0.02	0.02	15
每厘米管压降×d (伏/厘米•毫米)	90	70		10	10	$(1\sim2) \times 10^{-2}$

注: I_M 为最佳工作电流

(二) 非均匀展宽和综合线形情况下的增益饱和:

如果激活介质能级 E_2 和 E_1 之间的辐射谱线的线型成为非均匀展宽线形 $g_i(\nu)$, 处于某一特定运动速度范围的粒子, 只对某一特定光谱范围的光谱线强度有贡献。这时我们可把激活介质中的粒子按其运动速度分为许多独立无关的集体。这样的粒子集体只对与其对应的频率的光波发生相互作用。

在实际的激活介质粒子体系中, 谱线的非均匀展宽和均匀展宽的因素往往是同时存在的。因而分析增益饱和现象就需要按综合线型情况来处理。下面我们先来分析综合线型的情况, 而把非均匀展宽线型作为它的一个特例来处理。

首先我们把激活介质中的粒子按速度 ν (设 ν 为 x 方向, 略去脚码 x), 分为许多集体。设速度 $\nu \rightarrow \nu + d\nu$ 的粒子占总数的几率为 $P(\nu)$, 即有

$$\int_{-\infty}^{\infty} P(\nu) d\nu = 1 \quad (5.20)$$

速度为 $\nu \rightarrow \nu + d\nu$ 的粒子群的辐射频率是按均匀展宽的线形展开的，设 $g_h^{(\nu)}(\nu)$ 标记该速度间隔的粒子群的均匀展宽线型函数，则有

$$\int_{-\infty}^{\infty} g_h^{(\nu)}(\nu) d\nu = 1 \quad (5.21)$$

现在我们考虑激活介质中两个能级的粒子数变化情况。设上下能级的粒子数中，速度为 ν 附近的单位速度间隔内的粒子数密度分别为 $N_2^{(\nu)}$ 和 $N_1^{(\nu)}$ ，则上下能级中这些粒子的变化，在稳态条件下，应满足如下速率方程

$$\begin{aligned} \frac{dN_2^{(\nu)}}{dt} &= R_2 P(\nu) - \frac{N_2^{(\nu)}}{t_2} - \delta_N^{(\nu)} = 0 \\ \frac{dN_1^{(\nu)}}{dt} &= R_1 P(\nu) - \frac{N_1^{(\nu)}}{t_1} + \frac{N_2^{(\nu)}}{t_{\text{自}}} + \delta_N^{(\nu)} = 0 \end{aligned} \quad (5.22)$$

$$\text{式中 } \delta_N^{(\nu)} = \frac{A_n \lambda^2}{8\pi h \nu} (N_2^{(\nu)} - \frac{g_2}{g_1} N_1^{(\nu)}) g_N^{(\nu)}(\nu) I(\nu) \quad (5.23)$$

$\delta_N^{(\nu)}$ 为速度为 ν 附近的单位速度间隔内，由于受激辐射作用由能级 E_2 至 E_1 的粒子数跃迁速率。其他符号的含义与前面的讨论完全相同。

由速率方程 (5.22) 式可得到

$$N_2^{(\nu)} - \frac{g_2}{g_1} N_1^{(\nu)} = \frac{\Delta N^0 P(\nu)}{1 + \psi \frac{\lambda^2 g_h^{(\nu)}(\nu)}{8\pi h \nu} I(\nu)} \quad (5.24)$$

式中 ΔN^0 和 ψ 分别由 (5.10) 和 (5.11) 式给出。(5.24) 式表示速度为 ν 附近的单位速度间隔的粒子群所具有的粒子数密度的反转值随光强 $I(\nu)$ 的变化，相应的增益系数为

$$G^{(\nu)}(\nu, I) = \frac{\lambda^2}{8\pi t_{\text{自}}} (N_2^{(\nu)} - \frac{g_2}{g_1} N_1^{(\nu)}) g_h^{(\nu)}(\nu)$$

$$= \frac{\Delta N^0 \lambda^2}{8\pi t_{\text{自}}} \cdot \frac{P(\nu)}{\frac{1}{g_h^{(\nu)}(\nu)} + \frac{\psi \lambda^2 I(\nu)}{8\pi h \nu}} \quad (5.25)$$

对应所有速度的粒子的增益系数为

$$G(\nu, I) = \int_{-\infty}^{\infty} G^{(\nu)}(\nu, I) d\nu \quad (5.26)$$

将 (5.25) 式代至 (5.26) 式中, 得

$$G(\nu, I) = \frac{\Delta N^0 \lambda^2}{8\pi t_{\text{自}}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \frac{P(\nu) d\nu}{\frac{1}{g_h^{(\nu)}(\nu)} + \frac{\psi \lambda^2 I(\nu)}{8\pi h \nu}} \quad (5.27)$$

由于速度为 ν 的粒子发射一定频率 ν' 的辐射, 因此可以用 $g(\nu') d\nu'$ 代换上式中的 $P(\nu) d\nu$, 以 $g_h^{(\nu')}(\nu')$ 代换上式中的 $g_h^{(\nu)}(\nu)$ 。根据 (1.6.26) 和 (1.6.27) 式, 可得

$$g_i(\nu') = \frac{2\sqrt{\ln 2}}{\sqrt{\pi \Delta \nu_i}} e^{-\ln 2 \left(\frac{\nu' - \nu_0}{\Delta \nu_i / 2}\right)^2}$$

$$g_h^{(\nu')}(\nu) = \frac{2}{\pi \Delta \nu_h} \cdot \frac{1}{\left(\frac{\nu - \nu'}{\Delta \nu_h / 2}\right)^2 + 1}$$

将此二式代入 (5.27) 中, 得

$$G(\nu, I) = \frac{\Delta N^0 \lambda^2}{4\pi^{3/2} t_{\text{自}}} \cdot \frac{\sqrt{\ln 2}}{\Delta \nu_i} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\frac{2}{\pi \Delta \nu_h} e^{-\ln 2 \left(\frac{\nu' - \nu_0}{\Delta \nu_i / 2}\right)^2}}{\left(\frac{\nu - \nu'}{\Delta \nu_h / 2}\right)^2 + 1 + \frac{\psi \lambda^2 I(\nu)}{4\pi^2 h \nu \Delta \nu_h}} d\nu' \quad (5.28)$$

此式即为综合线型激活介质在光强 $I(\nu)$ 的作用下的增益系数表达式。为了化简, 令

$$\Omega = \frac{\sqrt{\ln 2}(\nu' - \nu_0)}{\Delta \nu_i / 2}; \quad \omega = \frac{\sqrt{\ln 2}(\nu - \nu_0)}{\Delta \nu_i / 2}$$

$$G_0 = \frac{\Delta N^0 \lambda^2 \sqrt{\ln 2}}{4\pi^{3/2} t_{\text{自}} \Delta \nu_i}; \quad I_s = \frac{4\pi^2 h \nu \Delta \nu_h}{\psi \lambda^2}$$

则 (5.28) 式可化为

$$G(\nu, I) = G_0 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\frac{\Delta \nu_i}{\pi \Delta \nu_h \sqrt{\ln 2}} e^{-\Omega^2} \cdot d\Omega}{\frac{\Delta \nu_i}{\Delta \nu_h \sqrt{\ln 2}} (\omega - \Omega)^2 + 1 + I(\nu) / I_s} \quad (5.29)$$

作进一步代换, 令

$$a = \frac{\Delta \nu_h \sqrt{\ln 2}}{\Delta \nu_i}; \quad \alpha = a \left[1 + \frac{I(\nu)}{I_s} \right]^{\frac{1}{2}}$$

则 (5.29) 式可化为

$$G(\nu, I) = G_0 \frac{a}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-\Omega^2} d\Omega}{(\omega - \Omega)^2 + \alpha^2} \quad (5.30)$$

$$G(\nu, I) = \frac{G_0}{\left[1 + \frac{I(\nu)}{I_s} \right]^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{a}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-\Omega^2} d\Omega}{(\omega - \Omega)^2 + \alpha^2} \quad (5.31)$$

(5.31) 式右边的积分可用复变误差函数表示

$$\frac{a}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-\Omega^2} d\Omega}{(\omega - \Omega)^2 + \alpha^2} = \operatorname{Re} W(\omega + i\alpha) \quad (5.32)$$

$W(\omega + i\alpha)$ 是一复变误差函数, $\operatorname{Re} W(\omega + i\alpha)$ 是指这一函数的实部, 其具体数值可以根据 ω 和 α 的数值, 由查表得到。将 (5.32) 式以及 ω 、 α 的表示式代入 (5.31) 式, 则得

$$G(\nu, I) = \frac{G_0}{\left[1 + \frac{I(\nu)}{I_s} \right]^{\frac{1}{2}}} \cdot \operatorname{Re} W \left[\frac{2\sqrt{\ln 2}}{\Delta \nu_i} (\nu - \nu_0) + i \frac{\sqrt{\ln 2} \cdot \Delta \nu_h}{\Delta \nu_i} \left(1 + \frac{I(\nu)}{I_s} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \quad (5.33)$$

当 $I(\nu) = 0$ 时, 即得小信号增益系数

$$G(\nu, 0) = G_0 \operatorname{Re} W \left[\frac{2\sqrt{\ln 2}}{\Delta \nu_i} (\nu - \nu_0) + i \frac{\sqrt{\ln 2} \Delta \nu_h}{\Delta \nu_i} \right] \quad (5.34)$$

当 $I(\nu) = 0$, $\nu = \nu_0$ 时的增益系数为

$$G_M = G(\nu_0, 0) = G_0 \operatorname{Re} W\left(0 + i \frac{\sqrt{\ln 2} \Delta \nu_h}{\Delta \nu_i}\right) \quad (5.35)$$

G_M 称最大小信号增益系数, 或称最大非饱和增益系数, 谱线中心处 (即 $\nu = \nu_0$) 的饱和增益系数为

$$G(\nu_0, I) = \frac{G_0}{\left[1 + \frac{I(\nu)}{I_s}\right]^{\frac{1}{2}}} \operatorname{Re} W\left\{0 + i \frac{\sqrt{\ln 2} \Delta \nu_h}{\Delta \nu_i} \cdot \left[1 + \frac{I(\nu)}{I_s}\right]^{\frac{1}{2}}\right\} \quad (5.36)$$

激发参数定义 η 为最大非饱和增益系数与稳态饱和增益系数的比值, 即

$$\eta = \frac{G_M}{G(\nu, I)} = \left[1 + \frac{I(\nu)}{I_s}\right]^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{\operatorname{Re} W\left[0 + i (\ln 2)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{\Delta \nu_h}{\Delta \nu_i}\right]}{\operatorname{Re} W\left\{\frac{2\sqrt{\ln 2}}{\Delta \nu_i} (\nu - \nu_0) + i \frac{\sqrt{\ln 2} \Delta \nu_h}{\Delta \nu_i} \left[1 + \frac{I(\nu)}{I_s}\right]^{\frac{1}{2}}\right\}} \quad (5.37)$$

在谱线中心振荡频率 $\nu = \nu_0$ 处, 激光腔内驻波两个方向上传播的辐射与同一群粒子相互作用, 其总强度应为 $2I$, 则 η_{ν_0} 为

$$\eta_{\nu_0} = \frac{G_M}{G(\nu, I)} = \left[1 + \frac{I(\nu_0)}{I_s}\right]^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{\operatorname{Re} W\left[0 + i \frac{\sqrt{\ln 2} \Delta \nu_h}{\Delta \nu_i}\right]}{\operatorname{Re} W\left\{0 + i \frac{\sqrt{\ln 2} \Delta \nu_h}{\Delta \nu_i} \left[1 + \frac{2I(\nu_0)}{I_s}\right]^{\frac{1}{2}}\right\}} \quad (5.38)$$

(5.33) 和 (5.37) 式是综合线型激活介质的增益饱和的一般表达式。

现在让我们回来考察非均匀展宽的情况。在 $\frac{\Delta \nu_h}{\Delta \nu_i} \ll 1$ 的情况下, 谱线轮廓中的非均匀展宽远大于均匀展宽, 这时 (5.31) 式

$$\frac{\alpha}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-\Omega^2} d\Omega}{(\omega - \Omega)^2 + \alpha^2} \approx e^{-\omega^2} \quad (5.39)$$

$$\text{于是 } G_i(\nu, I) = \frac{G_0}{\left[1 + \frac{I(\nu)}{I_s}\right]^{1/2}} e^{-\omega^2} = \frac{G_0 e^{-\left(\frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu_i/2}\right)^2 \ln 2}}{\left[1 + \frac{I(\nu)}{I_s}\right]^{1/2}} \quad (5.40)$$

这就是非均匀展宽线型的增益饱和表达式。当 $I(\nu) = 0$ 时，就得到小信号增益表达式

$$G_i(\nu, 0) = G_0 e^{-\left(\frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu_i/2}\right)^2 \ln 2} \quad (5.41)$$

在 (5.40) 式中的 $I(\nu) = I_s$ 时， $G_i(\nu, I_s) = \frac{G_i(\nu, 0)}{\sqrt{2}}$ 增益系数下降到小信号增益系数的 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 。

将非均匀展宽与均匀展宽的增益饱和作一比较。因为调节激光腔总可以保证它工作在增益最大的谱线中心，所以可以取 $\nu = \nu_0$ 时的增益饱和加以比较。由 (5.14) 式可知，当 $I(\nu) = I_s$ 时，均匀展宽的饱和增益系数下降到小信号增益系数的 1/2；而在非均匀展宽情况下，当 $I(\nu) = I_s$ 时，饱和增益系数为小信号增益系数的 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 。由此可知，非均匀展宽线型的增益饱和效应较之均匀展宽线型的增益饱和效应发展的缓慢。

5-2 激光器的振荡频率特性

本节在分析激活介质增益饱和行为的基础上讨论激光器的振荡频率特性。

(一) 均匀展宽线型情况

在均匀展宽情况下，各发光原子对谱线线型的贡献几率都是相同的，所以在出现增益饱和时，整个增益曲线同时下降。如果有多个模式的谐振频率落在均匀展宽增益曲线的范围内，其小信号增益系数 $G_0(\nu)$ 均大于 G_t ($G_t = \delta/L$ ，阈值条件)。假设有频率为 ν_{q-1} 、 ν_q 、 ν_{q+1} 三个模满足以上的条件 (如图 5-2 所示)，开始时，三模的

小信号增益系数均大于 G_t ，因而光强 $I_{\nu_{q-1}}$ 、 I_{ν_q} 和 $I_{\nu_{q+1}}$ 都逐渐上升。由于饱和效应增益曲线将随光强的上升而不断下降，当增益曲线下降到曲线 1 时，

$$G(\nu_{q+1}, I_{\nu_{q-1}}, I_{\nu_q}, I_{\nu_{q+1}}) = G_t$$

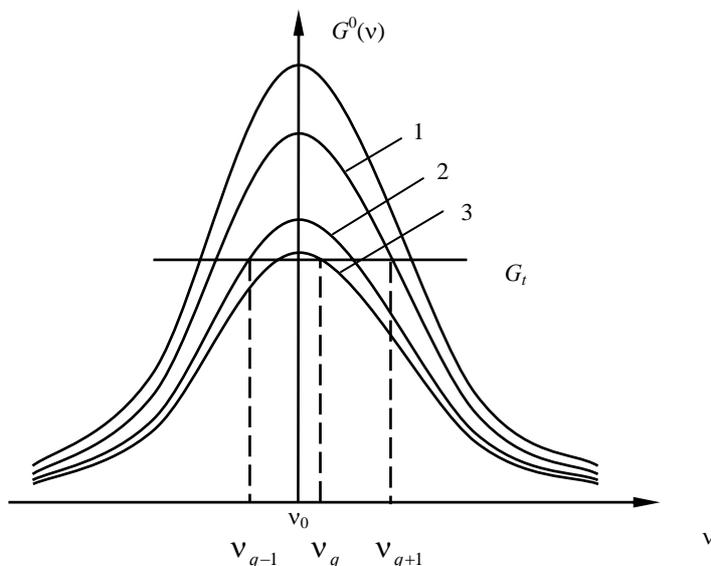


图 5-2 均匀展宽激光器中建立稳态振荡过程中的模竞争

因而 $I_{\nu_{q+1}}$ 不再增加，但 $I_{\nu_{q-1}}$ 、 I_{ν_q} 仍将继续增加，因而增益曲线继续下降，这将使

$$G(\nu_{q+1}, I_{\nu_{q-1}}, I_{\nu_q}, I_{\nu_{q+1}}) < G_t$$

因此 $I_{\nu_{q+1}}$ 很快下降到零，即 ν_{q+1} 模熄灭。当增益曲线下降到曲线 2 时，

$$G(\nu_{q-1}, I_{\nu_{q-1}}, I_{\nu_q}) = G_t$$

$I_{\nu_{q-1}}$ 不再增加，但 I_{ν_q} 仍继续增加，增益曲线随之继续下降，这就导致

$$G(\nu_{q-1}, I_{\nu_{q-1}}, I_{\nu_q}) < G_t$$

因此 ν_{q-1} 模也很快熄灭。最后，当增益曲线下降至曲线 3 时，

$$G(\nu_q, I_{\nu_q}) = G_t$$

I_{ν_q} 达到稳态值。所以虽然三个模式起振，但在达到稳态工作的过程中， ν_{q-1} 、 ν_{q+1} 模都相继熄灭，最终只有 ν_q 模能维持稳定振荡。

以上讨论说明，在均匀展宽激光器中，几个满足阈值条件的纵模在振荡过程中互相竞争，结果是靠近中心频率的一个纵模获胜，形成稳定振荡，其他模都相继熄灭。因此在一般情况下，均匀展宽稳定激光器的输出应是单纵模的，其单模频率总是在谱线中心附近。

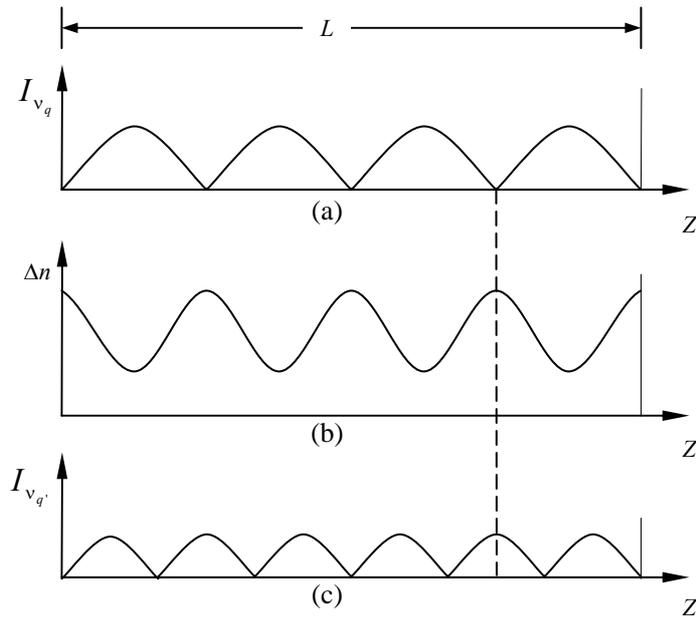


图 5-3 空间烧孔效应示意图

(a) q 模腔内光强分布; (b) 只有 q 模存在时反转粒子的分布;
(c) q' 模腔内光强分布

但是实际上，在均匀展宽激光器中，当激发较强时，也能有较弱的其他振荡纵模出现，激发越强，振荡模式越多，下面分析产生这一现象的原因。如图 5-3 (a) 所示，当频率为 ν_q 的纵模在腔内稳定振荡时，腔内形成一驻波场，波腹处光强最大，波节处光强最小，因此各点的反转粒子数和增益系数也不同。波腹处增益系数（反转粒子数）最小；波节处增益系数（反转粒子数）最大。这一现象称作增益的空间烧孔效应。我们再来看频率为 $\nu_{q'}$ 的另一纵模，其腔内光强分布示间于图 5-3 (c)。由图可见，

q' 模式的波腹有可能与 q 模式的波节重合而获得较高的增益，形成较弱的振荡。这表明由于空间烧孔效应，不同纵模可以使用空间不同部分的反转粒子数而同时产生振荡，这叫做纵模的空间竞争，环行激光器可消除空间模竞争。

如果粒子数反转的空间转移过程很迅速，空间烧孔便无法形成，在均匀加宽红宝石激光器中粒子数反转的空间转移过程缓慢，因而当激发较强时，可观察到多模振荡。

(二) 非均匀展宽线型情况

对于非均匀展宽线型的增益饱和情况与上述均匀展宽有很大差别。在非均匀展宽线型，处于某一运动速度间隔的粒子数对谱线轮廓的某一频率间隔有贡献，因而就引起不同运动速度的粒子对增益饱和作用的独立性。倘若有一频率为 ν 的光束作用在激活介质上，则只有那些发射（或吸收）频率 ν 的粒子（它们相应速度为 v_x ）才能与光束相互作用产生受激辐射（或受激吸收），随光强增加，增益下降，出现饱和现象。但在增益曲线的其余部分，却保留原来的数值，因为其相应的原子不与频率为 ν 的光束相互作用。

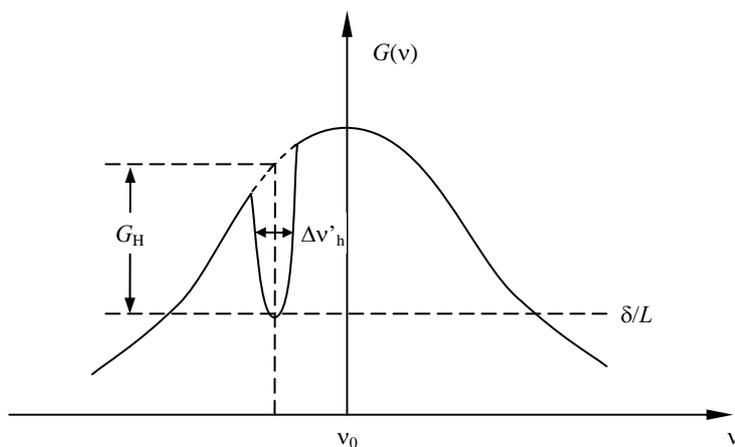


图 5-4 “烧孔”效应

由于激活介质中粒子的发光特性，线型中除了主要的非均匀展宽外，还应包括均匀展宽的成分，因而速度为 v_x 的原子对增益曲线的贡献以频率 ν 为中心有一宽度 $\Delta\nu_h$ 。另一方面，以 v_x 为中心，在速度间隔 Δv_x 内所有粒子对增益曲线处的 ν 增益有贡献，这样，在频率 ν 处出现增益饱和也就有一宽度 $\Delta\nu'_h$ 。但是由于粒子的速度不同，参加到频率为 ν 辐射中去的几率也不同，加之它们的粒子总数中占的比例也不同，因而在增益曲线上出现增益下降的数量也就有所差别。如图 5-4 所示，在增益曲线 ν 处出现一个凹陷，这称为增益曲线上的“烧孔”效应。孔具有一定的深度 G_H 和宽度 $\Delta\nu'_h$ 。在

激光器的振荡达到稳定时，振荡频率 ν 处的增益应等于激光器的光学损耗，所以烧孔的深度为

$$G_H = G_0 - \frac{\delta}{L} = G_0 - G_s \quad (5.42)$$

此处 G_0 是 ν 处的小信号增益， G_s 是饱和时 ν 处增益系数，孔的半强度带宽 $\Delta\nu'_h$ 一般比均匀展宽稍大些。 δ 为单程损耗。

由于激光器腔内的每一模振荡形成的驻波可以分成方向相反的两个行波来看待，当光束被反射镜反射后，它应与速度为 $(-\nu_x)$ 其附近间隔 $d\nu_x$ 的原子作用，产生受激辐射，于是在粒子速度分布曲线上又烧一个“孔”，这两个孔对称地分布在 $\nu_x = 0$ 的两边，相应地在增益曲线上也有两个对称的孔存在，如图 5-5 所示，出现在增益曲线的振荡频率 ν 上的称为原“孔”，在增益曲线的对称位置 $(2\nu_0 - \nu)$ 上的称为象“孔”。

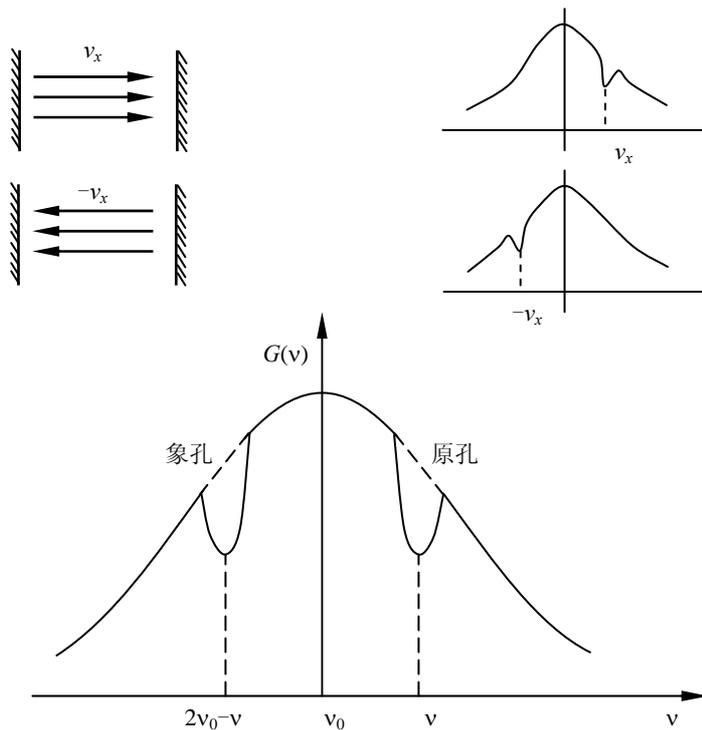


图 5-5 振荡频率中的原“孔”与象“孔”

在几个纵模同时发生振荡的激光器里，每一模振荡频率在增益曲线上产生两个“烧孔”。当谐振腔相邻模频差 $c/2nL$ 接近孔的宽度 $\Delta\nu'_h$ 时，则所有的孔将连成一片，

以致增益曲线全部下降到饱和增益系数 $G = \delta/L$ ，这时，大部分粒子都参加受激辐射，如图 5-6(a)所示。

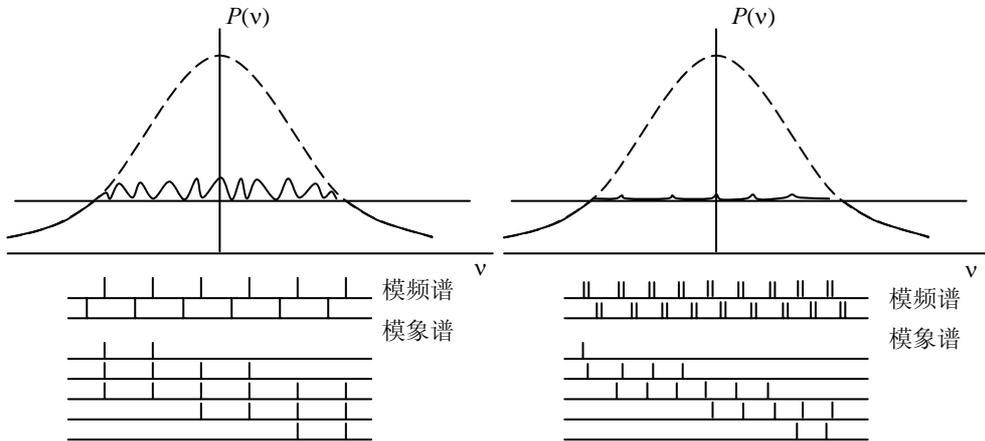


图 5-6 多纵模振荡时的频谱和“绕孔”效应

(a) 与较小功率输出相应的模简并情况

(b) 与最大功率输出相应的任意间隔情况

在多纵模振荡激光器中，增加均匀展宽的宽度（同时不降低小信号增益）和减小模间距，都可以提高激光器的光强和输出功率。这是由于更多的粒子群参加受激辐射作用。

如果纵模对于 ν_0 对称分布，将产生原“孔”和象“孔”重迭的现象，这就导致激活介质的利用率下降，输出功率将减小。

在某些激光腔中，会出现几个模的共振频率相同的情况，即出现模简并。这些简并模和同类粒子发生作用，对应用于增益曲线上的某一位置烧孔，如图 5-6(a)所示，这样激活介质中粒子的利用将减小，这就导致激光振荡的输出功率降低。

无论是均匀展宽还是非均匀展宽情况，激活介质的增益饱和对激光器横模的作用也是重要的。在第三章谐振腔的讨论中已知，在一般稳定球面腔中，高次横模较之低次横模具有较大的损耗。然而模的增益决定于给出增益的利用率，所有的横模对激活介质中心区域的粒子进行竞争，但是因为较高次横模占有较大的激活介质体积，它们可以由不适宜较低次模利用的那部分激活体积中的粒子那里得到能量，因而它的增益——损耗差有可能比较低次横模来得大，结果较高次横模的振荡有时反而占优势，实验证明，在谐振腔接近共焦腔时，介质的自孔径允许的最高次横模通常占优势。此外，

对于非均匀展宽来说，在凹面镜腔时，如横模之间的频率间隔足够宽，模不对同类粒子进行竞争，而在平行平面腔中，各模都利用同一体积的激活介质。在这些情况下，结果由于较低次横模具有低损耗的特性而占据优势。

(三) 兰姆凹陷现象

在非均匀展宽线型情况下，一个振荡频率在其增益曲线上有两个“烧孔”，孔的面积与它的输出功率成比例。因为增益曲线在不同频率上小信号增益是不一样的，因而增益曲线上“烧孔”的深度和宽度也不相同，越接近谱线中心频率，“孔”的深度和宽度就越大，“孔”的面积就越大。同时原“孔”和象“孔”的间隔也就越小，当振荡频率位于谱线中心频率时，方向相反的两列行波同时作用于 $v_x = 0$ 的粒子，两“孔”合成一“孔”。这时虽然它对应着最大的小信号增益，但是对它作贡献的粒子数反转值减小了，因此“孔”的面积就比离中心频率较近的两孔面积的总和小些，其输出光强很小，振荡频率逐渐向中心靠近时，输出光强增加，振荡频率非常接近中心时，输出光强又变小，在谱线中心达到极小值。上述过程可由图 5-7 说明。

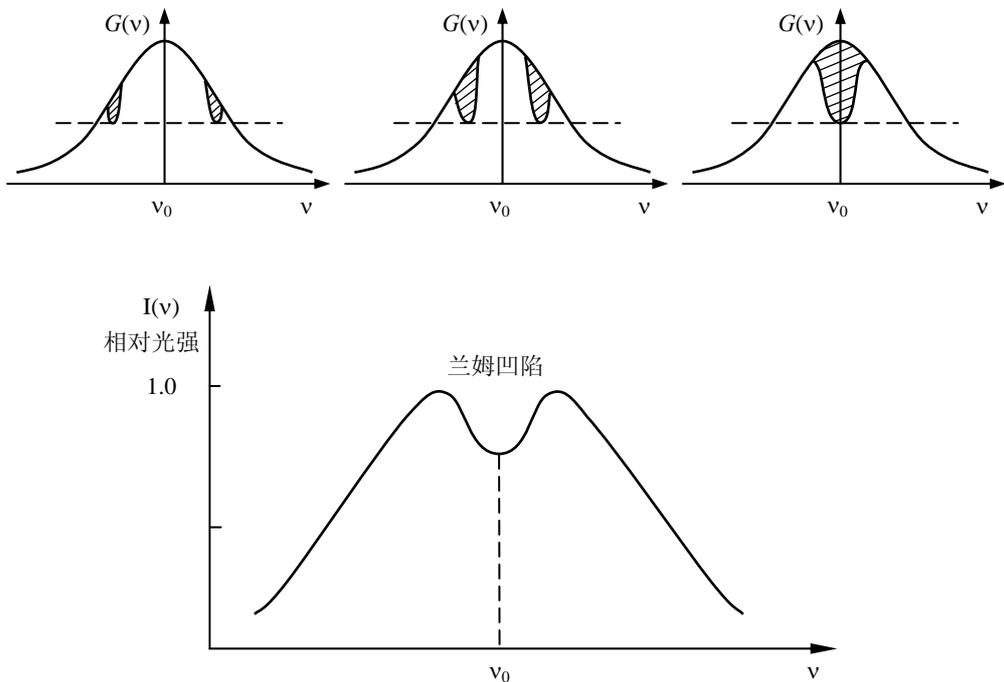


图 5-7 兰姆凹陷现象

激光输出光强与振荡频率的关系曲线中，在谱线中心频率 v_0 处，输出功率出现极

小值，其两边出现极大值的现象，称为“兰姆凹陷”现象，兰姆凹陷的深度和宽度与激光器的工作条件有关，小信号增益越大，或光学损失越小，兰姆凹陷越深，均匀展宽的宽度越大，兰姆凹陷的宽度也就越大。图 5-8 示出不同激发条件下兰姆凹陷的情况。

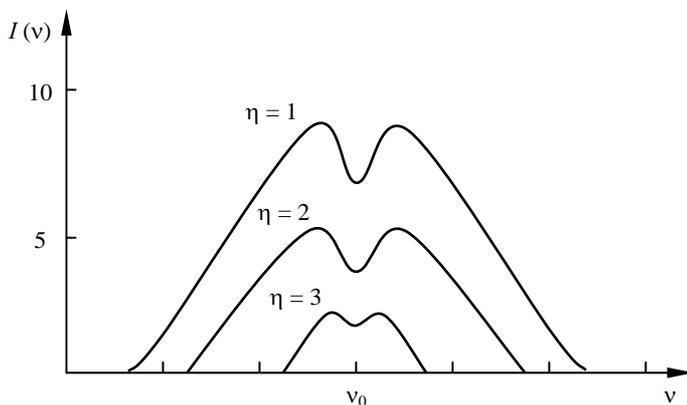


图 5-8 兰姆凹陷与激发参数 η 的关系

(四) 单模激光器的线宽

激光振荡器由于增益饱和而达到稳态时，满足阈值条件

$$G(\nu, I_\nu) = \frac{\delta}{L}$$

这时腔内受激辐射能量补足了损耗的能量，而受激辐射光子与激励光子是同态光子，因此腔内光振幅保持恒定，输出光束为无限长的单色波列，其线宽等于零。按品质因数的定义

$$Q = \frac{\nu_0}{\Delta\nu}, \quad Q \text{ 值应是无限大。}$$

以上论述是忽略了自发辐射的理想情况，实际上腔内介质的自发辐射是不可避免的，即自发辐射与受激辐射都向腔模馈送能量。稳态时，受激辐射与自发辐射功率之和正好补偿损耗的功率。阈值条件为

$$[\text{受激辐射增益}] + [\text{自发辐射}] = [\text{腔损耗}]$$

此时 $G(\nu, I_\nu)$ 略小于 δ/L 。所以自发辐射向腔模提供的能量对于受激辐射所产生相

干能量来说是一种损耗。这样考虑之后，虽然振荡的 Q 值可能还很大，但不再是无限大了，因此振荡的频率宽度 $\delta\nu_s$ 具有有限值。这样对于相干辐射，有源腔的品质因数将定义为

$$Q = 2\pi\nu \frac{\text{腔内储存的相干能量}}{\text{单位时间相干能量的净损耗}} = 2\pi\nu \frac{W}{P_s}$$

$$\text{则有 } \delta\nu_s = \frac{\nu}{Q} = \frac{P_s}{2\pi W} \quad (5.43)$$

式中 P_s 为自发辐射向腔模提供的功率。这说明，自发辐射越强，线宽越宽。下面我们进一步推导线宽的表达式。

由 (1.4.9)、(1.4.7) 和 (1.3.2) 可得

$$\frac{B_{21}P(\nu)}{A_{21}} = \frac{1}{e^{h\nu/kT-1}} = \bar{n} \quad (5.44)$$

上式中 \bar{n} 为光子简并度，即一个模内的光子数，受激辐射与自发辐射几率之比为一个模内的光子数。设 $\rho(\nu)$ 为腔内光能量密度， S 为腔的截面， L 为腔长，则有

$$\bar{n} = \frac{\rho(\nu)SL}{h\nu} \quad (5.45)$$

自发辐射向腔模提供的功率为

$$P_s = N_2 A_{21} g(\nu) h\nu SL \quad (5.46)$$

将 (5.44)、(5.45) 式代入 (5.46) 式得

$$P_s = N_2 B_{21} g(\nu) (h\nu)^2 \quad (5.47)$$

设腔损耗为输出镜的透射率 t ，忽略其它损耗，则阈值条件为

$$(N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1) \frac{h\nu}{c} B_{21} g(\nu) = \frac{t}{2L} \quad (5.48)$$

将 (5.48) 式代入 (5.47) 式得

$$P_s = \frac{N_2}{N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1} \frac{tch\nu}{2L} \quad (5.49)$$

稳态时，输出功率为

$$P^{(0)} = P_{st} + P_{sp} \approx P_{st}$$

P_{st} 为受激辐射向腔模提供的功率。考虑到腔内光强 $I = I_+ + I_- = 2I_+$ ，而只有 I_+ （向着输出镜传播的光强）与输出相关，则

$$P^{(0)} = \frac{1}{2} \rho(\nu) c S t$$

$$W = \rho(\nu) S L = \frac{2P^{(0)} L}{tc} \quad (5.50)$$

将 (5.49)、(5.50) 式代入 (5.13) 式，并考虑到

$$\delta = \frac{t}{2}, \quad \Delta\nu_c = \frac{c\delta}{2\pi L}$$

(以上所有有关公式中都忽略了介质的折射率 n)

$$\text{则 } \delta\nu_s = \frac{N_2}{N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1} \frac{2\pi(\Delta\nu_c)^2 h\nu}{P^{(0)}} \quad (5.51)$$

通常情况下， $N_2 \gg N_1$ ，上式简化为

$$\delta\nu_s = \frac{2\pi(\Delta\nu_c)^2 h\nu}{P^{(0)}} \quad (5.52)$$

例如，输出 6328\AA 的氦氖激光器， $L = 30$ 厘米， $t = 0.02$ ， $P^{(0)} = 2$ 毫瓦，可算得

$$\Delta\nu_c = 1.6 \times 10^6 \text{ 赫}, \quad \delta\nu_s = 3 \times 10^{-3} \text{ 赫} \quad (5.53)$$

由上面的推导公式可以看出，振荡线宽与输出功率成反比，这是由于，输出功率增大就意味着腔内相干能量增加，受激辐射比自发辐射占更大的优势。计算表明， $\Delta\delta_s$ 很小，而实际激光器中，由于各种不稳定因素的存在，例如腔的不稳定性，将导致实际输出线宽远大于 $\Delta\delta_s$ 。改善各种不稳定因素，可以使输出线宽变窄，但不会小于 $\Delta\delta_s$ 。

由于 $\Delta\delta_s$ 是自发辐射的存在而产生的，而它又是不可避免的，所以称 $\Delta\delta_s$ 为极限线宽。

(五) 激活介质的色散和模牵引效应

介质的色散就是介质的折射率随频率的变化关系。色散现象是物质原子和电磁波相互作用的结果。原子在电磁场的作用下，产生感应电极化强度（即介质的极化）。感应电极化强度使物质的介电常数发生变化，从而导致出现色散现象。现在我们从原子经典模型出发，分析圆频率为 ω 的单色平面波通过物质时的色散现象。

经典力学描述原子内部电子的运动，其物理模型就是按简谐振动或阻尼振动规律运动的电子被类似弹性力的库仑力束缚在某一平衡位置 $X=0$ 附近振动（设是一维的）。当电子偏离平衡位置位移为 X 时，就受到一恢复力（库仑力） $f = -kX$ 的作用，则电子的运动方程为

$$m\ddot{X} + kX = 0 \quad (5.54)$$

式中 m 为电子的质量。其解为

$$X(t) = X_0 e^{i\omega_0 t} \quad (5.55)$$

式中 ω_0 为谐振频率， $\omega_0 = \left(\frac{k}{m}\right)^{\frac{1}{2}}$ 。根据电动力学原理，当运动的电子具有加速度时，

将发射电磁波能量，电子运动本身就消耗了能量。这种能量的损失可以认为是电磁波辐射对电子的反作用力（或称辐射阻力）作的负功。因此可以认为电子运动是一简谐

阻尼振动，其经典辐射阻尼系数为 $\gamma (\gamma = \frac{e^2 \omega_0^2}{6\pi\epsilon_0 c^3 m})$ ，所以电子的运动方程为

$$m\ddot{X} + \gamma\dot{X} + \omega_0^2 X = 0 \quad (5.56)$$

其解为

$$X(t) = X_0 e^{-\frac{\gamma}{2}t} e^{i\omega_0 t} \quad (5.57)$$

现在假定有一圆频率为 ω 的单色平面波入射到介质中，其场强为

$$E(z, t) = E(z) e^{i\omega t}$$

作用在电子上的力为 $-eE(z)e^{i\omega t}$ 。在电磁场的作用下，电子的运动方程为

$$m\ddot{X} + \gamma\dot{X} + \omega_0^2 X = -\frac{e}{m} E(z)e^{i\omega t} \quad (5.58)$$

该微分方程的特解为

$$X(t) = X_0 e^{i\omega t} \quad (5.59)$$

$$\text{其中 } X_0 = \frac{-\frac{e}{m} E(z)}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma\omega} \quad (5.60)$$

在外场的作用下，一个原子的感应电偶极距为

$$P(z,t) = -eX(z,t) = \frac{-\frac{e^2}{m} E(z,t)}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma\omega} \quad (5.61)$$

对于气压的不太高的气体工作物质，原子之间的相互作用可以忽略，单位体积中原子电偶极距可以对 N 个原子电偶极距求和得到。

$$p(z,t) = NP(z,t) = \frac{-\frac{Ne^2}{m} E(z,t)}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma\omega} \quad (5.62)$$

式中 N 为单位体积工作物质中的原子数。

物质感应电极化强度也可表示为

$$p(z,t) = \chi E(z,t) \quad (5.63)$$

式中 χ 称为电极化系数。比较 (5.62) 式和 (5.63) 式得

$$\chi = \frac{Ne^2/m}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma\omega}$$

由电动力学可知 $\epsilon = 1 + 4\pi\chi$ ，而 $n' = \sqrt{\epsilon\mu}$ ，在高频时 $\mu = 1$ ，因此 $n' = \sqrt{\epsilon}$ ，所以

$$n' = \left[1 + \frac{4\pi Ne^2/m}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma\omega} \right]^{1/2} \quad (5.64)$$

n' 为复数折射率。

将 (5.64) 式展开级数，因为 $\frac{4\pi Ne^2/m}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma\omega} \ll 1$ ，因此可略去高次项

$$n' = 1 + \frac{2\pi Ne^2/m}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma\omega}$$

设 $n' = n - i\alpha$

$$n = 1 + \frac{(2\pi Ne^2/m)(\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2) + \gamma^2\omega^2} \quad (5.65)$$

$$\alpha = \frac{(2\pi Ne^2/m)\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2) + \gamma^2\omega^2} \quad (5.66)$$

在接近共振频率时，即 $\omega_0 \approx \omega$ 时，

$$\omega_0^2 - \omega^2 \approx 2\omega(\omega_0 - \omega)$$

$$\therefore n = 1 + \frac{\pi Ne^2(\omega_0 - \omega)/\omega m}{(\omega_0 - \omega)^2 + \gamma^2/4} \quad (5.67)$$

$$\alpha = \frac{\pi Ne^2\gamma/2\omega m}{(\omega_0 - \omega)^2 + \gamma^2/4} \quad (5.68)$$

我们已经知道一平面电磁波沿 x 方向传播时可表示为

$$E = E_0 e^{i\omega(t - \frac{x}{v})} \quad (5.69)$$

$$\text{而 } v = \frac{c}{n'} = \frac{c}{n - i\alpha} \quad (5.70)$$

从此式看出， n 是介质的折射率。 α 是介质的吸收系数，它表示波进入介质后振幅的变化。显然当 $\alpha > 0$ 时，其振幅减小；当 $\alpha < 0$ 时，振幅增大，表现为介质的增益（即负吸收）。

因为

$$I = EE^* = E_0^2 e^{-\frac{2\omega\alpha}{c}x} = I_0 e^{-\frac{2\omega\alpha}{c}x} \quad (5.72)$$

我们描写介质的吸收时曾用

$$I = I_0 e^{-k(\nu)x} \quad (5.73)$$

$k(\nu)$ 为单位体积的吸收系数，比较此两式，得

$$k(\nu) = \frac{2\omega}{c} \alpha \quad (5.74)$$

将 (5.68) 式代入 (5.74) 式, 得

$$k(\nu) = \frac{e^2 \pi N \gamma / cm}{(\omega_0 - \omega)^2 + \gamma^2 / 4} \quad (5.75)$$

N 为单位体积中自然频率为 ω_0 的原子数, 所以每个振子的吸收系数为

$$k'(\nu) = \frac{\pi e^2}{mc} \frac{\gamma}{(\omega_0 - \omega)^2 + \gamma^2 / 4} \quad (5.76)$$

从该式可以看到, 由于自发辐射的存在, 物质的吸收谱线具有洛仑兹线型。

激活介质中的增益 $G(\nu)$ 是负吸收, 即

$$G(\nu) = -k(\nu)$$

将 $\omega_0 = 2\pi\nu_0$ 和 $\omega = 2\pi\nu$ 代入 (5.67) 和 (5.75) 式得,

$$n(\nu) = 1 + \frac{Ne^2}{4\pi m \nu} \frac{\nu_0 - \nu}{(\nu_0 - \nu)^2 + (\gamma/4\pi)^2} \quad (5.77)$$

$$k(\nu) = \frac{Ne^2}{4\pi mc} \frac{\gamma}{(\nu_0 - \nu)^2 + (\gamma/4\pi)^2} \quad (5.78)$$

将 (5.78) 代入 (5.77) 式中, 得

$$n(\nu) = 1 + \frac{k(\nu)(\nu_0 - \nu)c}{\nu \cdot \gamma} = 1 - \frac{G(\nu) \cdot (\nu_0 - \nu)c}{\nu \cdot \gamma} \quad (5.79)$$

此式表示激活介质的色散与增益系数之间的关系。可以看到, 在增益系数为零时 n 为常数, 增益系数不为零时折射率是频率的函数, 如图 5-9 所示。

对于均匀展宽的介质, 在激光振荡稳定的条件下

$$G(\nu) = \frac{\delta}{L}, \quad r = \frac{1}{t}, \quad \Delta\nu_h = \frac{1}{2\pi t}$$

则 $\gamma = 2\pi\Delta\nu_h$

将此式代入 (5.79) 式得

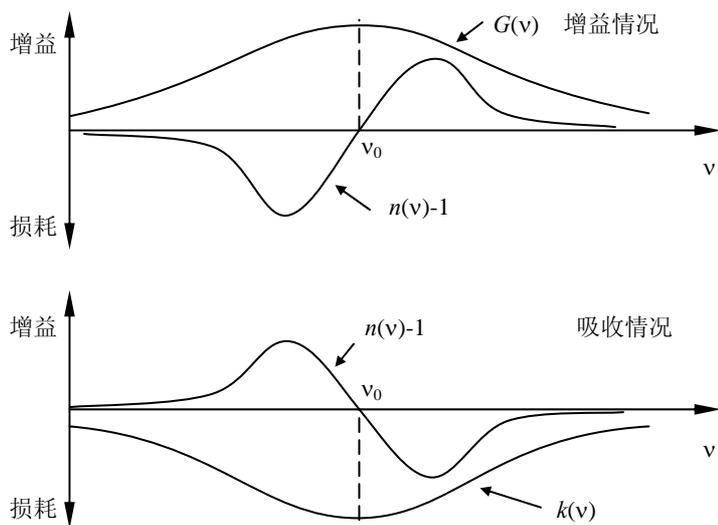


图 5-9 激光跃迁的增益曲线和反常色散曲线

$$n(\nu) = 1 - \frac{(\nu_0 - \nu)c}{2\pi\nu\Delta\nu_h} \cdot \frac{\delta}{L} \quad (5.80)$$

对于无源腔情况，因为

$$\Delta\nu_c = \frac{c\delta}{2\pi L}$$

$$\text{则 } n(\nu) = 1 - \frac{\Delta\nu_c}{\Delta\nu_h} \cdot \frac{\nu_0 - \nu}{\nu} \quad (5.81)$$

设有源腔的纵模振荡频率为 ν_a ，则

$$\nu_a = \frac{c}{2L}q$$

无源腔的纵模频率为 ν_c ，则

$$\nu_c = \frac{c}{2L}q$$

$$\text{所以 } v_a = \frac{v_c}{n(v)}$$

将 (5.81) 式代入 v_a 中, 并使 (5.81) 式中的 $v = v_c$, 则得

$$v_a = \frac{v_c}{1 - \frac{\Delta v_c \cdot v_0 - v_c}{\Delta v_h \cdot v_c}}$$

对于 $\Delta v_c \ll \Delta v_h$, 上式可进行级数展开, 略去高次项, 得

$$v_a = v_c \left[1 + \frac{\Delta v_c (v_0 - v_c)}{\Delta v_h \cdot v_c} \right] = v_c + \frac{(v_0 - v_c) \Delta v_c}{\Delta v_h} \quad (5.82)$$

由该式看出, 当 $v_c > v_0$ 时, $v_a - v_c < 0$; 当 $v_c < v_0$ 时, $v_a - v_c > 0$, 如图 5-10 所示, 所以有源谐振腔的纵模频率较之无源腔的纵模频率向谱线中心靠拢, 也就是说, 纵模频率被拉向谱线中心频率, 这种现象叫做模牵引效应。

对于非均匀展宽情况有所不同。当 $\Delta v_c \ll \Delta v_i$ 时, 激活腔内的纵模频率可表示为

$$v_a = v_c + (v_0 - v_c)(0.94\Delta v_c / \Delta v_i) \quad (5.83)$$

比较 (5.82) 和 (5.83) 式可看出, 在非均匀展宽情况下, 模牵引量比均匀展宽线型的模牵引量小 6%。

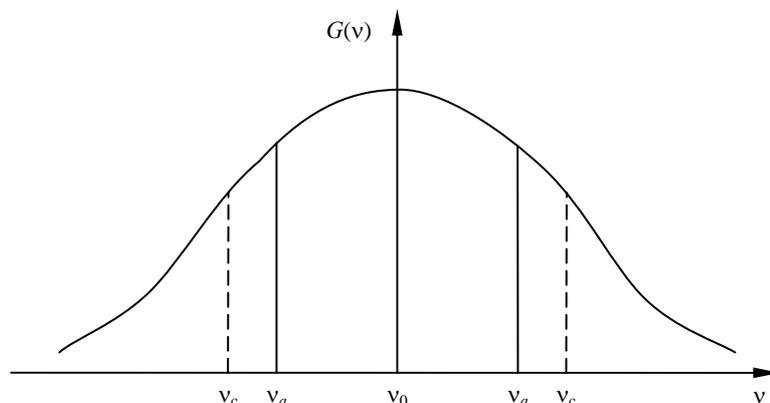


图 5-10 模牵引效应

5-3 激光器的振荡阈值和输出功率特性

(一) 激光器的振荡阈值条件

当谐振腔内工作物质的某两个能级处于粒子数反转状态时, 则频率处在它的谱线宽度内的微弱光信号会因增益而不断地增加, 另一方面腔内存在着各种类型的损耗, 又使光信号不断地减小, 激光器能否产生振荡, 取决于增益和损耗的大小。我们把激光器刚刚能产生振荡的条件称为阈值条件。按照这个意义, 激光器的振荡阈值条件是

$$G(\nu_0) = \frac{\delta}{L} \quad (5.84)$$

在第一章中已得到

$$G(\nu_0) = (N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1) \frac{A_{21} \lambda_n^2}{8\pi} g(\nu_0)$$

由以上两式并注意到 $A_{21} = \frac{1}{t_{自}}$, 则可得到粒子数反转密度的阈值条件为

$$\Delta n_l = N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1 = \frac{8\pi t_{自} \delta}{\lambda_n^2 L g(\nu_0)} \quad (5.85)$$

由上式可看到, 达到阈值条件的粒子反转密度与线型函数 $g(\nu)$ 、自发辐射寿命 $t_{自}$ 和腔内的损耗 δ 有关。显然谱线越窄 (相当于 $g(\nu_0)$ 越大), 腔内损耗越小 (相应于 Q 值越大) 越容易满足阈值条件, 而能级的自发辐射寿命则不宜太大。

(二) 输出功率与线型的关系

1. 均匀展宽线型工作物质的输出功率

如前所述, 由增益饱和效应, 在均匀展宽的情况下, 只有与谱线中心频率 ν_0 一致或相当接近的共振频率保持稳定振荡, 由 (5.14) 式得该振荡模的增益系数为

$$G(\nu_0, I) = \frac{G_0}{1 + \frac{I(\nu_0)}{I_s(\nu_0)}} \quad (5.86)$$

另外, 激光器处于稳定振荡时, 增益下降至阈值。即

$$G(\nu_0, I) = \frac{\delta}{L} \quad (5.87)$$

由此两式得

$$I(v_0) = I_s(v_0) \left(\frac{G_0 L}{\delta} - 1 \right) \quad (5.88)$$

式中 $I(v_0)$ 是激光器腔内的光强。同时考虑到，在驻波腔内存在着沿腔轴传播的光和反方向传播的光 I_- ，则腔内平均光强可近似为 $2I_+$ （或 $2I_-$ ），在均匀展宽情况下 I_+ 和 I_- 同时参与饱和作用，设激光器输出镜的透过率为 t ，则输出至腔外的光强为

$$I_{\text{出}} = \frac{1}{2} I(v_0) t = \frac{1}{2} I_s(v_0) t \left(\frac{G_0 L}{\delta} - 1 \right) \quad (5.89)$$

设光束的截面积为 A ，则激光的输出功率为

$$P_{\text{出}} = \frac{1}{2} A I_s(v_0) t \left(\frac{G_0 L}{\delta} - 1 \right) \quad (5.90)$$

此式表明，均匀展宽线型的激光工作物质的输出功率随激光小信号增益 G_0 和工作物质的长度的增加而增加，随腔内除透射率之外损耗的增加而减小。

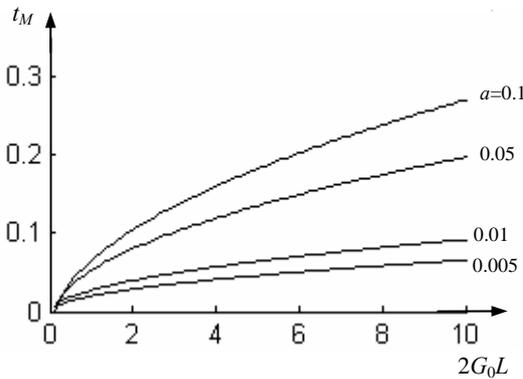


图 5-11 最佳透过率与 $2G_0L$ 的关系

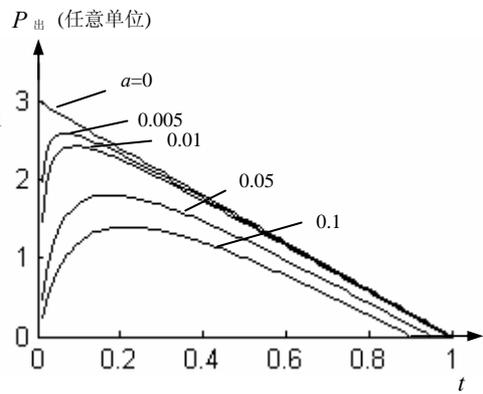


图 5-12 输出功率与透过率的关系

设 a 为光束在腔内往返一次除透射损耗外的其他损耗，当 $(t+a) \ll 1$ 时，单程损耗 $\delta = (t+a)/2$ ，并令 $P_s = A I_s(v_0)$ ，则 (5.90) 式可改写为

$$P_{\text{出}} = \frac{1}{2} P_s t \left(\frac{2G_0 L}{a+t} - 1 \right) \quad (5.91)$$

上式对 t 微分, 当 $\frac{dP_{\text{出}}}{dt} = 0$ 时 $P_{\text{出}}$ 有极大值, 这时的透过率 t 为最佳透过率 t_M , 可得

$$t_M = \sqrt{2G_0 L a} - a \quad (5.92)$$

图 5-11 给出了不同 a 值时, t_M 和 $2G_0 L$ 的关系曲线。图 5-12 给出不同 a 值时, $P_{\text{出}}$ 与 t 的关系曲线。可以看到 G_0 越大, 工作物质越长, 损耗越小, 最佳透过率 t_M 就越大。

2. 非均匀展宽线型工作物质的输出功率

(1) 单纵模运转情况

由 (5.40) 式的非均匀展宽线型的增益系数表达式可知, 如果单纵模的频率在 $\nu = \nu_0$ 处, 由于相反方向传播光强为 I_+ 和 I_- 同时参与饱和作用, 即 $I(\nu_0)$ 为 $2I_+$ (或 $2I_-$), 其增益表示式为

$$G_0(\nu_0, I) = \frac{G_0}{\left(1 + \frac{I(\nu_0)}{I_s}\right)^2} \quad (5.93)$$

在稳态情况下, 将 (5.87) 式代入 (5.93) 式可得

$$I = I_s \left[\left(\frac{G_0 L}{\delta} \right)^2 - 1 \right] \quad (5.94)$$

所以
$$P_{\text{出}} = \frac{1}{2} P_s t \left[\left(\frac{G_0 L}{\delta} \right)^2 - 1 \right] \quad (5.95)$$

如果单纵模频率 $\nu \neq \nu_0$, 类似于上面的推导过程, 但对每一个孔起饱和作用的分别是 I_+ 或 I_- , 因此饱和增益系数公式中的 $I(\nu)$ 即为 I_+ 和 I_- , $I_+ \approx I_-$, 经过这样的考虑之后, 可得到相应的输出功率表达式为

$$P_{\text{出}} = P_s t \left[\left(\frac{G' L}{\delta} \right)^2 - 1 \right] \quad (5.96)$$

其中 G' 由 (5.41) 式给出, 即

$$G' = G(v, 0) = G_0 e^{-\frac{(v-v_0)^2 \ln 2}{\Delta v_i / 2}}$$

考虑到 $\delta \approx \frac{1}{2}(a+t)$, 则 (5.96) 式可改写为

$$P_{\text{出}} = P_s t \left[\left(\frac{2G'L}{a+t} \right)^2 - 1 \right] \quad (5.97)$$

此式与 (5.95) 式比较, (5.95) 式多了一个因子 $\frac{1}{2}$, 因此, 当 $v = v_0$ 时的输出功率较 $v \neq v_0$ 时的小, 这就形成了兰姆凹陷。(5.97) 式对 t 微分, 可求出以隐函数形式表达的最佳透过率为

$$\frac{(a+t_M)^3}{a-t_M} = (2G'L)^2 \quad (5.98)$$

(2) 多纵模运转情况

腔长适当大的激光器, 通常是多纵模运转。假定它的运转满足以下两条件

(a) 相邻纵模间距大于烧孔的宽度 $\Delta v'_h$, 即

$$\frac{c}{2nL} > \Delta v'_h$$

(b) 无论孔如何分布, 与各频率对应的增益饱和是独立的, 则其输出功率能以纯粹的非均匀展宽情况进行处理。

这两个条件说明碰撞效应较弱, 即均匀展宽的宽度较小。多普勒展宽曲线内烧孔不重叠, 保持每个频率增益饱和的独立性, 即保持其一部分粒子对特定频率有贡献, 而其他粒子对该频率无贡献的非均匀展宽情况。有些气体激光器, 以上的两个条件是可以实现的。低气压的氩激光器基本上属于这种情况。

由 (5.40) 式, 非均匀展宽激光器其某一特定频率 v_n 对应的增益系数为

$$G(v_n, I) = \frac{G_0 e^{-\frac{(v_0 - v_n)^2 \ln 2}{\Delta v_i / 2}}}{\left[1 + \frac{I(v_n)}{I_s} \right]^{1/2}}$$

在稳态条件下

$$G(v_n, I) = \frac{\delta}{L} = \frac{a+t}{2L}$$

与推导单纵模光强的过程一样，可得到

$$I(v_n) = I_s \left\{ \left(\frac{2G_0 L}{a+t} \right)^2 e^{-2\left(\frac{v_n - v_0}{\Delta v_i / 2} \sqrt{\ln 2}\right)^2} - 1 \right\} \quad (5.99)$$

输出功率则为

$$P_{\text{out}}(v_n) = tP_s \left\{ \left(\frac{2G_0 L}{a+t} \right)^2 e^{-2\left(\frac{v_n - v_0}{\Delta v_i / 2} \sqrt{\ln 2}\right)^2} - 1 \right\} \quad (5.100)$$

$$\text{令 } \Delta v'_D = \frac{\Delta v_i}{2\sqrt{\ln 2}} \quad (5.101)$$

$$P_{\text{out}}(v_n) = tP_s \left\{ \left(\frac{2G_0 L}{a+t} \right)^2 e^{-2\left(\frac{v_n - v_0}{\Delta v'_D}\right)^2} - 1 \right\} \quad (5.102)$$

根据前面已引入的激发参量 η

$$\eta = \frac{G_M(\text{最大小信号增益})}{G_t(\text{饱和增益系数})}$$

在非均匀展宽情况下， $G_M = G_0$ ，所以在稳态情况下的激发参数为

$$\eta = \frac{2G_0 L}{a+t} \quad (5.103)$$

将上式代至 (5.102) 式可得

$$P_{\text{out}}(v_n) = tP_s \left\{ \eta^2 e^{-2\left(\frac{\Delta v_n}{\Delta v'_D}\right)^2} - 1 \right\} \quad (5.104)$$

由于每个纵模在增益曲线上独立烧孔，总数功率应为每个纵模功率之和

$$P_{\text{out}} = \sum_{n=1}^N P_{\text{out}}(v_n) = tP_s \sum_{n=1}^N \left[\eta^2 e^{-2\left(\frac{\Delta v_n}{\Delta v'_D}\right)^2} - 1 \right] \quad (5.105)$$

式中 N 为振荡的模数。

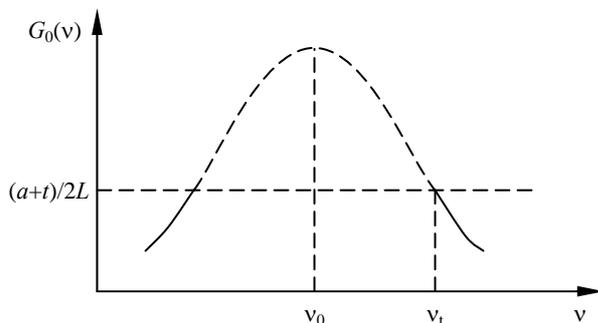


图 5-13 增益曲线和阈值频率

在增益曲线 $G_0(v)$ 与阈值增益 $\frac{a+t}{2L}$ 对应的频率 v_t 称为阈值频率，如图 5-13 所示。

$$\Delta v_{\max} = v_t - v_0 \quad (5.106)$$

Δv_{\max} 称为阈值频率半宽度。因为相邻纵模的间隔为 $\frac{c}{2nL}$ ，所以激光器实际振荡纵

模数 N 近似由下式确定

$$N = \frac{2\Delta v_{\max}}{\frac{c}{2nL}} = \frac{4nL}{c} \Delta v_{\max} \quad (5.107)$$

由 (5.41) 式，对任意频率 v 的小信号增益系数为

$$G_0(v) = G_0 e^{-\left(\frac{v-v_0}{\Delta v_i/2} \sqrt{\ln 2}\right)^2} \quad (5.108)$$

以 Δv_D 代入，则

$$G_0(v) = G_0 e^{-\left(\frac{v-v_0}{\Delta v_D}\right)^2} \quad (5.109)$$

在阈值频率 v_t 处，应满足

$$\frac{1}{2} \frac{(a+t)}{L} = G_0 e^{-\left(\frac{v-v_0}{\Delta v_D}\right)^2}$$

即

$$e^{\frac{(\nu-\nu_0)^2}{\Delta\nu_D'^2}} = \frac{2G_0L}{a+t} \quad (5.110)$$

将 (5.103) 式代入 (5.110) 式得

$$e^{\frac{(\nu_t-\nu_0)^2}{\Delta\nu_D'^2}} = \eta$$

两边取对数, 则

$$\left(\frac{\nu_t-\nu_0}{\Delta\nu_D'}\right)^2 = \ln\eta \quad \text{即 } \nu_t - \nu_0 = \Delta\nu_D' \sqrt{\ln\eta}$$

所以

$$\Delta\nu_{\max} = \Delta\nu_D' \sqrt{\ln\eta} \quad (5.111)$$

将此式代入 (5.107) 式中, 得

$$N = \left(\frac{4nL}{c}\right) \Delta\nu_D' \sqrt{\ln\eta} \quad (5.112)$$

这就导出了激发参数 η 与阈值频率半宽度 $\Delta\nu_{\max}$ 以及纵模数 N 的关系。激发参数是一个很重要的物理量。由 (5.105) 式看到, 这决定着输出功率的大小。从实验上, 它可以通过测量 $\Delta\nu_{\max}$ 或纵模数求得。

当 N 的数目不大时, 可以直接利用 (5.105) 式来讨论非均匀展宽情况的输出功率。但 N 较大时, 这种计算是很繁杂的, 实际应用中可寻求一近似表达式, 可以证明

$$P_{\text{out}} \approx tP_s \left(\frac{4nL}{c}\right) \Delta\nu_D' \psi(\eta) \quad (5.113)$$

$$\text{式中 } \psi(\eta) = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \eta^2 \operatorname{erf}(2\ln\eta)^{\frac{1}{2}} - (\ln\eta)^{\frac{1}{2}} \quad (5.114)$$

其中 erf 表示误差函数。当激发参数 η 由实验确定后, $\operatorname{erf}(2\ln\eta)^{\frac{1}{2}}$ 的值可查表得出。

从 (5.113) 式可知 P_{out} 与 $\psi(\eta)$ 的关系是线性的, 这就更便于实验分析。

3. 综合展宽线型工作物质的输出功率

在综合展宽线型情况下，激活介质的激发参数 η 由(5.37)式表示，当 $\nu = \nu_0$ 时，则

$$\eta = \left(1 + \frac{2I}{I_s}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{\text{Re}w\left[0 + i(\ln 2)^{\frac{1}{2}} \frac{\Delta\nu_h}{\Delta\nu_i}\right]}{\text{Re}w\left[0 + i \frac{(\ln 2)^{\frac{1}{2}} \Delta\nu_h}{\Delta\nu_i} \left(1 + \frac{2I}{I_s}\right)^{\frac{1}{2}}\right]} \quad (5.115)$$

如果 $\Delta\nu_i$ （非均匀展宽带宽即多谱勒带宽）和 $\Delta\nu_h$ （均匀展宽的带宽）为已知，可用作图法给出 I/I_s 与 η 的关系曲线。图(5-14)给出了氦氖激光器单模输出的一维 $I/I_s \sim \eta$ 曲线。此曲线是以 $\Delta\nu_i = 1500\text{MHz}$ 不同的 $\Delta\nu_h$ 值作出来的。作图方法为，根据已知的 $\Delta\nu_i$ 和 $\Delta\nu_h$ ，给定一组 I/I_s ，就可以查表求出相应的一组 η ，即可得出相应的 $I/I_s \sim \eta$ 理论曲线。如果我们用实验的方法测量出 η 值，并已知 $\Delta\nu_h$ 和 I_s ，则从图中可得出激光器的输出光强，即 $I_{\text{出}} = It$ 。

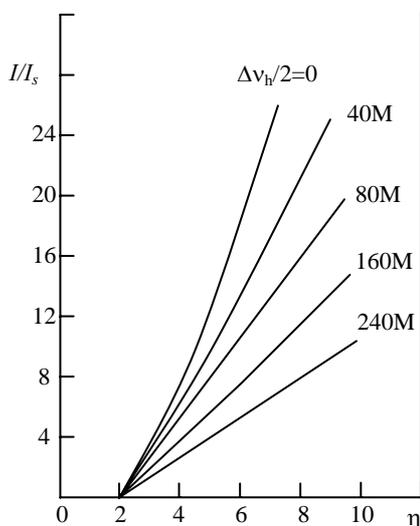


图 5-14 氦氖单模激光器的 $I/I_s \sim \eta$ 曲线
($\Delta\nu_i = 1500\text{MHz}$)

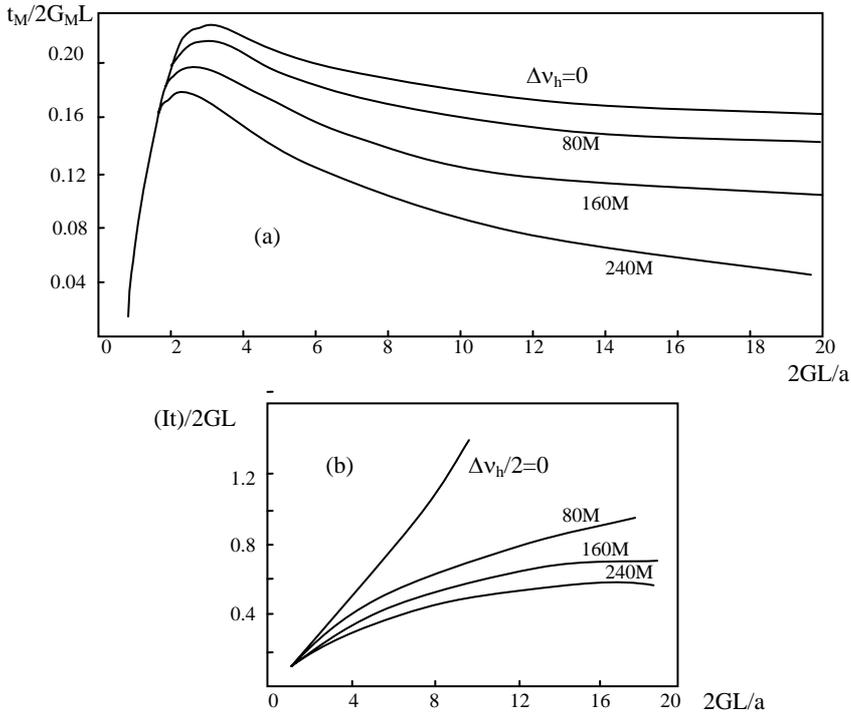


图 5-15 (a)最佳透过率与腔净损耗倒数的关系
(b)最大输出光强与腔净损耗倒数的关系

另一方面由激发参数 η 的定义，在稳态情况下， $\eta = \frac{2GL}{a+t}$ ，可得

$$\frac{1}{\eta} = \frac{1}{\frac{2GL}{a}} + \frac{t}{2GL} \quad (5.116)$$

利用这一关系式，可以用数值计算的方法，求出最佳透过率及最佳输出功率。如图 5-15 所示。

由实验得出 G_M 、 a 和 $\Delta\nu_h$ ，则可以从图 5-15 (a) 求出最佳透过率，如果也被测出，则可由图 5-15 (b) 求出最佳输出功率。

以上叙述的是综合展宽线型的单模运转情况，关于多模运转的情况比较复杂，这里不详细论述。

5-4 激活介质的增益、损耗和输出功率的测量方法

一、中心频率小信号增益系数 $G_0(\nu_0)$ 的直接测量：

利用一支激光器做信号源，待测的器件做放大器。测量出进入放大器的光功率 P_λ 和放大器的输出功率 $P_{\text{出}}$ ，便可确定增益系数。图 5-16 为实验装置示意图，其中单稳频率激光器输出的单频激光经衰减片衰减后射入待测器件，用功率计测出 P_λ 和 $P_{\text{出}}$ ，可算出增益系数 G

$$G = \frac{1}{L} \ln \frac{P_{\text{出}}}{P_\lambda} \quad (5.117)$$

式中 L 为待测器件工作物质的长度。逐渐增加衰减片以减小输出功率时，增益系数将逐渐增加，最后趋于一稳定值，这就是小信号增益系数 G_0 ，此时，可调节单频激光器使输入信号的频率改变，小信号增益系数 $G_0(\nu_0)$ 如果减小衰减片输入功率增加，则增益系数下降，当 $G(\nu_0)$ 下降到 $G_0/2$ 时，测出这时的输出功率即可算出光强饱和参数 I_s 。

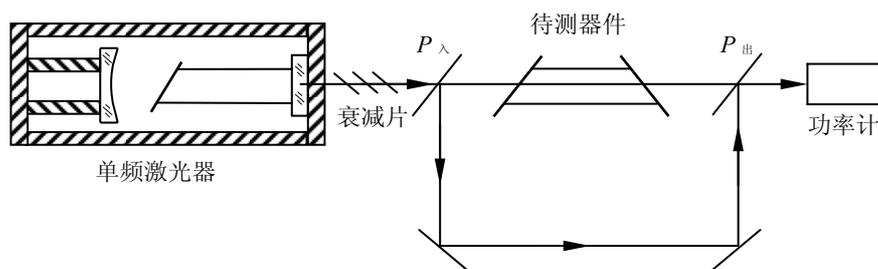


图 5-16 增益系数的直接测量法

二、最佳透过率的测定

(一) 实验装置

采用图 5-17 的装置可测得最佳透过率。

在谐振腔内插入一平行平板作为耦合输出元件。由光的偏振特性可知，即由菲涅尔公式：

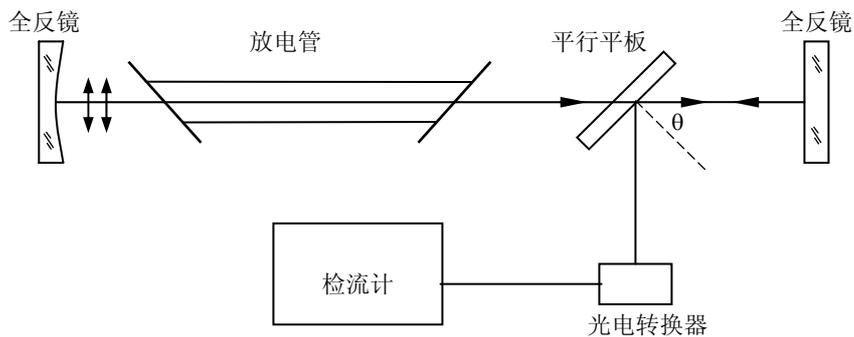


图 5-17 测定最佳透过率的装置示意图

$$R_{//}(\theta_i) = \frac{\tan^2[\theta_i - \sin^{-1}(\frac{1}{n} \sin \theta_i)]}{\tan^2[\theta_i + \sin^{-1}(\frac{1}{n} \sin \theta_i)]} \quad (5.118)$$

可知，旋转平行平板，可测出耦合输出功率与 $R_{//}(\theta_i)$ 的关系曲线，如图 5-18 所示。

由图即可确定最佳透过率 t_M

$$t_M = 4R_{//}(\theta_M) \quad (5.119)$$

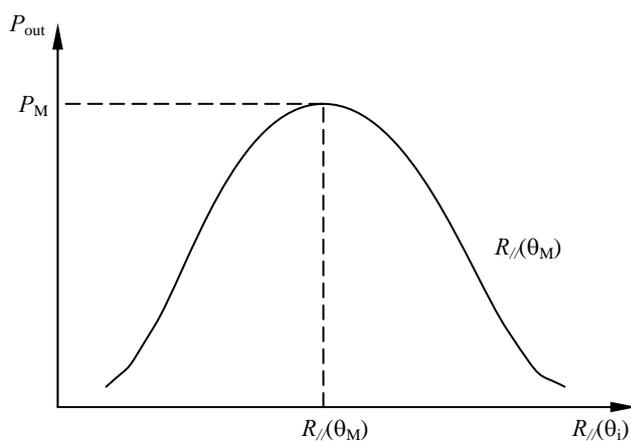


图 5-18 P_{out} 随 $R_{//}(\theta_M)$ 变化曲线

(二) 结果分析

1. 均匀展宽工作物质

由 (5.91) 式知

$$P_{\text{out}} = \frac{1}{2} P_s t \left(\frac{2G_0 L}{a+t} - 1 \right) = \frac{1}{2} P_s t (\eta - 1) \quad (5.120)$$

由 (5.92) 式

$$t_M = \sqrt{2G_0 L a} - a \quad (5.121)$$

将 (5.121) 式代入 (5.120) 式中, 得

$$(P_{\text{out}})_M = \frac{1}{2} P_s (\sqrt{2G_0 L} - \sqrt{a})^2 \quad (5.122)$$

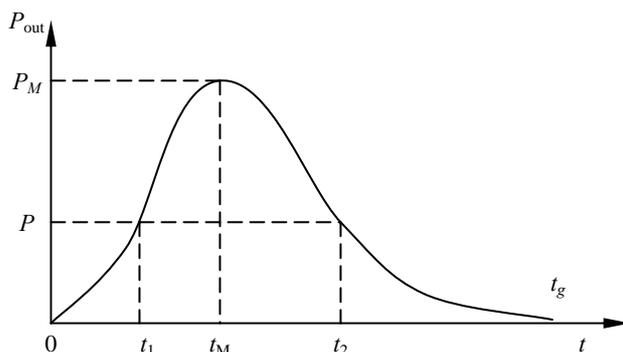


图 5-19 $P_{\text{out}} \sim t$ 的实验关系曲线

由以上分析可知, 为了分析均匀展宽工作物质的输出特性, 关键在于确定 G_0 、 a 和 P_s 。根据图 5-18 的结果, 可以作出 P_{out} 和等效透过率 t 的实验曲线, 如图 5-19 所示, 由曲线可测得 t_M 和 t_g , t_g 为零输出所对应的临界透过率, 由 (5.120) 式可得

$$(5.123)$$

由 (5.121) 和 (5.123) 式联立可解得

$$a = t_M^2 / (t_g - 2t_M) \quad (5.124)$$

$$G_0 = \frac{1}{2L} (t_g - t_M)^2 / (t_g - 2t_M) \quad (5.125)$$

因此, 由 t_M 和 t_g 可确定 a 和 G_0 , 如 $(P_{\text{out}})_M$ 由标定好的功率计测出, 则由确定了 a

和 G_0 ，利用 (5.122) 式可确定 P_s 。

2. 非均匀展宽的工作物质：

单模运转情况：

由 (5.97) 式得

$$P_{\text{out}} = P_s T \left[\left(\frac{2G'L}{a+t} \right)^2 - 1 \right] \quad (5.126)$$

这里 $G' = G(\nu, 0) = G_0 e^{-\frac{(\nu-\nu_0)^2 \ln 2}{\Delta\nu_i/2}}$ 为小信号增益系数。当单纵模的频率为 $\nu = \nu_0$ 时，输出功率的表达式为

$$P_{\text{out}} = \frac{1}{2} P_s T \left[\left(\frac{2G'L}{a+t} \right)^2 - 1 \right] \quad (5.127)$$

相应的最佳透过率为

$$[(a+t_M)^3 / (a-t_M)]_{\text{最佳}} = (2G_0 L)^2 \quad (5.128)$$

最佳输出功率为

$$(P_{\text{out}})_M = \frac{1}{2} P_s [2t_M^2 / (a-t_M)] \quad (5.129)$$

从 $P_{\text{out}} \sim t$ 的关系曲线 (图 5-19)，确定出 t_M 和 $(P_{\text{out}})_M$ ，再利用阈值条件得

$$2G_0 L = a + t_g \quad (5.130)$$

t_g 对应于临界零输出，其值为

$$t_g = 4R_{//}(\theta_g)$$

将 (5.130) 式代入到 (5.128) 式中，可确定 a ，再以 a 值代入至 (5.130) 和 (5.129) 式中，求出 G_0 和 P_s 。

需要指出，在作此项测量中，需要扫描干涉仪监视激光器的单纵模的频率，使其总保持在 ν_0 处。

非均匀展宽工作物质的多纵模运转情况和综合线型工作物质的情况复杂，在此不作详细介绍。

第六章 激光的稳频、调 Q、锁模、放大技术基础

6-1 激光稳频原理

人们对激光的研究，初期着重于机理方面的实验和理论工作。随着激光应用工作的开展，根据实际应用的要求，出现了多种专项技术，如稳频技术、调 Q 技术、锁模技术、放大技术等等。这一节，我们来介绍激光的稳频技术。

激光稳频技术在工业生产、国防建设、科学研究等方面都有重要意义。比如，激光干涉仪对大型的、高精度工件（如大型发电机、轴承等）的检测可以做到快而准；激光稳频技术的出现，使对于光速的测量提高了两个数量级，这对于跟踪人造地球卫星和火箭有重要意义；高稳定频率激光器的发展，给精密计量技术带来了新的突破，并且第一次使得长度和频率的精密测量在同一个自然物上表现出来，可以预期，频率和长度基准在光频基准上统一起来将是可能的。

激光稳频，一般均指对气体激光器而言（因为它的单色性比固体激光器好）。本章我们介绍 He-Ne 激光器稳频的有关问题。很多讨论对其他激光器稳频也是适用的。

（一）稳频问题的提出

我们常说，激光的单色性好，但是，实际上，不加稳频措施的激光并不时单一的频率，为什么呢？我们已讲述关于谱线的展宽问题。在 He-Ne 激光器中，主要是多普勒展宽，其半宽度 $\Delta\nu_D$ 为：

$$\Delta\nu_D = 7.18 \times 10^{-7} \nu_0 \sqrt{\frac{T}{m}} \quad (6.1)$$

其中： T —为放电管的温度，可取 $T = 400^\circ\text{K}$ ； m —氖原子的原子量， $m = 20$ ， ν_0 —激光谱线的中心频率，对 6328\AA 激光谱线， $\nu_0 = 4.74 \times 10^{14}$ 赫兹，代入后，得到：

$$\Delta\nu_D = 1520 \text{ 兆赫}$$

在 $\Delta\nu_D$ 内可以同时有好几个频率满足谐振腔条件。由第三章已知，对于平—凹谐振腔，基模频率：

$$v = \frac{c}{2nL} \left[q + \frac{1}{\pi} \cos^{-1} \sqrt{1 - \frac{L}{R}} \right] \quad (6.2)$$

其中 c ——光速； n ——工作物质折射率； L ——腔长； q ——整数； R ——球面镜的曲率半径。由此得到相邻纵模的频率差（纵模间隔）为：

$$\Delta v_q = \frac{c}{2nL} = \frac{c}{2L} \quad (\text{取 } n=1) \quad (6.3)$$

对于 $L=1$ 米的谐振腔， $\Delta v_0 = 150$ 兆赫。这样，在多谱勒宽度 Δv_D 内可以同时有 11 个频率满足振荡条件。如果它们都满足谐振腔阈值条件，那么激光中就会包含有 11 个纵模频率。

振荡频率随腔长的变化而变化，它可在整个多谱勒宽度内移动。设 Δv_D 对应的波长宽度为 $\Delta \lambda$ 。而干涉仪的最大可测长度 l^* 受 $\Delta \lambda$ 的限制， l 和 $\Delta \lambda$ 的关系为：

$$l = \frac{\lambda_0^2}{2\Delta \lambda} \quad (6.4)$$

式中 λ_0 为中心波长，又 $\Delta \lambda = \frac{c}{v^2} |\Delta v|$ ，用 4.74×10^{14} 赫兹和 $\Delta v_D = 1520$ 兆赫代入，

得到 $l = 10$ 厘米。这样对一米长的工件，就要分十几次测量，不仅慢而麻烦，而且大大降低了测量精度。为了克服这些缺点，就得要减小 $\Delta \lambda$ 或 Δv 。为此，必须设法在多谱勒宽度内选择某一个振荡频率，并且把它稳定住。这就是稳频技术所要解决的问题。

最常用的选频办法有两种：对于大功率激光器，采取在谐振腔中加标准具的办法。对小功率激光器，采取缩短谐振腔的办法。下面我们将要介绍几种稳频率激光器，都采用后一个方法选频。

当选取谐振腔 $L = 20$ cm 时，相邻纵模间隔 $\Delta v_q = \frac{c}{2L} = \frac{3 \times 10^{10}}{2 \times 20} = 750$ 兆赫。因

* 为相干长度 L_0 的二分之一，从下式可求得相干长度 $L_0 = m(\lambda_0 + \Delta \lambda / 2) = (m + 1)(\lambda_0 - \Delta \lambda / 2)$ ，

式中 m 为干涉级次，正整数。解出 m ，再代回上式，就得到： $L_0 = \frac{\lambda_0^2}{\Delta \lambda}$

此，当把振荡频率稳定在中心频率 ν_0 时，另一个相邻振荡频率已跨出谱线 6328\AA 的增益轮廓。所以一般的稳频激光器，谐振腔长度 L 均小于 20 cm 。

通过选频实现单频振荡之后，由于受到内部和主要受到外部条件的干扰，振荡频率仍然会在整个多普勒宽度 $\Delta\nu_D$ 内移动。因而，频率的变化率仍可达

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{1520 \times 10^6}{4.74 \times 10^{14}} = 3.6 \times 10^{-6}$$

稳频的任务就是设法控制那些人为的可以控制的因素，使其对振荡频率的干扰减至最小程度从而提高激光频率的稳定性，提高可测长度或相干性。

（二）激光频率的稳定方法

稳频所要解决的矛盾是排除对激光振荡频率的各种干扰，以保证频率的稳定，有哪些因素影响激光频率呢？已知激光振荡频率为（6.2）式所给出（对于平凹腔结构的激光器而言）。

可见，光路中的折射率 n 和腔长 L 的变化和会直接影响激光频率发生变化。

当 R 较大时，谐振腔近似为平行平面腔，这时，则有：

$$\nu = q \frac{c}{2nL} \quad (6.5)$$

由此可得

$$\frac{d\nu}{\nu} = -\left(\frac{dL}{L} + \frac{dn}{n}\right) \quad (6.6)$$

“负号”表示 ν 的变化与 n 、 L 受外界因素扰动的情况：

（1）折射率 n 受温度 T 、气压 P 和湿度 h 的影响，对于内腔激光器，谐振腔封闭在放电管内， T 、 P 、 h 的变化很小，可以忽略。但对于外腔和半内腔激光器，腔的一部分暴露在放电管之外，（参看图 6.1）因此 T 、 P 、 h 的变化将会影响振荡频率，下面我们具体地分析折射率的变化对频率的影响。

这时（6.5）可改写成：（ n_0 为激活介质折射率， n 为窗片与腔镜 M_2 之间的空气的折射率）

$$\nu = q \frac{c}{2(n_0 L_0 + nl)} \quad (6.7)$$

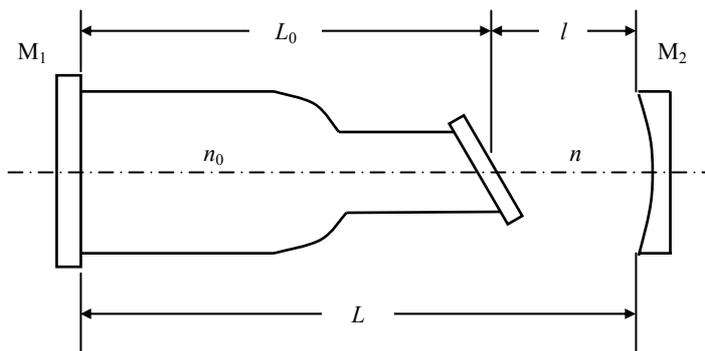


图 6-1 半内腔管

因而有 $\frac{\Delta v}{v} \approx \frac{-1}{L} \cdot \frac{\Delta n}{n_0}$ (式中设 $n \approx n_0$)

Δn 与 T, P, h 的变化量 $\Delta T, \Delta P, \Delta h$ 有如下关系:

$$(\Delta n)_T = n_0 \beta_T \Delta T ;$$

$$(\Delta n)_P = n_0 \beta_P \Delta P ;$$

$$(\Delta n)_h = n_0 \beta_h \Delta h .$$

由此得到

$$\begin{aligned} \left(\frac{\Delta v}{v}\right)_T &= \frac{-1}{L} \beta_T \Delta T \\ \left(\frac{\Delta v}{v}\right)_P &= \frac{-1}{L} \beta_P \Delta P \\ \left(\frac{\Delta v}{v}\right)_h &= \frac{-1}{L} \beta_h \Delta h \end{aligned} \quad (6.8)$$

在 $T=20^\circ\text{C}, P=760$ 托, $h=8.5$ 托的情况下, 计算可得:

$$\beta_T = -9.3 \times 10^{-7} / ^\circ\text{C} ;$$

$$\beta_P = +3.6 \times 10^{-7} / \text{托} ;$$

$$\beta_h = -5.7 \times 10^{-8} / \text{托} .$$

例如，当 $\frac{1}{L} = 0.1$ ， $\Delta T = 1^\circ\text{C}$ ，则 $\left(\frac{\Delta\nu}{\nu}\right)_T \approx 1 \times 10^{-7}$ 。

空气的流动，会使 T ， P ， h 发生快速的脉动变化，对于非内腔激光器，应尽量减少暴露部分，并屏蔽通风；同时要求稳频用的伺服控制系统对变化有较好的响应。

(2) 腔长 L 的变化主要受温度和振动的影响，激光器是个发热体，谐振腔将因温度的变化而伸缩。温度变化对频率的影响可表示为

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{(\Delta L)T}{L} = \frac{-aL\Delta T}{L} = -aT\Delta T \quad (6.9)$$

a 称材料的热膨胀系数。应选择 a 小的材料（如石英 $a = 5 \times 10^{-7} / ^\circ\text{C}$ ，殷钢 $a = 2 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$ ）作谐振腔支架。

对外腔管，振动的影响可以造成：

①若谐振腔反射镜或放电管沿腔轴移动，使腔长 L 伸缩，但不改变通过布儒斯特窗的光程，此时可简单地表示为：

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{|\Delta L|}{L}$$

对 $L = 15 \text{ cm}$ 的谐振腔，当 $\Delta L = 1.5 \text{ \AA}$ 时，

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{1.5 \times 10^{-8}}{15} = 1 \times 10^{-9}$$

②若反射镜或放电管不沿光轴移动，此时不但改变了腔长 L ，而且改变了通过布儒斯特窗的光程。下面分析由此造成的频差。

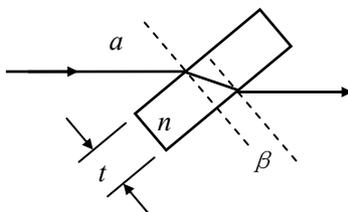


图 6-2 光束通过布儒斯特窗

如图 6-2 所示，窗片厚度为 t ，折射率为 n 。由图可见，光通过窗片的光程 l 为：

$$l = \frac{nt}{\cos\beta}$$

当 a 为布氏角时, 有 $\alpha + \beta = \pi/2$,

$$l = \frac{nt}{\sin\alpha};$$

$$\frac{\Delta l}{\Delta\alpha} = \frac{-nt}{\sin\alpha} \cdot \cos\alpha = \frac{-\operatorname{tg}\alpha \cdot t}{\sin^2\alpha} \cdot \cos\alpha = -\frac{t}{\sin\alpha}$$

由此得到通过布氏窗光程的改变为:

$$\Delta l = \frac{-t}{\sin\alpha} \Delta\alpha$$

由此可知

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = -\frac{\Delta l}{nL} = \frac{t}{L} \cdot \frac{\Delta\alpha}{\sin\alpha} \quad (6.10)$$

此处 n 为气体介质折射率, $n \approx 1$ 。

对 K_9 (或 K_8) 玻璃, $a = 56^\circ 36'$ 。设窗片厚度为 2mm, 腔长为 15cm, 则当角度改变 1 微弧度 (0.2 秒) 时,

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} \approx 1.6 \times 10^{-8}$$

为消除振动干扰, 应采取减震措施, 一种简单的办法是把充气的汽车内胎放在工作台和工作面之间, 可以有效地消除高频振动。激光器的海绵衬托以减小声学振动。海绵对于大于 1000C/S 的高频振动吸收系数达 70% 以上。

(3) 除了上述这些外部因素的影响以外, 激光器某些内部因素, 如放电条件 (工作气体的总压强, 组分, 放电电流等) 的变化, 以及原子自发辐射的无规噪声都对振荡频率有影响, 放电条件在一定程度上是可以控制的, 而自发辐射的无规噪声是不能完全控制的。不过它的影响很小, 远远小于其他因素的影响, 但它给出了频率稳定性的一个最高限度。目前实际达到的频率稳定性指标远低于这个限度。

综上所述可知, 影响激光频率稳定性的因素是多种多样的, 最重要的是腔长的变化, 其他因素在一定程度上是可以控制的。能否用恒温的办法保持腔长的稳定呢? 不

能。因为即使选用线膨胀系数很小的石英 ($\alpha = 5 \times 10^{-7} / ^\circ\text{C}$)，那么要达到 5×10^{-8} ，即

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\Delta L}{L} = -\alpha\Delta T = 5 \times 10^{-7} \cdot \Delta T = 5 \times 10^{-8}$$

则要求 $\Delta T \leq 0.1^\circ\text{C}$ 。若要求稳定度为 5×10^{-9} ，则 ΔT 不能超过 0.01°C ，要达到这样的恒温条件是很困难的。因此，通过恒温办法来达到稳频目的是不现实的，必须采用自动补偿办法。

(4) 采用自动补偿办法进行稳频的基本原理

目前采用的稳频方法有几种，其基本原理大体上相同的，即把单频激光器的频率与某个稳定的参考频率相比较。当振荡频率偏高参考频率时，鉴别器就产生一个正比于偏离量的信号，这个误差信号通过反馈系统又来控制激光器的振荡频率，使其回到参考频率，如此，激光频率可以认为是被稳定到参考频率上。这样的控制系统，常称作伺服系统。依据所选择的参考频率，把激光频率稳定到跃迁的中心频率上，这个方法简便易行，可得到 10^{-9} 的稳定度，能满足一般精密测量的需要。另一类是把振荡频率稳定到外界参考频率上（如外加吸收池的饱和吸收频率）。这种方法较为复杂，但可以得到较高的稳定度和再现性。目前人们正在探索用其作为长度基准（或频率基准）。

在进行了上面的一些一般性讨论之后，下面我们具体介绍几种稳频激光器的稳频原理。

一、兰姆凹陷激光器

兰姆凹陷激光器是频率稳定在兰姆凹陷中心的激光器的简称。

1. 激光器的结构

激光器的结构示意图如图 6-3 所示。

压电陶瓷与稳频器相连。稳频器按实际情况正确地给出调整电压，加到压电陶瓷上，使其伸缩，自动调节腔长，达到稳频目的。

在图中所示的结构中，应考虑热补偿问题，以减小伺服电路中调整电压的幅度，从而减小电路负担；同时可以缩短热平衡时间，开机后半个小时就可正常工作，否则要一个多小时后才能工作。

设石英支架，压电陶瓷，硬铝筒的长度和线胀系数分别为： l_1 、 a_1 ； l_2 、 a_2 ； l_3 、

a_3 , 则热补偿应满足下面的关系:

$$l_1 a_1 + l_2 a_2 = l_3 a_3$$

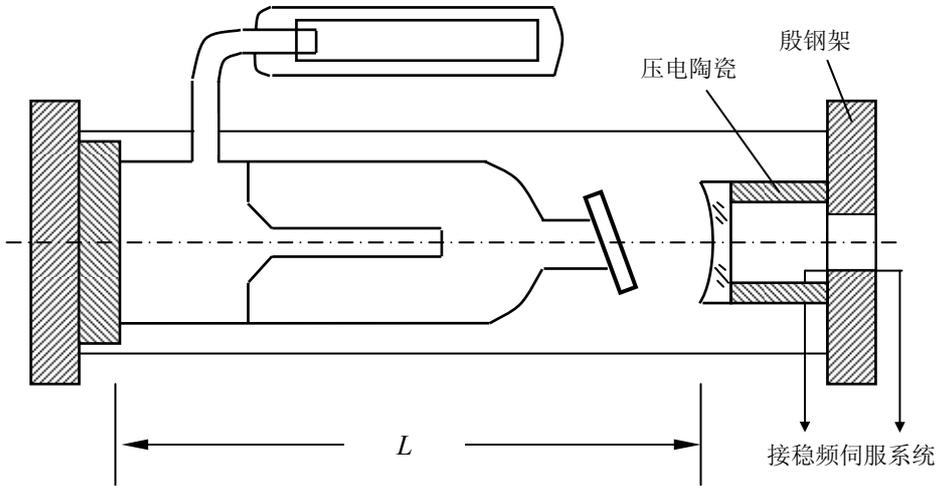


图 6-3 兰姆凹陷稳频激光器结构示意图

2、利用兰姆凹陷进行稳频的原理

前一章中已讲过 He-Ne 激光器的谱线展宽主要是非均匀展宽——多普勒展宽。在光强 I 与频率 ν 的关系曲线上, 在谱线中心频率 ν_0 处光强有一个极小值, 这就是兰姆凹陷 (见图 6-4)。

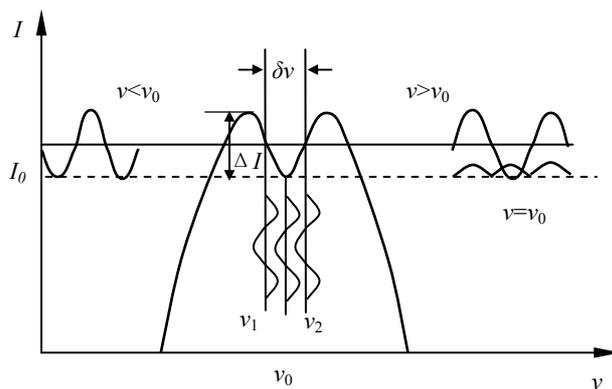


图 6-4 利用兰姆凹陷的稳频原理图

由于兰姆凹陷的宽度较增益的宽度窄, 前者与后者的比值约为 10^{-2} , 而凹陷的中心频率即为谱线的中心频率 ν_0 , 因而在 ν_0 附近频率的较小变化将会引起输出光强的

较大变化。因此可以通过对输出光强的监控，设计出更为灵敏的腔长自动补偿的伺服系统，使激光频率更精确地稳定在谱线的中心频率 ν_0 附近。

腔长的自动补偿系统（伺服系统）的方块图如图 6-5 所示。为了方便地选取初始振荡频率在 ν_0 ，在压电陶瓷上需加一直流电压（0~200 伏可调），用来调节腔长。为了进一步把振荡频率稳定在 ν_0 ，压电陶瓷上还需加一交流讯号，其幅度为 0.5 伏，频率约为 800 周，称作“搜索讯号”。

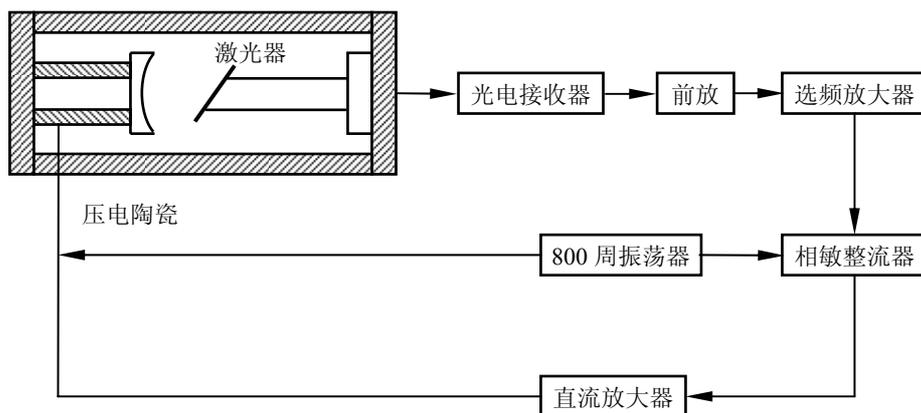


图 6-5 腔长自动补偿系统方块图

由于压电陶瓷上加了频率为 $f=800$ 周的搜索讯号电压，腔长 L 也以频率 f 作振动，使得激光频率 ν 也以频率 f 作变化。由图 6-4 可见，这将造成光强 $I(\nu)$ 的变化。假若由于某种原因（例如温升），使 L 伸长，激光频率由 ν_0 偏离至 ν_1 ，此时， ν 增加时，则 I 下降； ν 减小，则 I 加大，即 ΔI 与 $\Delta \nu$ 反位相，变化频率都是 f 。如果振荡频率 ν 偏离至 ν_2 ，很明显，此时 ΔI 与 $\Delta \nu$ 同位相。 ΔI 通过图 6-5 中的光电器件转变为电信号，然后送入前置放大器和选频放大器（选放频率为 800 周），出来后再进入相敏整流器，在其中与搜索讯号进行比较，相敏整流器有这样的特性：当两个输入讯号位相反时，它将给出一个正直流电压；反之，将输出负直流电压。利用相敏整流器的这个特性，就把偏离至 ν_1 或 ν_2 处的频率区分开，从而按实际偏离情况，给出正的或负的直流电压。这个电压再经直流放大器放大、反馈到压电陶瓷上，使其伸长或缩短，对腔长进行调整，从而把振荡频率拉回到中心频率 ν_0 。

而在 ν_0 处，不论 ν 增加还是减小， I 都增加，故 I 以 $2f$ 的频率作变化。 $2f$ 的讯号不被选放，因而没有电压反馈给压电陶瓷，腔长不被调整，于是频率被稳定在 ν_0 ，

这样，通过这套伺服系统，就可以对腔长变化进行自动补偿，达到稳频目的。

应该注意，在上述稳频措施中，激光频率的漂移是通过光强的变化来显示的。如果光强本身有起伏，特别是这个变化接近于“选放”频率，那就无法实现稳频。因此，在这个稳频措施中，激光的激励电源最好是稳压和稳流的。

搜索讯号 \tilde{V} 的幅度大小直接影响着激光频率的稳定性，当以电压 \tilde{V} 施加于压电陶瓷筒的内外壁时，它将引起筒长的变化为

$$\Delta l = D_{31} \tilde{V} \quad (6.11)$$

此处

$$D_{31} = (l/t)d_{31}$$

称为压电陶瓷的压电灵敏度。 l 为压电陶瓷筒的长度， t 为其厚度， d_{31} 为压电系数。我们常用的压电陶瓷筒是一种锆钛酸铅压电陶瓷，其参数为

$$d_{31} = 2.4 \text{ \AA/伏}, \quad l = 25 \text{ mm}, \quad t = 2 \text{ mm}$$

故有

$$D_{31} = 2.4 \times 10^{-8} \times \frac{25}{2} = 3 \times 10^{-7} \text{ cm/伏}$$

取腔长 $L = 15 \text{ cm}$ ， \tilde{V} 的幅度为 0.5 伏，则有

$$\Delta l = 1.5 \times 10^{-7} \text{ cm}$$

$$\frac{\Delta \nu}{\nu} = \frac{\Delta l}{L} = 1 \times 10^{-8}$$

因此，为保证 10^{-8} 的频率稳定度，选取幅度为 0.5 伏搜索讯号是可以的。要达到更高的稳定度，必须减小 \tilde{V} 的幅度。但这会带来新的问题。

上述稳频系统，主要是补偿温度对腔长的扰动，那么到底能有多大补偿呢？

设石英外套，压电陶瓷，两反射镜的厚度分别为 l_1 、 l_2 、 l_3 ，线膨胀系数分别为 a_1 、 a_2 、 a_3 ，则温度变化 $\pm \Delta T$ 造成腔长变化量为

$$\Delta l = d_{31} \cdot l_2 \cdot \frac{V_{\max}}{t}$$

根据稳频的补偿要求:

$$\Delta l = \Delta L$$

将 (6.12)、(6.13) 式代入 (6.14) 式, 可得

$$\Delta T = \frac{V_{\max} d_{31} l_2}{2t(a_1 l_1 - a_2 l_2 - a_3 l_3)}$$

假定: $V_{\max} = 230$ 伏, $d_{31} = 2.4 \text{ \AA} / \text{伏}$, $l_2 = 2.5 \text{ cm}$, $t = 0.2 \text{ cm}$, $l_1 = 20 \text{ cm}$, $a_1 = 5 \times 10^{-7} / ^\circ\text{C}$, $a_2 = 4 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$, $l_3 = 0.6 \text{ cm}$, $a_3 = 7.6 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$, 可求出 $\Delta T = 7.6^\circ\text{C}$ 。因此, 这套伺服系统能在普通实验室中使用。

3. 兰姆凹陷激光器的优缺点

兰姆凹陷中心是一个很有用的频率参考。利用兰姆凹陷容易将频率稳定在凹陷的中心。这种稳频方法简便易行, 能得到 $\Delta\nu/\nu=10^{-9}$ 的稳定度。因此受到人们的重视, 并进行了大量工作来研究此种激光器的性能, 重点是研究凹陷中心的漂移问题。

此种激光器的缺点是作为参考频率的凹陷中心容易漂移, 使得达到 1×10^{-7} 。这就意味着我们是在使用名义上规格相同, 但实际长度不同的尺子进行测量, 彼此相差达 10^{-7} 。这在精密测量中当然是不太理想。

应该说明, 我们这里所要讨论的对中心频率的扰动, 与前面所讨论的对频率稳定度的扰动不同, 这里是对参考频率本身的扰动, 那么, 到底哪些因素影响中心频率呢?

(1) 原子间的相互作用

原子间的作用, 我们常通俗地称为“碰撞”。这种碰撞大体分为两类: 一类是弹性碰撞 (也称硬碰撞), 碰撞结果, 不改变原子的内能 (势能), 只改变各自的动能, 但总动能仍不变; 第二类是非弹性碰撞 (又称软碰撞), 碰撞结果, 改变原子的内能, 同时使原子的能级 (主要是上能级) 移动。

前者造成谱线的加宽, 称之为碰撞加宽, 或压力加宽, 呈罗伦兹型, 但不足以解释线中心的位移和实际出现的加宽。这个结果是最后一种碰撞造成的。由于这种作用, 造成发射光子的能级间产生能量位移。而这个位移并不恒定, 取决于原子间的作用程度; 气压高, 原子密度大, 原子间距小, 作用强烈, 产生的能量位移就大。中心频率的移动也就大。由于这种作用的机制和物理过程尚不十分清楚; 因而还没有量的描写, 实验结果很不一致, 但倾向性意见是, 认为: 6328\AA 谱线中心频率的漂移, 主要是受激氖原子和基态氖原子作用造成的, 并且随压力增高移向高频, 移动率为 20 兆/托。这个数值与压力加宽相比并不小, 约为压力加宽的 1/4 (压力加宽为 75 兆~95

兆/托)。

在激光器中，由于总气压和混合比是变化的（由于电极和管壁的吸附以及管壁渗氦），因此压力位移的数值也在变化，过几百小时将有波长漂移出现；1000 小时后，漂移达 2×10^{-6} ，并且时间再长，波长减小更快，而实际上，又不断从管壁和电极放出杂气，因此中心频率的漂移就更大些。

对于 6328\AA 的谱线，要想获得 10^{-10} 的再现性，并且假定这个扰动只限于压力位移，那么要求必须将压力变化和不纯物的气压控制在 10^{-3} 托以下。而激光器总压力一般为托的数量级，因此上述对压力的要求很难实现。

(2) 斯塔克效应引起的位移

由于激光管内电子和离子的热运动，电子的速度远大于离子的速度，先到达管壁，造成电子在管壁的堆积，到了一定程度，堆积的电子将排斥电子进一步到管壁，这时达到平衡，形成从轴心到管壁的径向电场，根据这种解释，频率大小与 $(T_e/r)^2$ 成比例，且为红移（此处， T_e 为电子温度， r 为放电管半径）。在放电电流不变情况下，

$T_e \propto 1/P$ (P 为压力)，则有：

$$\Delta \nu \propto -\left(\frac{1}{rP}\right)^2$$

即是说，随压力增大，红移减小，而实际结果是随压力增高，产生紫移（频率升高），因此，这种解释的正确与否，仍无定论。

(3) 激光振荡频率也受激活介质折射率的影响，因为激活介质的折射率是呈色散形式的，因而谱线的变化也呈色散形式。色散程度与介质的激活程度（对于确定的介质应与放电电流）有关。因而放电电流的变化将使谱线中心的位置发生变化。这个问题目前正处于探索阶段，有的观测认为，随放电电流增大向高频方向位移，也有的观测认为向低频方向移动。

上面我们介绍了影响谱线中心频率漂移（频率再现性）这三种因素。人们对这些问题的认识还不成熟，理论上和实验上都处于探索阶段。但无论如何，倾向性认为，由于原子间的碰撞，确实带来了中心频率的变化。仅仅由于激发态氦原子与其他粒子的碰撞，而不计其他，就已经带来了 20 兆/托的位移。可见，为了达到很高的频率再现性，必须使除了产生 6328\AA 辐射的受激态的氦原子之外的其他粒子（如处于各种状态的氦原子以及处于基态和别的激发态的氦原子以及电子）的密度、速度分布等完

全具有重复性，但要完完全全做到这一点是根本不可能的。比如两只激光器，我们只能使它们的结构、几何尺寸、充气压力、气体组分、放电条件尽量接近，但总不可能毫无差别，只要有差异，那它们的中心频率就不同。

综上所述，兰姆凹陷激光器，由其内在因素所决定，虽然有 4×10^{-9} 的长期稳定度，但仅有 1×10^{-7} 的再现性。这样的稳定度和再现性在一般精密测量中已足够了，而且由于有着结构简单的优点，因此在工业、科学研究方面有着很广泛的应用。

二、带有非线性饱和吸收室的稳频激光器

兰姆凹陷激光器，利用激光跃迁的增益曲线的中心作为参考频率，但有较大的压力位移。为了克服这个缺点，我们选择非线性饱和吸收介质的中心频率作为参考频率。对这种激光器我们仅对其结构和原理作一些简要介绍，不准备详细讨论。

1. 激光器结构

带有非线性饱和吸收室的稳频激光器，见图 6-6。增益室即为普通 He-Ne 激光器。吸收室的压力比较低。如果压力太低（比如几毫托），那么要保证有足够大的饱和和吸收必须使其加长。这样整个激光器就加长了，因而不能单频率运转。为了单频运转，还必须加另外的选频装置，因而有时候，吸收室压力相应提高一些（比如 100~300 毫托），这样吸收室可以短一些（长约十几个厘米），保证腔长 30 厘米左右，这可以实现单频运转，而无须另加选频装置。然而缺点是产生了不希望有的压力加宽。

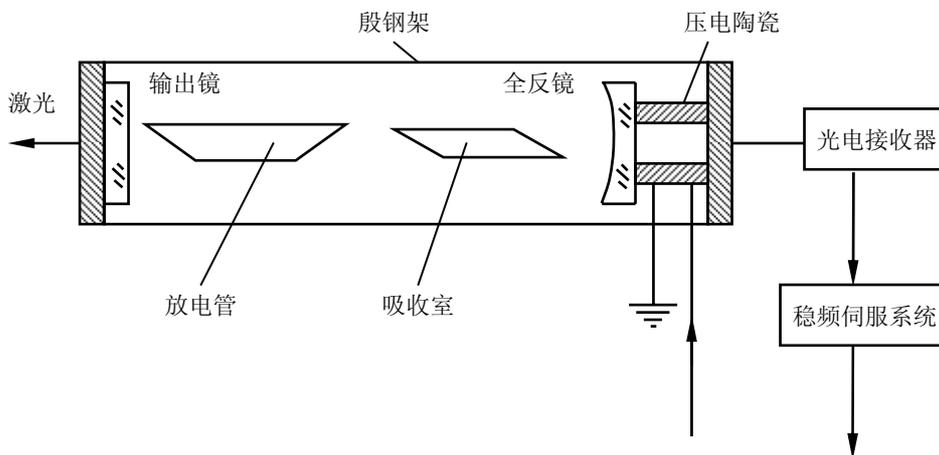


图 6-6 带有非线性饱和吸收室的稳频激光器

总而言之，吸收室的压力终归是比较低的。由于压力低这个特点，这就在很大程度上减弱了碰撞位移，而且吸收室不必加电场激活，因而可以完全排除斯塔克效应和

激活介质色散造成的频率中心的位移。因此，这种激光器可以大大提高长期稳定性和再现性。

吸收可以用甲烷，其吸收峰为 $3.39\ \mu\text{m}$ ；也可以用碘同位素 (I^{127} 或 I^{129})，其吸收峰为 6328\AA 。

2. 反兰姆凹陷的形成及用它作光学鉴频器的优点

吸收室中的气体未被激活时，它可以吸收来自增益室的光辐射。一般说来，两个室中的温度大体相同，而且氖原子量与甲烷的分子量相近，使得二者的多普勒宽度相近，因此在整个线宽内均有吸收。但由于压力不等，故压力加宽在吸收室中比增益室中相应部分要小。因而在吸收线宽中心形成窄的兰姆凹陷为均匀展宽的量级。见图 6-7 所示。

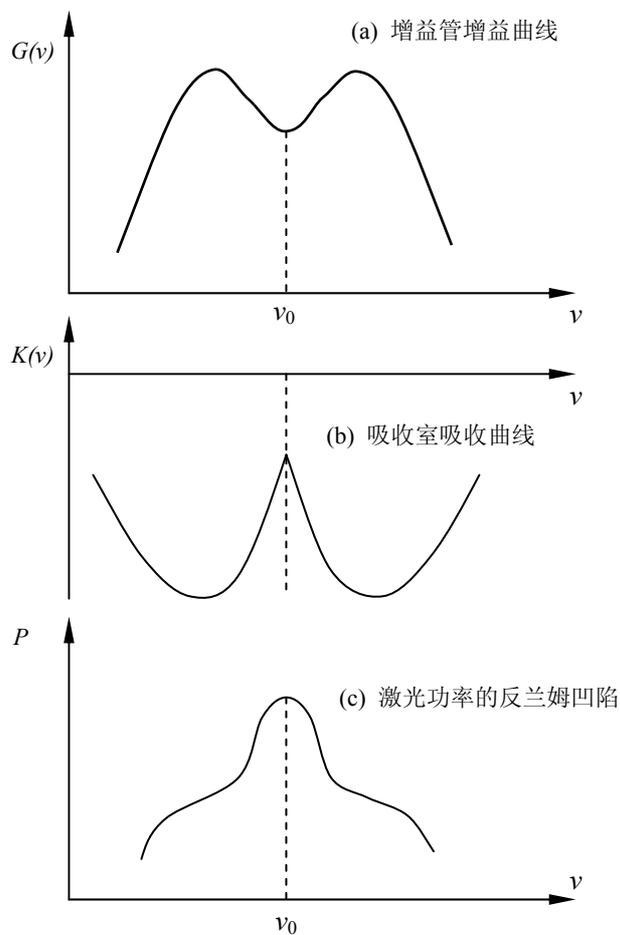


图 6-7 反兰姆凹陷的形成图示

如图饱和吸收在整个增益带宽的内比增益小,那么腔模在整个带宽内调谐均能振荡。但由于在 ν_0 附近吸收最小,故在 ν_0 处的净增益比带宽内其余部分要大,这就形成了增益曲线上的尖峰。因而输出功率将在 ν_0 处出现尖峰,如图 6-7 (c) 的曲线,称为反兰姆凹陷。

由于吸收室的压力低,特别是如果为几毫托的量级,压力加宽(谱线的碰撞展宽)很小,凹陷宽度将由跃迁能级的自然宽度(比压力加宽小 1~2 量级)来决定。由于反兰姆凹陷宽度很窄,那么它的斜率就比兰姆凹陷的大,因而可以减小搜索讯号的幅度,从而可以提高频率稳定性。又如前所述,吸收器从分子基态产生的,吸收室不加电场激活,因而放电效应的扰动可以完全消除;再由于压力低,很大程度上排除了碰撞位移。基于这两点,反兰姆凹陷的中心频率很稳定,这就大大提高了长期稳定性和再现性,分别可以达到 10^{-12} ~ 10^{-13} 和 10^{-10} ~ 10^{-11} 。因此在精密测量上有重大意义。

大家知道,1960 年确定下来的国际公认的作为长度二级基准的 Kr^{86} 的 6057Å 谱线(一级长度基准是 30 多年前确定的一种合金块,放在巴黎国际权度局),它的线宽(在氦的三相点 630K)为 0.0047Å,再现性为 1×10^{-8} 。而对于 6328 Å 的谱线,当

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 3.6 \times 10^{-11} \text{ 时, 相当于 } \Delta\lambda = 2.6 \times 10^{-7} \text{ \AA, 比 } \text{Kr}^{86} \text{ 提高了三个多量级, 再现性}$$

以 10^{-10} 计,提高了 2 个量级。

可见,带有甲烷吸收室的 He-Ne 稳频激光器作为将来的长度基准是很有希望的,同时可以用它的频率作频率基准,以前物理学上的三大基准(质量、频率、长度)中,长度和频率基准一直不能统一起来,由于有了高稳定宽的激光器,使得二者在同一个自然物质上表现出来成为可能。

应当注意,激光频率的可调范围是很窄的,因此必须挑选合适的饱和吸收气体,使其吸收中心与激光频率中心很好的吻合,当选用甲烷(CH_4)作为饱和吸收气体时,它的吸收中心比 3.37 μm 的激光跃迁中心频率大约高 100 兆。因此,激光谱线应该通过压力位移移动约 100 兆,以保证频率较好的一致性。这可通过在增益室增加大约 5—10 托的氦来实现这一点。

6-2 激光调 Q 原理

正如前面已经提到的,普通的脉冲运转的固体激光器,光脉冲的输出延续在几分之一毫秒的时间间隔内,因此,对于一个光脉冲输出能量为几焦耳的固体激光器来说,

其峰值功率只有几十千瓦。如果我们采用一些措施，在并不明显减小光脉冲输出能量的情况下，将光脉冲的延续时间压缩至 10 毫微秒的数量级，那么这种激光器的峰值输出就可以增大至百兆瓦的数量级，如果光脉冲的延续时间再压缩得更短，则这种激光器的峰值功率还可以进一步提高。因此，十分关键的是寻找一种方法，使激光器既能有效地积存光泵输入的有用光能，又能大大地压缩输出光脉冲的宽度，使储存于激光器中的光能集中于极短的瞬间输出。

在第六章中我们已经知道，激光工作物质中激活粒子的激光上能级，由于它们的介稳态的特性，本身即具有积存粒子的作用，因而也就有积存光泵输入的有用光能的作用。因此，现在的问题是，如何使它更好地发挥这种积存有用光能的作用。我们也已经清楚，谐振腔的品质因子 Q 值对于激光器的输出有很大的影响。由(3.69)和(3.85)式可知，欲使激光振荡，激光跃迁能级间的最低粒子反转数密度必须满足如下的关系：

$$\Delta N_l = N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1 = \frac{16\pi^2 n^3 v^3}{c^3 g(v_0)} \cdot \frac{t_{自}}{Q} \quad (6.17)$$

由此可知，对于一般激光器来说，谐振腔内的损耗增大， Q 值降低，激光振荡的阈值就要增高，这对激光振荡的产生是十分不利的，因此，一般地总是希望损耗越小越好。

当我们用光泵激励工作物质时，在激励的最初时刻是一个能量积存的过程，在光泵的持续激励下，工作物质的激光上能级的粒子数迅速地增加，当粒子反转数超过 ΔN_l 时，激光振荡就开始，一旦振荡开始后，粒子反转数就维持在 ΔN_l 的水平，不再增加了，此时，光泵输入光能的一部分转变为激光的输出光能。当光泵的光强减弱到一定程度，使光泵对激光上能级的激励不足以形成超过 ΔN_l 的粒子反转数密度时，激光振荡就停止，激光输出就发生在光泵灯脉冲的有效持续期内，在这个过程中，谐振腔的较高的 Q 值，对激光易于起振是有利的，但不能使激光上能级积存更多的粒子，也就是说，对能量的积存是不利的。为了更有利于工作物质的激光上能级积存更多的光泵输入能量，应当要求在光泵激励的初期，尽可能地降低谐振腔的 Q 值，使在工作物质的激光上能级积累起大量的粒子，造成很大的粒子反转数密度 ΔN ，在这种情况下，如果在光泵开始激励后的某时刻 t_0 ，突然增大 Q 值，即使谐振腔的损耗突然变小，这时，由于 ΔN 很大，这对激光振荡形成了十分有利的条件，使大量的粒子有可能在极短的时间内突发性地从激光上能级跃迁到激光下能级，从而得到峰值功率极大的激光巨脉冲。

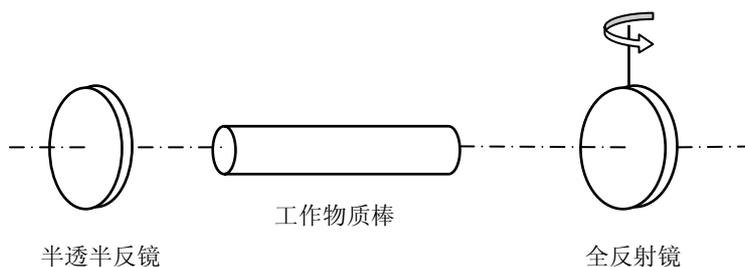


图 6-8 转镜开关的工作示意图

这种利用迅速调节谐振腔的 Q 值以获得激光巨脉冲方法的关键是，要解决好 Q 突变技术或 Q 开关技术，常用的 Q 开关有如下几种：

(1) 转镜开关

如图 6-8 所示，将谐振腔一端的全反射镜高速旋转，使旋转轴和激光器的光轴相垂直。当全反射镜旋转到和半反射输出镜相平行时， Q 值最大；当全反射镜在其它位置时， Q 值最小。因而，高速旋转的全反射镜就起到一个快速的 Q 开关的作用，这里高速旋转的反射镜是用高速马达来带动。由于高速马达转动时，转动轴不可避免地有晃动，所以通常将全反射镜子换成全内反射直角棱镜，使调整时比较容易，并且转动轴的晃动也不致引起光线的偏折。使用每分钟 3 万转的高速马达，可以得到脉宽 80 毫秒以内的激光脉冲。转镜旋转的速度越高， Q 值变化的速度也越快，输出的光脉冲也就压缩得越窄。但是用马达的转速越高，马达的寿命就越短，所以不能单纯依靠提高转速来压缩光脉冲的宽度。可以在光学系统中作一些改进，采用所谓加速光路的方法，使 Q 值的变化速度提高。在图 6-9 中示出的是几种典型的加速光路的示意图，图 6-9 (a)、(b) 是两倍加速光路。从图中容易看出，从工作物质棒方向射向转镜的光线，经过从镜的二次反射后，返回至工作物质棒；当棱镜转过 β 角，该光线就要偏离转 4β 角，所以 Q 值变化的速度提高了一倍，这相当于高速马达旋转速度提高了一倍。图 6-9 (c) 是四倍加速光路，可使 Q 值变化的速度提高四倍。

另一种改进方法如图 6-10 所示，是在转镜和工作物质棒之间插入一块光学透明的平等平板，平行平板这样放置，使沿工作物质棒而来的光线投射在平行平板前后两表面上的入射角为反射的临界角 θ ，则当入射角小于临界角时，反射迅速变小，因而光的损耗迅速增大。这样，也能提高调 Q 的速率，并能减小激光束的发散角。

上述转镜开关的优点是，结构简单、工作可靠、重复性好、能量损耗小；主要缺

点是，高速马达的寿命较短、驱动功率较大、装置不轻便、开关速度不够快。

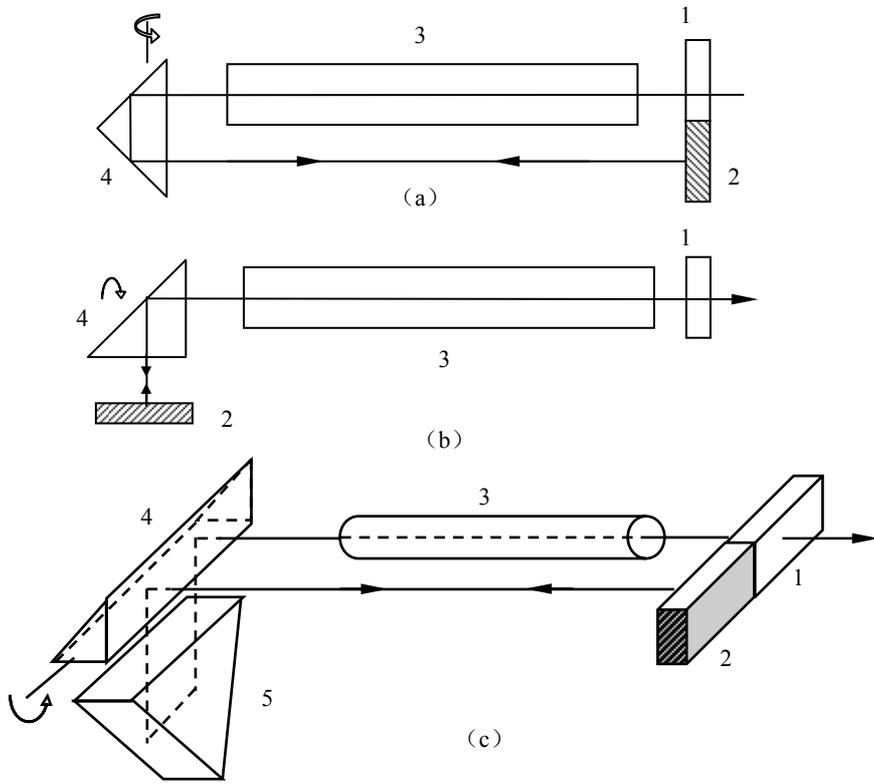


图 6-9 转镜开关的加速光路

1—半透半反镜；2—全反射镜；3—工作物质棒；4、5—全内反射直角棱镜

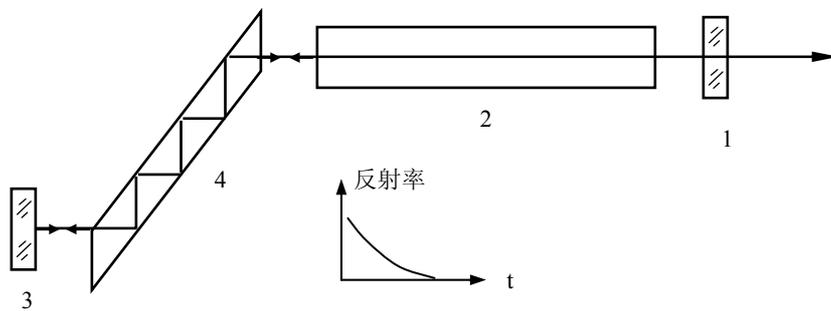


图 6-10 转镜开关的临界角加速光路

1—半透半反镜；2—工作物质棒；3—全反射镜；4—光学平行平板

(2) 电光开关

在物理光学课程中我们已经知道，有些物质在电场作用下会发生折射系数的变化，这就是通常所谓的电光效应。利用这种电光效应可以用来调制光的强度和偏振的方向。显然，也可利用电光效应进行调 Q。如图 6-11 所示，在激光器的谐振腔内插入一个由电光晶体（如 KDP 或 LiTaO_3 等）做成的普克尔盒和一个偏振棱镜，由此构成电光开关。当在普克尔盒上施加一适当大小的电场后，使普克尔盒起 $1/4$ 波片的作用，这时，从工作物质棒发出的光，经偏振棱镜后，变为平面偏振光；此平面偏振光，来回二次通过普克尔盒（ $1/4$ 波片）后，其偏振面旋转 90° ，因而不能再通过偏振棱镜而原路返回。这时，电光开关处于关闭状态，Q 值很小，不能形成激光振荡，随着光泵的持续激励，当激光跃迁能级间的粒子反转数积累到相当大的量值时，突然去掉电场，使普克尔盒起 $1/2$ 波片的作用，“开关”就迅速打开（这时，平面偏振光二次通过普克尔盒后，偏振面旋转 180° ，因而它将无阻挡地通过偏振棱镜，这相当于电光开关处于开启状态），随之产生巨脉冲的激光。

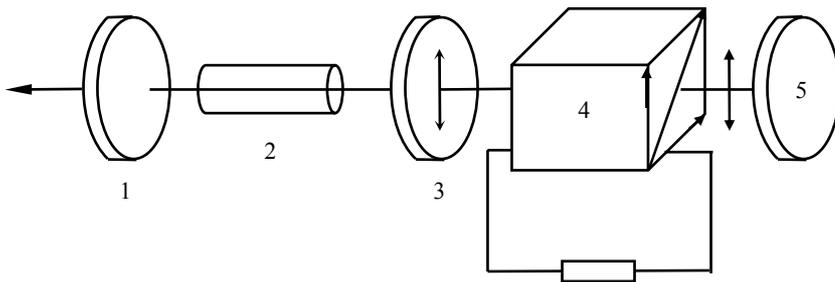


图 6-11 电光开关调 Q 示意图

1—半透半反镜；2—工作物质棒；3—偏振棱镜；4—普克尔盒；5—全反射镜

电光开关的优点是，开关速度快，可获得 10^{-8} — 10^{-9} 秒数量级的短激光脉冲，而且发射激光的时间可以精确地用电子学的方法来控制。但在这种调 Q 方法中，对插入谐振腔内的元件要求是，对给定的激光波长具有良好的透明性，并要注意清洁，否则易于引起开关的破坏。

(3) 饱和吸收体开关

我们知道，不少物质具有明显的非线性吸收特性，即它的吸收系数是光强的函数；当光强较弱时，光的吸收系数较大；当光强增强时，吸收系数变小，吸收体变得透明起来，也就是说，出现饱和吸收的现象。这样的一类物质叫做饱和吸收体。如图 6-12 所示，将饱和吸收体插入激光器的谐振腔内，就可以构成一种特殊的 Q 开关。在光

泵激励工作物质棒的初期，工作物质棒内发出的荧光和受激辐射是很微弱的。饱和吸收体的吸收系数很大，因而谐振腔的 Q 值很低，激光振荡不能产生。随着光泵的持续激励，激光上能级积累了越来越多的粒子。工作物质中发出的荧光和受激辐射也越来越强，于是饱和吸收体的吸收系数迅速变小，谐振腔的 Q 值很快增大；当 Q 值提高到一定值时，激光开始振荡，于是饱和吸收体就变得更透明了， Q 值就急剧上升，增大到最大值，于是就突发性地产生了激光巨脉冲。产生的这个巨脉冲，迅速地消耗了激光上能级的反转粒子数，瞬即又引起激光的熄灭，饱和吸收体又重新变得不透明了。这种能被激活介质产生的光辐射迅速地打开和关闭 Q 开关，通常叫做被动式 Q 开关。而前面所述的转镜开关和电光开关都需要外部能源来驱动，通常叫做主动式 Q 开关。

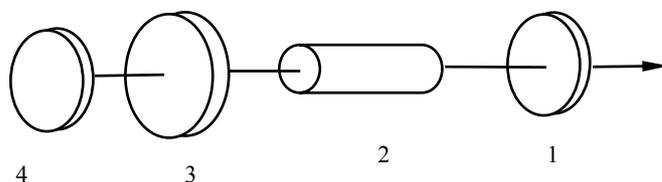


图 6-12 饱和吸收体开关调 Q 示意图

1—半透半反镜；2—工作物质棒；3—饱和吸收体；4—全反射镜

常用的饱和吸收体有溶于甲醇中的隐化菁染料或溶于硝基苯中的钒钛菁染料（用作红宝石激光器的 Q 开关），和溶于丙酮溶液中的十一甲川蓝色素染料（用作钕玻璃激光器的 Q 开关）。染料的吸收系数和浓度有关，一般的作 Q 开关的染料浓度是这样选择的，使它在激光工作波长的最大吸收率约为 40—50%。

这种由饱和吸收体做成的 Q 开关，开关速度快，可达 10^{-8} 秒。将饱和吸收体开关和转镜开关一起使用，可以获得 10^{-9} 秒的光脉冲。同时，由于其无需外部电源来驱动开关，因而便于将这种 Q 开关激光器做得较紧凑、轻便。这种 Q 开关的缺点是，输出激光脉冲的时间不能精确地控制（误差达 ± 20 毫微秒）。同时，染料在激光作用下容易变质，开关性能受温度的影响也比较大，这些都有待于进一步改进。

也可以用某些特殊的玻璃作为饱和吸收体开关，如硒玻璃饱和吸收体开关等。近年来，又出现了所谓自开关激光器，例如在钕玻璃中掺入某些金属离子（如铀离子 U^{++} ），作为激光器的工作物质棒。在光泵激励的初期，这些离子吸收钕离子发出的 1.06 微米的荧光，使工作物质中损耗过大，不能形成激光振荡，当激光上能级的粒子数积累到一定程度后， U^{++} 离子对 1.06 微米吸收也开始饱和，于是工作物质中损耗变

小，激光振荡便开始。同时，某些 U^{++} 也将它吸收的能量转移给 Nd^{3+} ，于是产生巨脉冲激光，所以掺铈的钕玻璃巨脉冲激光器的阈值较低，频率也较高。

6-3 激光锁模原理

在本节中介绍利用锁模技术产生周期系列的更短脉宽的激光脉冲的原理和方法。我们知道，激光器在高激发水平下运转时可能有一系列的等频率间隔的纵模同时发生振荡，它们位于激光谱线的增益带宽之内，并满足如下的关系：

$$\nu_q = q \frac{c}{2nL}, \quad q \text{ 为整数} \quad (6.40)$$

$$\Delta\nu = \nu_q - \nu_{q-1} = \frac{c}{2nL} \quad (6.41)$$

如 ν_0 为这些纵模的一个中心频率，则各纵模可表达为

$$\nu_q = \nu_0 + m\Delta\nu, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

在这种情况下，从激光器输出的光波的电场可表示为

$$E(t) = \sum E_m e^{i[2\pi(\nu_0 + m\Delta\nu)t + \phi_m]} \quad (6.42)$$

其中 E_m 是第 m 个纵模的振幅， ϕ_m 是它的位相角。求和是遍及激光谱线线宽内所有发生振荡的各个纵模。

在通常的情况下，不同纵模之间的位相角没有固定的联系，它们随时间无规地发生变化，因而，引起激光输出强度的无规起伏。如果我们采取某些特别措施，使不同纵模的位相之间发生固定的联系，则在 (6.42) 式中的 ϕ_m 是一些和时间无关的常值。不难证明，这时 $E(t)$ 是一个周期为 $T = 1/\Delta\nu = 2nL/c$ 的时间函数，即有

$$\begin{aligned} E(t+T) &= \sum_m E_m e^{i[2\pi(\nu_0 + m\Delta\nu)(t + \frac{1}{\Delta\nu}) + \phi_m]} \\ &= \sum_m E_m e^{i[2\pi(\nu_0 + m\Delta\nu)t + \phi_m]} e^{i[2\pi(\frac{\nu_0}{\Delta\nu} + m)]} \\ &= \sum_m E_m e^{i[2\pi(\nu_0 + m\Delta\nu)t + \phi_m]} = E(t) \end{aligned} \quad (6.43)$$

在推导中，考虑到 $\frac{\nu_0}{\Delta\nu} = q_0$ 为一整数，因而有

$$e^{i[2\pi(\frac{\nu_0}{\Delta\nu} + m)]} = 1$$

从它们的一种模式“锁定”的激光器中输出的光强将不再是无规的起伏，而是周期性的规则变化。这种激光器通常叫做锁模激光器。

为了更好地了解这种锁模激光器的输出特性，让我们具体地分析一下特殊的情况，即所有纵模的位相相等，并等于零。为了简化起见，并设有 N 个振荡模，它们是等振幅的，在这种情况下，(6.42) 式可写为

$$E(t) = E_m \sum_{-(N-1)/2}^{(N-1)/2} e^{i2\pi(\nu_0 + m\Delta\nu)t} = E_m e^{i2\pi\nu_0 t} \cdot \frac{\sin^2(\pi N\Delta\nu t)}{\sin^2(\pi\Delta\nu t)} \quad (6.44)$$

激光的平均输出功率比例于 $E(t)E^*(t)$ ，即有

$$P(t) = E_m^2 \cdot \frac{\sin^2(\pi N\Delta\nu t)}{\sin^2(\pi\Delta\nu t)} \quad (6.45)$$

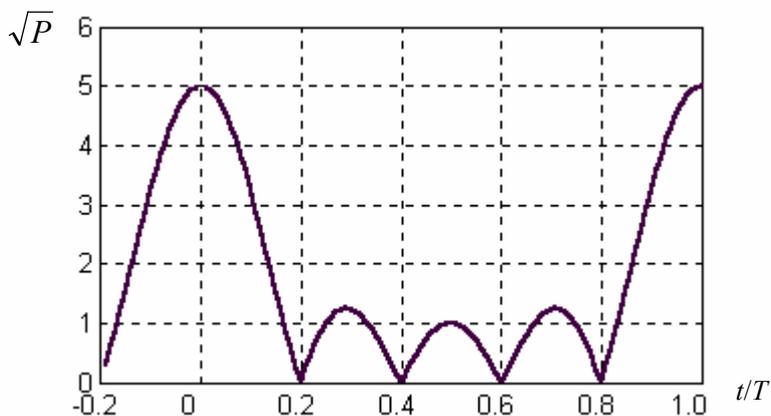


图 6-18 由 5 个等振幅等位相的纵模所形成的总光场振幅的理论曲线

在图 6-18 中给出由 (6.45) 式所表达的一个理论曲线，它对应于 $N = 5$ 个纵模的情况。由 (6.44) 式和图 6-18 容易看出：

- (1) 输出激光犹如一个被脉冲调制了单频光波，其频率为 ν_0 ，这个光脉冲系列

的周期为 $T = 1/\Delta\nu = 2nL/c$;

- (2) 光脉冲的峰值 P 等于五倍平均功率;
- (3) 光波电场的峰值振幅等于单个模振幅的五倍;
- (4) 各个光脉冲的脉宽 (定义为峰值至一级零值) 约为 $\tau = T/N$ 。由于纵模数

$$N = \frac{\Delta\nu_t}{\Delta\nu} \quad (\Delta\nu_t \text{ 为谱线增益阈值带宽}), \quad \tau = \frac{1}{\Delta\nu_t}$$

从上面的分析结果可知, 锁模激光器的输出是一些脉宽十分窄的 (10^{-10} 秒以下) 光脉冲的系列, 各个纵模的能量集中于各个光脉冲, 被锁定的纵模数越多, 光脉冲越短, 峰值功率越大; 谱线的增益阈值带宽越大, 越有利于获得更短的光脉冲系列。以上的结果, 尽管是由一个特殊的情况下推得的, 但反映了锁模激光器的激光输出的基本特性。

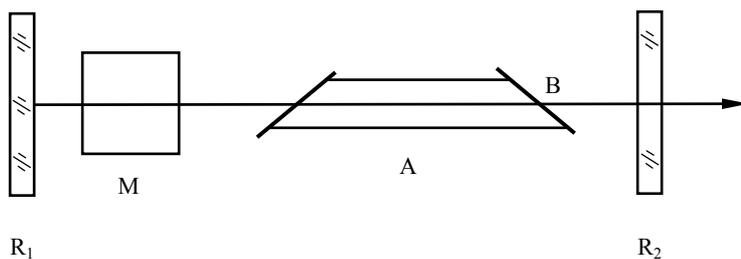


图 6-19 损耗调制锁模激光器示意图

A—工作物质; B—布儒斯特窗; M—电光调制器; R_1 、 R_2 —反射镜

下面我们介绍一些位相锁定的方法:

(1) 损耗调制方法

如图 6-19 所示, 在激光器的谐振腔的一端插入一个电光调制器, 而激光工作物质的两端则做成布儒斯特窗。在这种装置中, 当电光调制器由一个外加的周期性电压控制时, 通过调制器的光的偏振相应地发生周期性的变化。当它通过布儒斯特窗时, 则光强发生周期性的损耗, 也就是说, 谐振腔的 Q 值是周期性地变化。如果这个周期性变化的频率选择为相邻模间的频差, 则

$$f = \Delta\nu = \frac{c}{2nL} \quad (6.46)$$

而光在这个谐振腔内来回传播一趟所需的时间正好是

$$T = \frac{1}{\Delta\nu} = \frac{2nL}{c} \quad (6.47)$$

因此，如图 6-20 所示，如果一个光子正好在损耗为零时 ($t = 0$ 时) 通过调制器 M，那么它再一次通过 M 时，正好是时间 T ，也是损耗为零的时间，也就是说，这个光子总是在损耗为零通过 M，同样，如果一个光子是在 t_1 时通过 M，此时损耗为 a ，那么，以后它总是在损耗为 a 时通过 M。由此可知，只有在没有损耗时通过 M 的光子能够在谐振腔中获得振荡放大，因而，输出的光强应该是以 T 为周期而变化的脉冲系列。在这情况下，每一个纵模的振幅也应当是被周期为 T 的脉冲讯号所调制。一个振幅被周期脉冲讯号调制的单频光波，实际上可以看成是由一系列恒定振幅的谐波所组成（参看 (6.44) 式）。在以周期为 T 的脉冲讯号调制的情况下，这些谐波成分的频率为

$$\nu_q \pm m\Delta\nu, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (6.48)$$

这些正好是各个纵模的频率。由此可见，以频率 $f = \Delta\nu$ 损耗调制的结果，使每一个纵模诱导出其它的纵模成分。这种诱导而来的纵模成分和原来的作为载波纵模将有一定的位相关系。如果这种纵模间的能量相互转变的作用足够地强，则这些纵模将是相互锁相的。

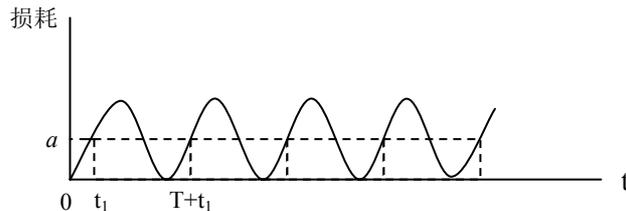


图 6-20 周期为 T 的损耗调制

(2) 位相调制方法

在图 6-19 中，把 M 代之以一个折射率能受外加电压周期性地变化的介质（即通常的电光晶体），这样，在不同时间通过 M 的光子便有不同的光程。这相当于激光振荡的各个纵模的位相经受一个周期性的变化。选择位相调制的频率为 $f = \Delta\nu$ 时，在适当条件下，激光的输出也会出现前面所讲的锁相的情况。这是因为，任何一个位相

以频率 $f = \Delta\nu$ 改变的频率为 ν_q 的纵模，如果对它作谐振波展开，则其各谐波成分的频率应包含有其它的纵模的频率，即有 $\nu_q \pm m\Delta\nu$ ($m = 0, 1, 2, \dots$) 等频率，而在这些谐波频率万分之间也应当是位相锁定的。

(3) 饱和和吸收方法

前面已讲过，把具有明显饱和吸收效应的介质插入谐振腔里，激光器便能得到调 Q 输出，对这种现象的进一步研究发现，如果饱和吸收介质上能级的寿命短于光子在谐振腔里来回一次的时间 $T = 2nL/c$ 时，就会看到，激光器的输出变成一系列相隔为 T 的周期系列的很窄的光脉冲。其实这也是一种锁相现象。这个现象的原因可作如下的解释。图 6-21 中的 S 是一种上能级寿命很短的饱和吸收体，它对光强低的光脉冲是吸收的，而对光强高的光脉冲就会很快的自透明。如果在某一瞬间来自工作物质出现一个强的光脉冲，当它通过 S 时，就会使得 S 变得透明，而当它从 R_1 反射回来离开 S 后，由于 S 的上能级寿命很短，S 很快又恢复到不透明的状态。在这段时间，如过来一些较弱的光脉冲，则就要遭到较大的损耗，而只有当刚才过去的这个较强的光脉冲回来时，S 才又受它的作用变成较透明，而且由于这个脉冲在来回传播过程中已经增强了，所以就能变得更透明。这样一来，光脉冲的强的部分越来越强，弱的部分越来越弱，脉冲的峰值越来越高，脉宽越来越窄，于是就形成一系列的周期为 T 的光脉冲。

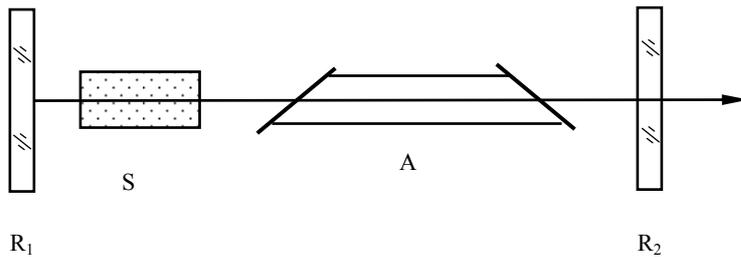


图 6-21 利用饱和吸收的锁相方法

A—工作物质；S—饱和吸收体； R_1 、 R_2 —反射镜

除了上面所述的三种锁相方法外，激光振荡器本身也常呈现自锁模现象。这是由于工作物质的介质本身就具有一定的类似饱和吸收体似的非线性的吸收特性所致。但这种自锁模的现象通常是很不稳定的。

锁相激光器的输出光波具有许多吸引人的特性。它可以提供脉宽极窄的及高峰值

功率的光脉冲，目前已经可以得到脉宽短到 3×10^{-12} 秒，峰值功率高达 10^{13} 瓦的光脉冲。这样的一种极短脉宽极高峰值功率的光脉冲，对于脉码调制通讯、信息处理、精密测距、核聚变的研究、非线性的光学现象的研究等有着重要的应用。此外，这样的一种锁相方法也提供了一种使多模激光器获得单频输出的方法。如前所述，锁相的激光输出乃是一个以频率 $\Delta\nu$ 调制振幅的单频光波，如果对这样的一种输出光束，使用一定的解调方法，消去这个调制，便可得到单一频率的激光输出。

6-4 激光放大原理

在许多应用中，对激光器的输出既要求它有较高的功率；又要求它具有一些特殊的性能，如频率稳定、特定的脉冲波形、光强的振幅调制或位相调制等。然而，这两方面的要求往往是矛盾的。于是有时就采取振荡器——放大器串接的方案来解决这个矛盾。如图 6.22 所示，第一级是一台激光振荡器，它输出功率较小，便于达到上述特殊性能的要求；然后把它输出的激光送入第二级的激光放大器中，使激光强度得到放大，而保持原来的振荡器输出时的有关特性。

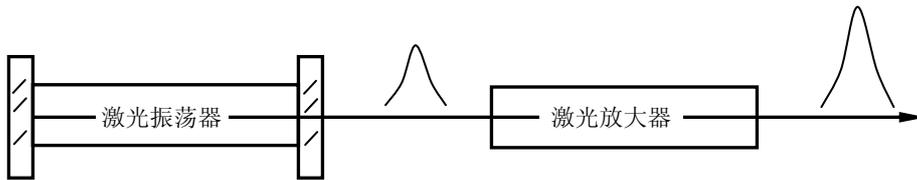


图 6.22 激光放大原理示意图

激光放大器与激光振荡器基于同一物理过程（受激辐射的光放大），其主要区别是激光放大器没有谐振腔。工作物质在光泵浦作用下，处于粒子数反转状态，当从激光器产生的光信号通过它时，由于入射光频率与放大介质的增益谱线相重合，故激发态上的粒子在外来光信号的作用下产生强烈的受激辐射，外来光信号得到放大，因而放大器能输出一束比原来激光亮度高得多的出射光束。激光放大器要求工作物质具有足够的反转粒子数，以保证光脉冲信号通过它时得到的增益大于介质内部各种损耗。

采用行波放大技术有如下优点：其一，由于激光束一次通过放大介质，因此介质的破坏阈值可以大大提高，即在相同的输出功率密度下，放大器的工作介质不易被破坏；其二，当需要大能量激光时，可根据需要采用多级行波放大，放大器逐级扩大激光束的孔径，而每级的工作物质长度可以缩短，这样有利于防止超辐射和自聚焦的破坏；其三，振荡器—放大器系统，可由振荡器决定其脉冲宽度、谱线宽度和光束发

散角等，而由放大器决定其脉冲的能量和功率，所以二者结合起来，既可以得到较优良的激光特性，又能够大大提高其输出的激光的亮度。

激光放大器按其放大脉冲信号宽度的不同，可以分为长脉冲激光放大器（也称连续激光放大器）、脉冲激光放大器和超短脉冲激光放大器三种。对于激光放大器，放大介质中激发态的粒子，由于辐射跃迁有一定的弛豫时间 T_1 ，称为纵向弛豫时间，其值随放大介质不同而不同。如对于晶体和玻璃等固体， T_1 由粒子在亚稳态时的寿命决定，为 10^{-3} s；对于气体和半导体， T_1 则由允许的跃迁能级的寿命决定，为 $10^{-6} \sim 10^{-9}$ s。另外，放大介质中粒子相互交换能量过程引起的非辐射跃迁，会使激发态粒子的感应偶极矩有一定的弛豫时间 T_2 ，称为横向弛豫时间。对均匀加宽工作物质， T_2 具有谱线宽度倒数的量级，在固体工作物质中， T_2 约为 10^{-10} s 量级。当激光放大器输入信号的脉宽大于纵向弛豫时间时，由于光脉冲与激光物质相互作用的时间足够长，而且受激辐射所消耗的反转粒子数可以很快地由泵浦激发所补充，因此反转粒子数密度能维持在一个稳定值附近。这可近似地认为反转粒子数密度不随时间变化，即 $\frac{d\Delta n}{dt} = 0$ ，而只与工作物质的坐标有关，即 $\Delta n = \Delta n(x)$ 。这就可以用稳态方法来研究放大过程。这类激光放大器称为长脉冲放大器。当输入光信号的脉宽比较窄，满足条件 $T_2 < \tau < T_1$ 时，这时因受激辐射而消耗的反转粒子数来不及由光泵浦补充，反转粒子数和腔内光子数密度在这极短暂的时间内达不到稳定状态，因而反转粒子数是随时间和空间变化的，即 $\Delta n = \Delta n(x, t)$ 。这类激光放大器须用非稳态方法研究，这种放大器称为脉冲激光放大器。对上述两类激光放大器，都满足 $\tau > T_2$ 的条件，可以采用速率方程的理论进行讨论。在超短脉冲的激光放大情况下，当光与物质相互作用时，由于物质的宏观电极化跟不上光场的快速变化，不能忽略物质的原子和光场相互作用的相位关系，所以对超短脉冲放大器，必须用半经典理论进行分析。

一. 激光放大器中稳态的速率方程

当入射激光放大器为长脉冲信号时，这时由于受激辐射而消耗的粒子数很快能由

光泵浦抽运得到补充，使反转粒子数维持在稳定的数值附近，故在速率方程中应计入光泵浦和自发辐射对粒子数反转的影响。速率方程可写为：

$$\frac{dI(x)}{dx} = \sigma\Delta n(x)I(x) - \delta I(x) \quad (6.49)$$

式中 δ 为放大器的损耗系数。在稳态情况下：

$$\frac{d\Delta n(x)}{dt} = -2\sigma\Delta n(x)I(x) - \frac{1}{T_1}(\Delta n(x) - \Delta n_0) = 0 \quad (6.50)$$

于是得到

$$\Delta n(x) = \frac{\Delta n_0}{1 + 2\sigma I(x)T_1} \quad (6.51)$$

将上式代入 (6.49) 式，则

$$\frac{1}{I(x)} \frac{dI(x)}{dx} = \frac{\sigma\Delta n_0}{1 + 2\sigma T_1 I(x)} - \delta \quad (6.52)$$

式中， $\frac{1}{I(x)} \frac{dI(x)}{dx}$ 表示单位长度上有损耗的增益系数，用 k 表示之，则可写成

$$k = \frac{\sigma\Delta n_0}{1 + 2\sigma T_1 I(x)} - \delta$$

再引入 $k_0 = \sigma\Delta n_0$ 及 $I_0 = \frac{1}{2\sigma T_1}$ ，则 (5.49) 式变为

$$k = \frac{k_0}{1 + I(x)/I_0} - \delta \quad (6.53)$$

当信号强度 $I(x)$ 增加到使 $\frac{k_0}{1 + I(x)/I_0} - \delta = 0$ 时，不再增大，称为饱和光强 I_s ，

$$I_s = I_0 \left[\frac{k_0}{\delta} - 1 \right] \quad (6.54)$$

此时，放大介质中反转粒子数提供的增益将完全消耗在腔与工作物质的损耗上。

激活离子的谱线轮廓与线宽对增益系数也有一定的影响，不同的谱线加宽机制会

导致不同的增益结果，限于篇幅不在此讨论。另外，对于短脉冲和超短脉冲的激光放大的情况的理论，可参阅相关书籍资料。

二. 法拉第光学隔离器

激光放大器虽然与激光器都基于同一物理过程，但激光放大器还有其自身的特殊问题，所以在设计激光放大器时，还应考虑的几点是工作物质的选择、工作物质端面反馈的消除、级间去耦问题、级间孔径匹配等问题。下面对放大器级间去耦问题进行探讨。

放大器的级间耦合会形成自激振荡或经行波放大而造成强的超辐射现象，不仅降低了放大器的增益，而且会影响激光振荡器的稳定工作。所以在高增益的多级放大系统中，各级之间必须插入隔离元件来阻止各放大器之间的反馈，其作用是只允许光信号从振荡器通向放大器，或从前级放大器通向后级放大器，但不允许光信号逆行，从而达到使放大的光信号单向通行的目的。

常用的光学隔元件有法拉第光学隔离器、电光隔离器、可饱和吸收隔离器等几种。下面对法拉第光学隔离器的原理进行介绍。

法拉第光学隔离器是基于法拉第磁光旋转效应制成的。其结构原理如图 6.23 所示。 P_I 与 P_{II} 是偏振器，二者的偏振轴互成 45° 角。法拉第旋转器由激光介质和环绕的线圈构成；磁场方向沿透光方向，在旋光材料对给定波长 λ 的入射光韦尔代常数 V 以及旋光介质的长度 L 确定后，便可以选取适当的磁场强度 H ，使入射的

偏振光通过旋转器时，偏振面旋转 45° 角。因此，当入射光通过偏振器 P_I 时变成线偏振光，其偏振面如图中箭头所示。这束光通过旋转器时，便按给定的磁场方向顺时针旋转 45° 角，其偏振面与偏振器 P_{II} 的偏振轴相一致，所以光信号可以无阻地通过 P_{II} ；

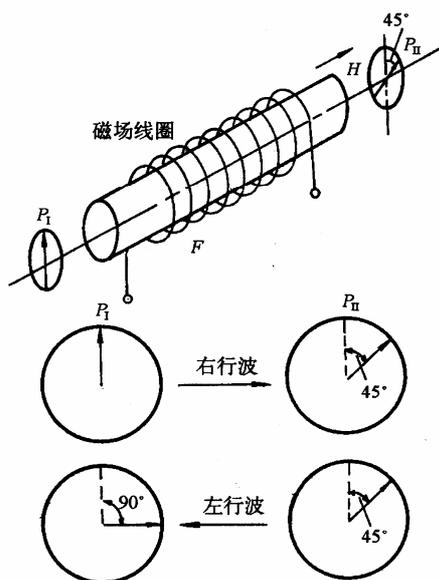


图 6.23 磁光隔离器

相反，若光信号从反方向返回，由法拉第效应与光传播方向无关，所以经偏振器 P_{II} 和磁光介质之后，其偏振方向将再按顺时针旋转 45° 角，而与偏振器 P_I 的偏振轴相垂直，因而不能通过 P_I 而被反射出光路，这样就起到了隔离反向光的目的。

三. 半导体激光放大器与光纤放大器

随着光纤通信的发展，迫切需要提高通信的中继距离和通信的容量。传统的长距离光纤传输信息，必须隔一定距离设置一个再生中继器，对光信号进行“光—电—光”转换，进行再生、整形处理后才能继续传输下去。显然，这种方法很麻烦。人们一直设想能直接在光路中对信号进行放大，实现“全光”通信，因而近几年出现了多种适用于光纤通信的光放大技术，主要有半导体激光放大器、光纤拉曼放大器和掺稀土元素的光纤放大器。

1. 半导体激光放大器

用于光纤通信的半导体激光放大器主要有两种形式：法布里-珀罗半导体激光放大器 (FP-SLA) 和行波半导体激光放大器 (TW-SLA)。FP-SLA 实质上是偏置在阈值以下的半导体激光器，所放大的是外来光信号，但增益带宽较窄（基本上为一个 F-P 腔纵模的线宽）。为保证入射光信号得到较大的增益，要求器件有足够高的温度稳定性。TW-SLA 实质上是对半导体激光器的解理面进行了理想的增透，入射信号在这种放大器中仅经历单程放大，所以要求增益要高，这靠放大器的驱动电流增大到增透前阈值电流的 2~3 倍来实现，它具有很宽的增益带宽（比 FP-SLA 约高三个数量级），因而对放大器温度稳定性的要求比 FP-SLA 要低。

半导体激光放大器对光信号的放大作用实质上是增益介质中光子与电子的相互作用产生受激发射机制而得到的，光信号在行波半导体激光放大器中所得到的腔增益可以表示为

$$G(\nu) = \frac{(1 - R_1)(1 - R_2)G_s}{(1 - \sqrt{R_1 R_2} G_s)^2 + 4\sqrt{R_1 R_2} G_s \cdot \sin^2(\pi \Delta \nu / \Delta \nu_s)} \quad (6.55)$$

式中 R_1 、 R_2 分别为激光放大器入射面和出射面的反射率； $\Delta \nu$ 为腔内纵模间隔； G_s 为光信号经受的单程增益，

$$G_s = \exp[(\Gamma g - \alpha)L] \quad (6.56)$$

式中 Γ 为放大器有源区的光场限制因子； g 和 α 分别为有源介质的增益系数和损耗系数； L 为增益介质长度。在理想情况下， $\nu = \nu_0$ ，而且 $R_1 = R_2 = R$ ，则(6.55)式可简化为

$$G(\nu) = \frac{(1-R)^2 G_s}{(1-RG_s)^2} \quad (6.57)$$

由此可见，当两解理面完全增透时， $G(\nu)=G_s$ ，即在行波放大器中，入射光信号只能在放大器中得到单程增益。而行波放大器可以允许在比增透前的阈值电流高 2~3 倍的情况下运行，因而可以得到很高的单程增益。

2. 光纤拉曼放大器

光纤作为非线性介质，可以将强激光场与介质的相互作用限制在非常小的截面内，从而大大提高入射光场的光功率密度，光与介质的作用长度可以维持很长的距离，使能量耦合得比较充分，因而光纤中的受激拉曼散射具有低阈值高增益的特点。若将一个入射光信号与强泵浦光一起在光纤中传输，并且信号光波长正好落在拉曼带宽的范围内，光纤就能把这个光信号放大。由于这种放大是利用光纤的受激拉曼散射效应产生的增益机制而得到的，故称为光纤拉曼放大。光纤拉曼放大器的结构就是没有反射镜的光纤激光器，在同向泵浦结构中，泵浦光和信号光是在同一方向上传播的，而在反向泵浦结构中，两束光的传播方向相反。

如果入射到光纤中的信号光强 I_s 比泵浦光强 I_0 小得多，在这种情况下泵浦耗尽可以忽略，则在光纤放大器 L 处的信号输出 $I_s(L) = \exp[g_R I_0 L_{eff} - \alpha_s L]$ ；若不存在泵浦， $I_s(L) = I_s(0) \exp[-\alpha_s L]$ ，所以光纤拉曼放大器的增益为：

$$G_s = \frac{I_s(L)}{I_s(0) \exp[-\alpha_s L]} = \exp(g_R P_0 L_{eff} / A_{eff})$$

式中， I_s 为斯托克斯光的强度； g_R 为拉曼增益系数； α_s 为光的损耗； L 为光纤的实际长度； L_{eff} 为泵浦光的损耗不为零时的光纤有效长度； I_0 为光纤输入端的泵浦光强； $I_s(0)$ 为光纤输入端的斯托克斯光强； $P_0=I_0 A_{eff}$ 为放大器的输入泵浦功率。

光纤拉曼放大器的优点是传输线路与放大同在光纤中进行，因而耦合损耗很小，噪声较低，增益稳定性较好，但需要较强的泵浦功率（数百毫瓦以上）和很长的光纤（数公里）。

3. 掺稀土元素光纤放大器

掺稀土元素的光纤放大器是利用在光纤中掺杂稀土元素引起的增益机制实现光放大的。从上世纪八十年代中期以来，掺铒光纤放大器取得了很大的发展，主要因为其工作波长恰好落在光纤通信的最佳波长区（1.31~1.55 μm ），增益比较高，而且需

要的泵浦功率也比较低。

掺铒光纤放大器的基本结构如图 6.24 所示，由掺 Er^{3+} 光纤、泵浦源和波分复用器组成。其中掺 Er^{3+} 光纤是增益介质；泵浦源提供足够强的泵浦功率；波分复用器是提高传输信息容量的装置，此处起到信号光与泵浦光的混合作用。光纤放大器按照信号光相对泵浦光的传输方向有三种配置方式：当信号光与泵浦光以同一方向入射光纤时称为同向泵浦；当信号光与泵浦光从两个不同的方向进入光纤时称为反向泵浦；用两个同样的泵浦光从两个方向进入光纤时称为双向泵浦，这种方式具有很高的输出信号功率，而且光纤放大器的性能与信号传播方向无关。

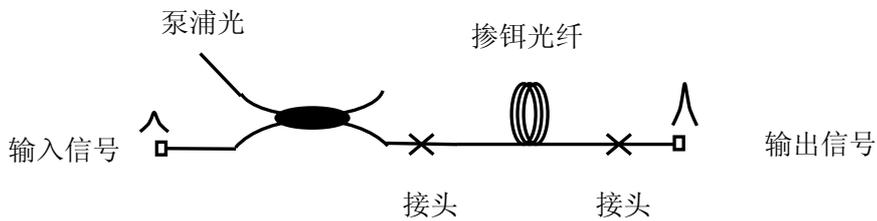


图 6.24 掺铒光纤放大器的结构

光纤放大器具有独特的优点，故很适合光纤通信系统线路中的中继放大、发射机的光功率放大和接收机的前置放大。